



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL
SEGUNDA LICENCIATURA EM COMPUTAÇÃO
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE NOVA ANDRADINA



**A CONTRIBUIÇÃO DO SOFTWARE GRAPHMÁTICA NA RELAÇÃO
ENTRE GEOMETRIA E FUNÇÕES PARA ALUNOS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

GLAUCIA PATRICIA BRAVIN DE SÁ

NOVA ANDRADINA – MS
2012



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL
SEGUNDA LICENCIATURA EM COMPUTAÇÃO
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE NOVA ANDRADINA



GLAUCIA PATRICIA BRAVIN DE SÁ

**A CONTRIBUIÇÃO DO SOFTWARE GRAPHMÁTICA NA RELAÇÃO
ENTRE GEOMETRIA E FUNÇÕES PARA ALUNOS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso, do Curso de Segunda Licenciatura em Computação, da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul - UEMS – Unidade Universitária de Nova Andradina-MS, como requisito obrigatório para obtenção de grau de Licenciado em Computação.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Sales.

NOVA ANDRADINA – MS

2012



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL
SEGUNDA LICENCIATURA EM COMPUTAÇÃO
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE NOVA ANDRADINA



GLAUCIA PATRICIA BRAVIN DE SÁ

**A CONTRIBUIÇÃO DO SOFTWARE GRAPHMÁTICA NA RELAÇÃO
ENTRE GEOMETRIA E FUNÇÕES PARA ALUNOS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Antonio Sales

Prof. MSc. Sonner Arfux de Figueiredo

Prof. MSc. Luciana Kemie Nakayama

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho primeiramente, ao meu esposo Marcelo que se dedicou às nossas filhas enquanto eu estava vencendo mais uma etapa da minha vida. À minha mãe Lizene que também cuidou com muito amor e carinho das minhas filhas. E por fim dedico às minhas filhas Melissa, Milena e Monique, que com pequenos gestos, e sem saberem me incentivaram a concluir esta segunda licenciatura.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus que iluminou o meu caminho durante esta árdua etapa da minha vida. Agradeço também ao meu esposo Marcelo, que de forma especial e carinhosa me deu força e coragem, me apoiando nos momentos difíceis, quero agradecer também as minhas filhas Melissa, Milena e Monique, que embora não tivessem conhecimento disto, mas iluminaram de maneira especial os meus pensamentos me levando a buscar mais conhecimentos, e sempre esperando a mamãe para os momentos de carinho e atenção. Agradeço ao meu orientador, o professor Antonio Sales pela paciência, pelo incentivo e pela disposição em me ajudar a escrever este trabalho, dispensando todo seu conhecimento e tempo. Aos meus queridos alunos por serem a razão da minha pesquisa. E não deixando de agradecer de forma grata e grandiosa meus pais Carlos e Lizene, a quem eu rogo todas as noites a minha existência.

“Dar menos que o seu melhor é sacrificar o dom que recebeu.”

Steve Prefontaine

BRAVIN DE SÁ, Glauca Patricia. A CONTRIBUIÇÃO DO SOFTWARE GRAPHMATICA NA RELAÇÃO ENTRE GEOMETRIA E FUNÇÕES PARA ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL. (Trabalho de Conclusão de Curso). Segunda Licenciatura em Computação. Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. Nova Andradina-MS. 2012.

Resumo: O presente trabalho tem por objetivo indicar algumas falhas detectadas no desenvolvimento do trabalho com as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação bem como destacar a contribuição do *Software Graphmatica* no processo de investigação matemática e nos estudo das funções. O desenvolvimento metodológico da pesquisa foi realizado nos moldes da Engenharia Didática, proposta por Artigue. Parte do projeto desenvolvido por duas acadêmicas durante as aulas de Estágio Supervisionado e culmina com uma verificação procedida pela professora regente. Constatando que o uso da tecnologia e uma metodologia adequada podem propiciar aos alunos, momentos mais ricos de aprendizagem.

Palavras-chave: Tecnologias Digitais da Informação e da Comunicação, Estágio Supervisionado, Tipos de Abordagem.

BRAVIN DE SÁ, Glauca Patricia. A CONTRIBUIÇÃO DO SOFTWARE GRAPHMATICA NA RELAÇÃO ENTRE GEOMETRIA E FUNÇÕES PARA ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL. (Trabalho de Conclusão de Curso). Segunda Licenciatura em Computação. Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. Nova Andradina-MS. 2012.

Abstract: This paper aims to point out some faults detected in the development of work with Digital Technologies of Information and Communication as well as highlighting the contribution of the Software Graphmatica in the research process and the study of mathematical functions. The methodological development of the research was carried out according to the Engineering Curriculum, proposed by Artigue. Part of the project developed by two academic classes during Supervised and culminates with a check by the teacher proceeded regent. Noting that the use of technology and an appropriate methodology can provide students, richest moments of learning.

Keywords: Digital Technologies of Information and Communication, Supervised, Types Approach.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Processo de depuração que acontece na interação aluno-computador.....	21
Figura 2 - Gráfico das funções: $y=x+2$, $y=x+1$, $y=x$, $y=x-1$, $y=x-2$	24
Figura 3 – Gráfico das funções: $y=4x$, $y=3x$, $y=2x$, $y=x$	25
Figura 4 – Gráfico das funções: $y=x$ e $y= -x$	25
Figura 5 – Gráfico das funções: $y=x^2$ e $y= -x^2$	26
Figura 6 - Gráfico das funções: $x= y^2$ e $x= -y^2$	26
Figura 7 – Flor formada por funções quadráticas com centro na origem.....	27
Figura 8 - Flor formada por funções quadráticas com centro no ponto (0,2).....	28
Figura 9 – Esboço da Bandeira do Brasil.....	28
Figura 10 – Atividade Proposta.....	30
Figura 11 – Resposta do aluno A1.....	31
Figura 12 – Resposta do aluno A2.....	32
Figura 13 – Resposta do aluno A3.....	32
Figura 14 – Resposta do aluno A4.....	33
Figura 15 – Resposta do aluno A5.....	34
Figura 16 – Resposta do aluno A6.....	34

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
CAPÍTULO 1	13
1 APRESENTANDO O REFERENCIAL METODOLÓGICO	13
1.1 ENGENHARIA DIDÁTICA	13
1.2 A ANÁLISE A PRIORI	14
CAPÍTULO 2	16
2 DISCUSSÕES TEÓRICAS	16
2.1 REFERENCIAL CURRICULAR	18
2.2 PCN	19
CAPÍTULO 3	23
3 EXPLICITANDO O PROCESSO	23
3.1 A EXPERIMENTAÇÃO	23
CAPÍTULO 4	29
4 O DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO	29
4.1 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE	29
4.2 A ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO	35
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	37
REFERÊNCIAS	39

INTRODUÇÃO

Em 2005 fiz o concurso para entrar para o grupo de Magistério do Estado de Mato Grosso do Sul, no qual fui aprovada, e no ano seguinte comecei a trabalhar como professora de Matemática. Mas no mesmo ano foi implantada a STE (Sala de Tecnologia Educacional) nas escolas estaduais do município, e então decidi trabalhar na STE da Escola Estadual Braz Sinigaglia, em um período e no outro lecionar como professora de matemática, onde aprendi muito e me interessei pelos recursos tecnológicos, daí surgiu a oportunidade de cursar uma Segunda Licenciatura em Computação oferecida pelo programa nacional PARFOR.

Foi no PARFOR que comecei a repensar na metodologia usada por mim em minhas aulas. Orientava-me apenas pelo livro didático que, em sua maioria, inicia a exposição dos temas com uma breve introdução dos conceitos, definições, exemplos e listas de exercícios para resolver. Mas a minha preocupação como docente parte do ponto da necessidade de instigar os alunos a procurar novas formas de análise. Supomos ser importante no estudo das funções dar relevância à análise a partir da representação gráfica. Tenho a impressão que muitas vezes é atribuída pouca importância a essa representação, pois na forma tradicional na construção de um esboço de gráfico, o aluno executa a tarefa manualmente sem discutir a representação correta do mesmo uma vez que ele pode visualizar distorcidamente (gráficos esboçados manualmente contém distorções visuais) os resultados obtidos.

Fazer as representações gráficas utilizando somente quadro e giz, ou seja, na forma clássica, encontramos algumas limitações em apresentar a informação ao aluno de modo que possa proporcionar a apropriação dos conceitos, já que a construção dos gráficos demanda tempo e pode provocar exaustão.

As inquietações, provenientes dessas dificuldades, provocaram a necessidade de pesquisar acerca da adoção de uma nova proposta didática que possibilitasse uma melhor apropriação das ideias matemáticas. Acrescenta-se aqui o interesse despertado, durante a Segunda Licenciatura em Computação, que provocou em mim uma reflexão sobre o uso de recursos tecnológicos. Os mesmos estão adquirindo cada vez mais espaço, e marcando presença na prática pedagógica, por servir como instrumento de apoio aos temas estudados, permitindo mais agilidade, melhor visualização, possibilidade de refazer sem longa perda de tempo e oportunizando a espiral de aprendizagem de que trata Valente (2005).

O uso do computador e de *software* educacionais que tratam os temas estudados pode contribuir como ferramenta pedagógica ajudando o professor em seu papel de mediador e conduzindo o aluno à formação dos conceitos da Matemática.

Considerando que o tema função abordado inicialmente no 9º ano do ensino fundamental, muitas vezes normalmente é estudado sem nenhuma relação com a geometria surgiu a ideia de desenvolver este projeto com o objetivo de discutir com os alunos a relação existente entre esses temas e dessa forma tentar articular temas aparentemente distintos.

Por se tratar de um tema específico da Matemática o *software* utilizado é também específico para o estudo de funções. Conforme já explicitado na abordagem do tema procuramos associar a álgebra à geometria através das funções e observamos que a utilização do ambiente computacional, em especial do *software* Graphmatica pode auxiliar os alunos a estabelecer relações entre esses dois temas.

No primeiro capítulo apresentamos a Engenharia Didática, explicitando as etapas que constituem essa metodologia de pesquisa.

No segundo capítulo discutimos a base teórica do trabalho com as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no estudo da Matemática.

O capítulo três mostra como foi realizado o processo de experimentação realizado pelas acadêmicas. Sendo que no quarto capítulo descrevemos como foi o desenvolvimento do trabalho para nossa pesquisa, a análise a posteriori e a validação da Engenharia.

Nas considerações finais relatamos as nossas dificuldades, e também como foi trabalhar com o Software Graphmatica.

CAPÍTULO 1 - APRESENTANDO O REFERENCIAL METODOLÓGICO

Nesse capítulo discutimos resumidamente os pressupostos da Engenharia Didática.

1.1 Engenharia Didática

A Engenharia Didática é um conceito que surge em meados da década de 1980, que utiliza as relações entre a pesquisa e a ação sobre o sistema didático e foca o papel das realizações didáticas em classe relativamente às metodologias da pesquisa em didática. Ao mesmo tempo, está relacionada com o movimento de valorização do saber prático do professor, com a consciência de que as teorias desenvolvidas fora da sala de aula são insuficientes para captar a complexidade do sistema e para, de alguma forma, influir na transformação das tradições de ensino. Sendo um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe.

Podemos identificar dois níveis de engenharia: micro engenharia que considera de forma mais completa a complexidade da sala de aula e a macro engenharia considera resultados de micro engenharias além de outros fenômenos ligados ao processo de ensino e aprendizagem.

Esta engenharia se diferencia de outros métodos pelo tipo de registro das ações e pela validação. Em geral, outras metodologias realizam uma validação externa (confrontação/comparação entre grupos experimentais e grupos testemunhas). Enquanto a engenharia didática faz estudo de caso e possui uma validação interna que se apoia na confrontação entre a análise a priori e a análise a posteriori.

Os objetivos da engenharia didática podem ser diversos, pois a engenharia didática é um instrumento privilegiado para o estudo da complexidade da classe.

Considera-se um ponto do sistema didático cujo funcionamento parece, por razões de naturezas diversas, pouco satisfatórias. Analisa-se esse ponto de funcionamento e as condições que tendem a encontrar um novo ponto de equilíbrio e, depois, trabalhando com essas condições, busca-se determinar condições de existência de um modo de funcionamento mais satisfatório.

A Engenharia Didática é dividida em quatro fases: análise preliminar, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori e validação.

A análise preliminar consiste em analisar conteúdo, para caracterizar o conceito em sua gênese histórica, seu lugar atual na diversidade dos problemas onde ele intervém como ferramenta adaptada; localizar outros conceitos que interagem com ele e contribuem para lhe

dar significado. É a análise preliminar que vai fundamentar a construção da engenharia didática.

A Análise a priori é a fase em que o pesquisador deverá decidir sobre que didática vai trabalhar:

- Macro-didáticas – relativas à organização global da engenharia.
- Micro-didáticas – relativas à organização local da engenharia, ou seja, à organização de uma sessão ou de uma fase.

A análise a priori tem como objetivo definir como as escolhas realizadas e permitem controlar os comportamentos do aluno e o sentido desses comportamentos. O professor deve se saber qual o problema a resolver e o que o aluno precisa saber para compreender e saber resolver tal problema.

É a análise a priori que vai dizer se uma situação pode ser vivida como adidática, ou seja, que o aluno é quem investiga o processo de resolução de um determinado problema.

A Experimentação é a fase em que se realiza as sequências didáticas e se faz o registro das observações feitas durante a experimentação.

A última fase é a Análise a posteriori e validação, onde ocorre confronto dos comportamentos iniciais com os do decorrer da aprendizagem, ou seja, as avaliações escritas, atividades, entre outras. A validação é o confronto entre as análises a priori e posteriori.

1.2 A Análise a Priori

A primeira etapa da Engenharia, a etapa das análises prévias, é estruturada com objetivos de analisar o funcionamento do ensino habitual do conteúdo, para propor uma intervenção que modifique as relações que se estabelecem com o saber dentro da sala de aula. A análise é feita para situar no contexto os efeitos da forma tradicional de ensinar, as concepções dos alunos e as dificuldades e obstáculos que marcam a evolução das concepções. A forma tradicional é vista como um estado de equilíbrio do funcionamento de um sistema dinâmico, que tem falhas previsíveis. A reflexão sobre essas falhas torna-se o ponto de partida para determinar condições possíveis de um ponto de mudança, supostamente mais satisfatórias.

Considerando nossa experiência no ensino de matemática, e analisando Giovanni Júnior e Castrucci (2009), na obra distribuída pelo MEC-FAE-PNLD, para as escolas públicas, onde o conteúdo de função polinomial do 1º grau e função polinomial do 2º grau, no 9º ano do ensino fundamental, que é objeto deste estudo, a proposta de ensino clássica é a de

que o estudante aprenda numa sequência: sistema de coordenadas cartesianas, noção de função polinomial do 1º grau, função polinomial do 1º grau, zero da função polinomial do 1º grau, gráficos de uma função polinomial do 1º grau, função polinomial do 2º grau, zero da função polinomial do 2º grau, gráficos de uma função polinomial do 2º grau, concavidade da parábola, ponto máximo e ponto mínimo, e análise da função polinomial do 2º grau quanto ao sinal.

Este conteúdo trabalhado apenas com o livro didático implica em grandes dificuldades para os estudantes desenvolverem habilidades como apreciação de regularidades, representação, abstração e generalização.

Conforme a Engenharia Didática trabalha-se com hipóteses iniciais, sendo que as nossas hipóteses eram:

1. Não é necessário iniciar a abordagem de um conteúdo pelas definições para que ele se torne inteligível;
2. O uso do software proporciona o desenvolvimento de um processo investigativo em sala de aula;
3. A abordagem do assunto com a utilização do software proporciona maior envolvimento e melhor compreensão do tema abordado.

E a partir dessas hipóteses foi desenvolvido o presente trabalho cujas discussões teóricas serão abordadas no próximo capítulo.

CAPÍTULO 2 - DISCUSSÕES TEÓRICAS

Tendo em vista que uma das nossas hipóteses está relacionada com o processo investigativo, pressupomos ser oportuno definir o nosso entendimento de investigação. Investigação é uma atividade de ensino e aprendizagem, que ajuda o professor a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática simples, fazendo com que o aluno aja como um matemático, pois ele pode formular as hipóteses, realizar as refutações apresentar resultados e participar de discussões argumentativas com os outros alunos e com o professor. Pois conforme Ponte; Brocado; Oliveira (2003), o grande desafio é fazer com o aluno desenvolva um currículo importante e equilibrado.

Segundo os mesmos autores, usando a investigação numa aula pode se programar como começar, mas nunca se sabe como vai acabar, pois podem ser vários os percursos, avanços e recuos, e podem surgir divergências, o professor pode intervir, e estes passos fazem com que ocorram vários tipos de situações.

A investigação dentro da sala de aula pode ser dividida em três fases, de acordo com Ponte; Brocado; Oliveira (2003):

- Introdução da tarefa, onde o professor propõe uma atividade oralmente ou por escrito;
- Realização da investigação, que pode ser feita em grupo, em duplas ou individualmente;
- Discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado.

Uma fase muito importante para que a investigação aconteça de forma satisfatória é o “arranque” da aula, pois depende da forma que o professor expõe a atividade. De acordo com Ponte; Brocado; Oliveira (2003, p. 26-7), é necessário que os alunos entendam o sentido da tarefa proposta, é preciso que os alunos sejam estimulados pela introdução feita pelo professor e deve-se incentivar os alunos a serem “pequenos exploradores”.

Nessa perspectiva, depois que os alunos compreendem a atividade proposta, o professor deve ficar na retaguarda, dando apoio quando se fizer necessário, pois neste momento os alunos vão explorar e formular as questões, formular as conjecturas, testar reformular as conjecturas, e ainda justificá-las e avaliar o trabalho.

O professor numa aula envolvendo investigação tem um papel muito importante, pois é ele quem deve estabelecer uma interação com os alunos, bem diferente da que ocorre em outros tipos de aula. Esse tipo de aula é um desafio adicional à sua prática, mas traduzem-se em momentos de realização profissional. E mesmo após o arranque é ideal que os alunos se sintam motivados, por isso o professor tem de estar atento ao trabalho dos mesmos, recolhendo informações sobre o modo como se vai desenrolando o trabalho.

Nesse tipo de aula é possível que os alunos formulem questões em que o professor não pensou, pois a realização da investigação proporciona o estabelecimento de conexões com outros conceitos matemáticos, sendo assim o professor deve estar atento a tais oportunidades, mesmo que não consiga explorá-las de uma forma cabal, deve estimular os alunos a refletir sobre elas.

É essencial que o professor apoie o trabalho de seus alunos, assumindo uma postura interrogativa, fazendo com que o aluno compreenda que seu papel principal é o de apoiar o trabalho e não apenas validá-lo. Neste ponto há uma concordância entre os autores citados e Paulo Freire (?) que propõe a pedagogia da pergunta:

Quer dizer, eu sou por uma pedagogia da curiosidade. Por isso eu defendi o filósofo chileno Faundez, uma pedagogia da pergunta e não, da resposta, que é exatamente a pedagogia que se funda nessa curiosidade, sem a qual não há pedagogia, e que aumenta essa curiosidade.

Dentro do contexto deste trabalho vale ressaltar que segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2003, p. 71):

As investigações geométricas contribuem para perceber aspectos essenciais da atividade matemática, tais como a formulação e teste de conjecturas e a procura e demonstração de generalizações. A exploração de diferentes tipos de investigação geométrica pode também contribuir para concretizar a relação entre situações da realidade e situações matemáticas, desenvolver capacidades, tais como a visualização espacial e o uso de diferentes formas de representação [...]

E como em toda atividade, também no processo investigativo, deve ser feita uma avaliação que permita ao professor saber se os alunos estão progredindo de acordo com suas expectativas, para que repense sua ação caso haja necessidade.

Segundo Ponte pode-se dizer que na realização de uma investigação vista pelos matemáticos existem quatro momentos:

- A exploração e a formulação de questões, onde se reconhece e se explora a situação problemática, e formula as questões. Que segundo os PCN (BRASIL, 1998) para que um aluno possa resolver um problema é necessário que esse aluno saiba elaborar um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);
- As conjecturas, onde se organizam os dados obtidos e se formula as conjecturas ou hipóteses.
- Testes e reformulação: realiza os testes e refina uma conjectura.
- Justificação e avaliação: justifica uma conjectura e avalia o raciocínio ou resultado do raciocínio.

Em todos os momentos pode haver interação entre os matemáticos interessados. Só quando se valida a demonstração para um determinado resultado, este passa a ser teorema, se não são apenas conjecturas.

2.1 Referencial Curricular

O trabalho com conceitos geométricos conforme o referencial curricular de matemática para as escolas públicas estaduais do estado de Mato Grosso do Sul constitui parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, uma vez que, por meio dele, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite envolver, delinear e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Por isso é necessário o fazer pedagógico busque caminhos metodológicos que contribuam para a compreensão de conceitos matemáticos.

Consta no Referencial Curricular (SED, 2012, p. 275 e 276) que o ensino de funções no 9º ano deve abranger as seguintes habilidades:

Identificar os pares ordenados de números reais como as coordenadas cartesianas de pontos; Construir plano cartesiano e associar os eixos do plano com as coordenadas das abscissas e ordenadas; Relacionar os valores das coordenadas das abscissas e ordenadas como pares ordenados; Verificar a noção de uma função por meio de exemplo prático; Identificar e conceituar a função do 1º grau; Calcular o resultado de uma função de 1º grau; Analisar o gráfico de uma função de 1º grau; Identificar o zero de uma função como o valor da abscissa que anula uma função; Resolver problemas envolvendo função de 1º grau; Construir gráficos da função do 1º grau; Resolver problemas envolvendo sistemas de equações do 1º grau; Identificar e conceituar funções do 2º grau; Calcular o resultado de uma função do 2º grau; Construir gráficos da função do 2º grau no plano cartesiano; Associar a concavidade da parábola; Identificar o vértice da parábola; Determinar o ponto mínimo ou ponto máximo de uma função quadrática; Analisar o resultado da função

do 2º grau para representá-lo no gráfico, no plano cartesiano; Resolver problemas envolvendo a função de 2º grau representando-a no gráfico; Determinar os zeros de uma função quadrática; Identificar e representar no gráfico o domínio e a imagem da função quadrática no plano cartesiano.

No ensino da matemática, particularmente no ensino de funções, é um conteúdo que tem uma riqueza de conceitos, quando não bem trabalhado no ensino fundamental acarreta em uma deficiência bem clara no restante da vida acadêmica do aluno, pois ele pode apresentar algumas dificuldades:

- Interpretação das representações gráficas das funções;
- Compreensão do conceito de variável;
- Compreensão da concavidade;
- Aplicações do conceito de função em situações reais.

Uma realidade que pode ser melhorada com a prática metodológica utilizada, e neste caso a utilização de recursos tecnológicos estimula o processo. As ações inovadoras são sempre bem vindas e, muitas vezes, necessárias.

2.2 PCN

Segundo consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) as TICs (Tecnologias da comunicação e informação), em suas diferentes formas e usos, compõem uma das principais formas de transformação da sociedade, pela influência que exercem nos meios de produção e por suas consequências no dia-a-dia das pessoas.

Consta ainda no referido documento que pesquisas sobre o tema mostram que escrita, leitura, visão, audição, criação e aprendizagem são influenciados, cada vez mais, pelos recursos da informática. Por isso se faz necessário que a escola enfrente mais um desafio, que é o de como incorporar ao seu trabalho novas formas de comunicar e conhecer.

O computador e outros elementos tecnológicos estão cada vez mais presentes na vida de qualquer pessoa, seja ela pobre ou rica. E o uso desses recursos traz grandes contribuições para se repensar sobre o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, como consta no PCN (BRASIL, 1998, p.43 e 44), pois à medida que:

relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que por meio de instrumentos esses cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente; evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas; possibilita o desenvolvimento, nos alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e

exploração como parte fundamental de sua aprendizagem; permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo.

A tecnologia pode ser usada nas aulas de Matemática com várias finalidades. Uma delas é auxiliar no processo de construção de conhecimento. O uso de softwares educacionais pode possibilitar que o aluno pense, reflita e crie soluções, e ainda que ele possa aprender com seus erros, e uma forma de fazer bom uso do computador na sala de aula consiste na escolha de softwares apropriados em função dos objetivos que se pretende atingir, da concepção de conhecimento e de aprendizagem que orienta o processo.

Segundo a perspectiva de Valente (2002) o uso da informática não deve ser com a finalidade de repetir aquilo que o professor faz tradicionalmente, pois a realidade desta geração de alunos precisa de um professor crítico e criativo, capaz de refletir sobre a própria prática, de trabalhar em grupo, com a capacidade de pensar em algo novo e interessante para o seu público, estar em constante aprimoramento e depuração de ideias e ações (fig. 1), fomentar a criatividade, ensinar a aprender e ensinar a criar. O aluno deve vivenciar situações que lhe permitam construir e desenvolver essas competências, e dentro deste contexto o computador é um recurso tecnológico imprescindível para que isto ocorra.

Segundo Valente (2002, p.3 – grifos do autor)

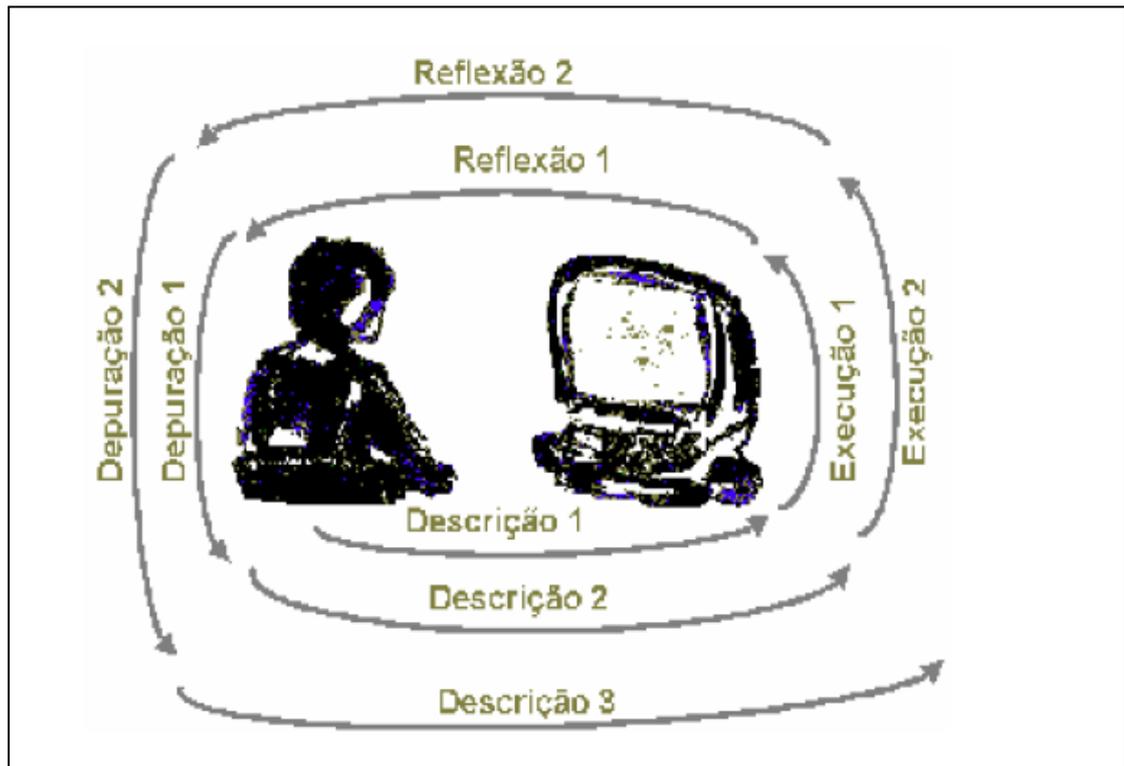
Para "ensinar" o computador a realizar uma determinada tarefa, o aluno deve utilizar conteúdos e estratégias. Por exemplo, para programar o computador usando uma linguagem de programação, o aluno realiza uma série de atividades que são de extrema importância na aquisição de novos conhecimentos. Primeiro, a interação com o computador através da programação requer a **descrição** de uma ideia em termos de uma linguagem formal e precisa. Segundo, o computador **executa** fielmente a descrição fornecida e o resultado obtido é fruto somente do que foi solicitado à máquina. Terceiro, o resultado obtido permite ao aluno **refletir** sobre o que foi solicitado ao computador. Finalmente, se o resultado não corresponde ao que era esperado, o aluno tem que **depurar** a ideia original através da aquisição de conteúdos ou de estratégias.

Nesta perspectiva o professor passa a ser mediador e facilitador do processo de aprendizagem, utilizando recursos tecnológicos, buscando incentivar a autonomia e a criatividade, para que o aluno possa criar suas próprias soluções e aprenda como buscar e usar novas informações, para que aconteça a construção do conhecimento.

Assim, de acordo com Valente (2002, p. 3):

A interação aluno-computador precisa ser mediada por um profissional que tenha conhecimento do significado do processo de aprendizado através da construção do conhecimento, que entenda profundamente sobre o conteúdo que está sendo trabalhado pelo aluno e que compreenda os potenciais do computador. Esses conhecimentos precisam ser utilizados pelo professor para interpretar as ideias do aluno e para intervir apropriadamente na situação de modo a contribuir no processo de construção de conhecimento por parte do aluno.

Figura 1: Processo de depuração que acontece na interação aluno-computador.



Fonte: VALENTE,2002, p.29

O sistema educacional precisa de pessoas que assumam o compromisso da educação, além disso, essa abordagem exige uma inovação, como a alteração do papel atribuído ao erro, pois não deve ocorrer a punição, mas sim a depuração. Isto é, quando o resultado fornecido pelo computador não corresponde ao esperado o aluno precisa rever o processo de representação da solução do problema. Corrigir o que não está de acordo com o que se esperava. Para Valente (2002), um fator imprescindível para que ocorra a depuração é a análise do erro, que faz com que o aluno reflita sobre suas estratégias e seus conceitos.

Segundo ainda Valente (2002), o professor é um facilitador da aprendizagem pois pode usar estratégias de ensino que façam com que o aluno reflita e discuta sobre o processo que usou para converter as informações em conhecimento, ou seja, isto acontece quando o

professor trabalha com a ideia de aprender-a-aprender. Ou também quando ele cria oportunidades para discutir o pensar-sobre-o-pensar, fazendo com que o aluno comece a pensar sobre seus mecanismos de raciocínio e sobre a realização dos problemas propostos.

Como o trabalho foi desenvolvido, seu processo metodológico, meios e técnicas de pesquisa é tema do próximo capítulo.

CAPÍTULO 3 - EXPLICITANDO O PROCESSO

3.1 A Experimentação

O conteúdo de funções foi trabalhado através de um projeto com os alunos do 9º ano do ensino fundamental da Escola Estadual Braz Sinigaglia, do município de Batayporã-MS, pela professora regente Glaucia Patricia Bravin de Sá e pelas acadêmicas do 3º ano de Licenciatura em Matemática da UEMS, Aldinéia Silva Sant'Ana e Deiziane Bernardes da Silva, na STE (Sala de Tecnologia Educacional) com a utilização do Software Graphmatica.

O Graphmatica é um software para desenhar gráficos de funções matemáticas. É bastante simples de usar e possui uma interface de fácil manipulação pelos alunos e sua instalação é gratuita. Possui também uma grande variedade de funções matemáticas. É um programa de fácil compreensão, não precisando que seus usuários sejam grandes conhecedores de programas e técnicas sofisticadas de informática. Uma simples explicação de utilização pelo professor é suficiente para que os alunos consigam usar o software.

O software Graphmatica possui diversos recursos: desenhar vários gráficos em uma mesma tela e trabalha com duas dimensões, sendo capaz de representar graficamente funções de qualquer grau, funções exponenciais, logarítmicas, trigonométricas, hiperbólicas, como também é útil no Cálculo Diferencial e Integral: hachura áreas para ilustrar integrais, desenha gráficos de derivadas e cria gráficos de equações diferenciais ordinárias. Possibilita, assim, diversas aplicações em Matemática. Além disso, os gráficos podem ser representados com coordenadas cartesianas ou polares, facilitando a criação de figuras que envolvam funções trigonométricas. Além de permitir a construção por parâmetros, e as inequações são representadas muito facilmente.

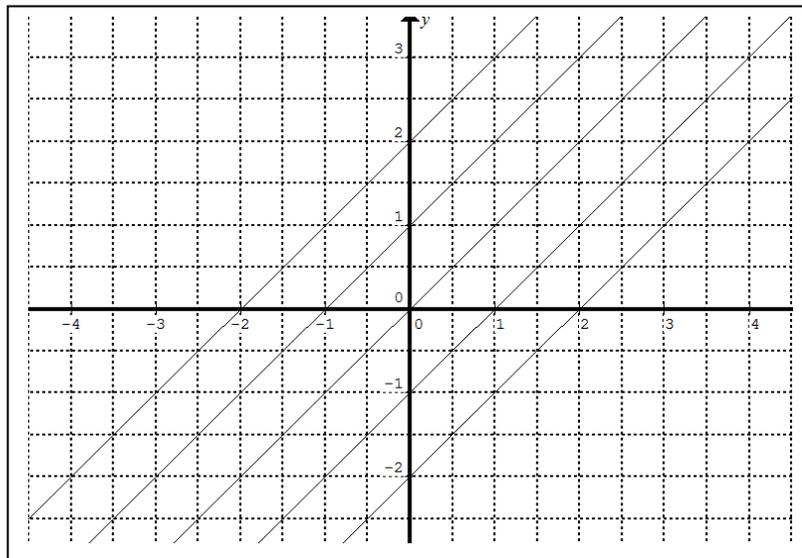
Podemos destacar alguns pontos que consideramos positivos neste *software*. Para Valente (1999), ele permite uma abordagem construcionista porque estimula a capacidade de observação e da análise crítica, orienta o usuário através de uma caixa de diálogo, permite traçar, simultaneamente, gráficos de uma família de equações de curvas, considerando determinados parâmetros, possui um "ajuda" bem organizado e em linguagem clara. Mas em contrapartida podemos salientar alguns pontos negativos: ele não trabalha em 3D, não permite "animação" das curvas, não possui as funções "desfazer" e "refazer", que facilitariam ainda mais a sua utilização.

Estas aulas utilizando o software Graphmatica aconteceram nas 4ª e 5ª aulas de seis quartas-feiras, agendadas com antecedência, pela professora Leandra Regina Benedito Vançan, responsável pela Sala de Tecnologia Educacional (STE) e colaboradora deste projeto.

No primeiro dia na STE, os alunos com a ajuda das acadêmicas e da professora regente instalaram e conheceram o software Graphmatica. Lembrando que estes alunos não tinham nenhum conhecimento sobre o conteúdo de funções polinomiais.

Na segunda aula as acadêmicas foram sugerindo funções para os alunos, como: $y=x$, $y=x+1$, $y=x+2$, $y=x-1$, e assim por diante e após algumas construções, alguns alunos observaram que as retas ficavam paralelas, mudando apenas o ponto onde a reta cortava os eixos (fig.2).

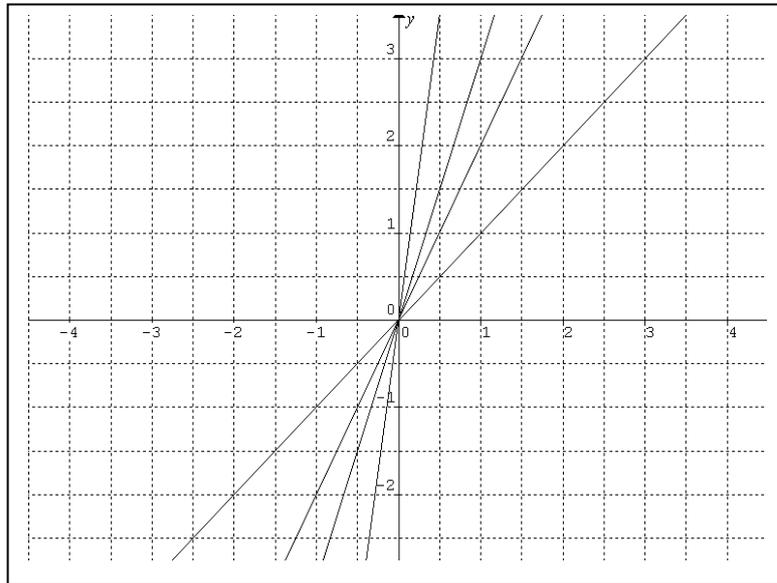
Figura 2 – Gráfico das funções: $y=x+2$, $y=x+1$, $y=x$, $y=x-1$, $y=x-2$.



Fonte: Gláucia Patrícia Bravin de Sá

Em outro momento os alunos foram levados a trocar o coeficiente angular, então as acadêmicas pediram para que eles mudassem apenas o número que “estava junto do x” (coeficiente angular). Foi então, que os alunos perceberam que a inclinação das retas se alteravam (fig. 3).

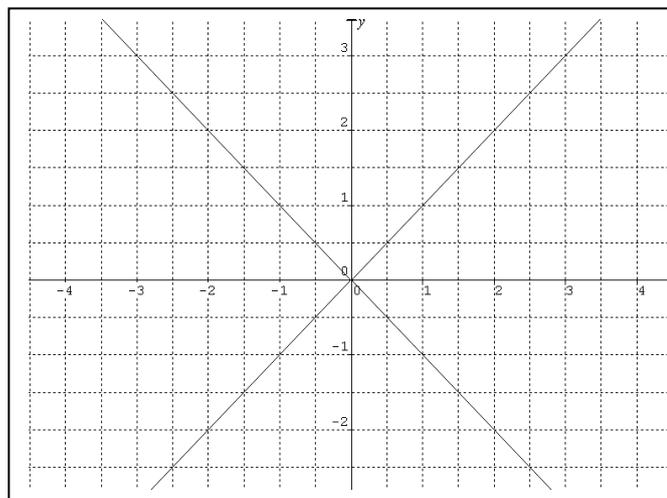
Figura 3 – Gráfico das funções: $y=4x$, $y=3x$, $y=2x$, $y=x$.



Fonte: Glaucia Patricia Bravin de Sá

Outro ponto que as acadêmicas discutiram com os alunos, foi a troca de sinal do coeficiente angular, quando ele for positivo a função é crescente e se for negativo é decrescente a função (fig. 4).

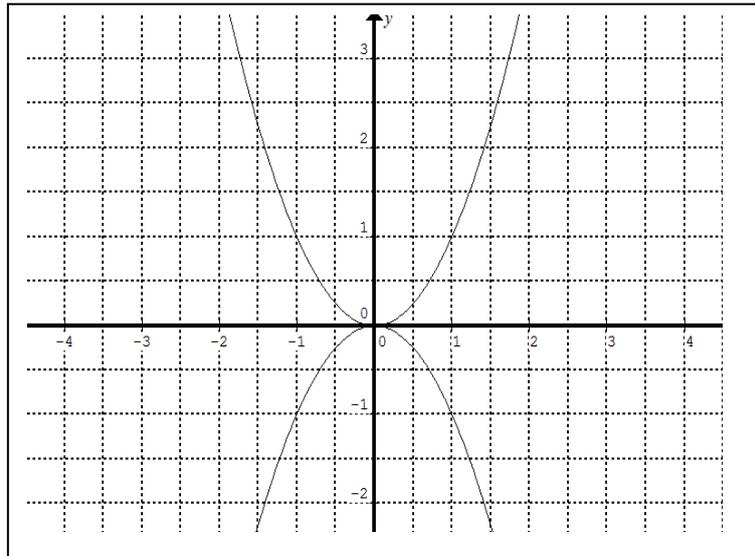
Figura 4 – Gráfico das funções: $y=x$ e $y=-x$.



Fonte: Glaucia Patricia Bravin de Sá

Na aula seguinte as acadêmicas relembrou todos os conceitos construídos anteriormente, e então começaram a inserir o conteúdo de função polinomial do 2º grau, onde foi explicado que para se escrever $y=x^2$ na forma da máquina era necessário escrever $y=x^2$, e também a testar o que aconteceria se trocasse o sinal do coeficiente angular (fig. 5).

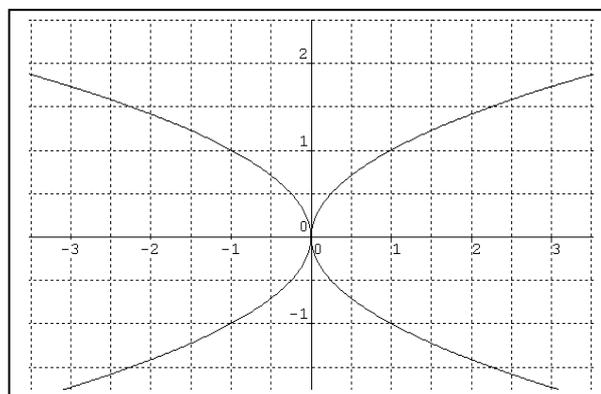
Figura 5 – Gráfico das funções: $y=x^2$ e $y=-x^2$



Fonte: Glauca Patricia Bravin de Sá

As acadêmicas também mostraram que o software aceita a inversão usando $x=y^2$ e $x=-y^2$ onde as parábolas tem como eixo simetria o eixo das abscissas, o que não acontece como na forma usual(fig.6).

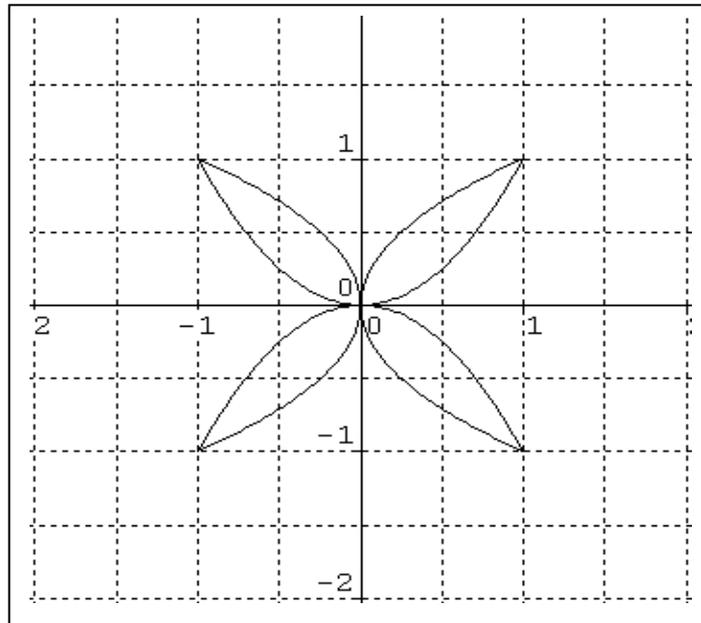
Figura 6: Gráfico das funções: $x=y^2$ e $x=-y^2$



Fonte: Glauca Patricia Bravin de Sá

Depois os alunos foram incentivados a construírem uma espécie de flor formada por quatro funções polinomiais do 2º grau, com centro no ponto (0,0), conforme figura 7.

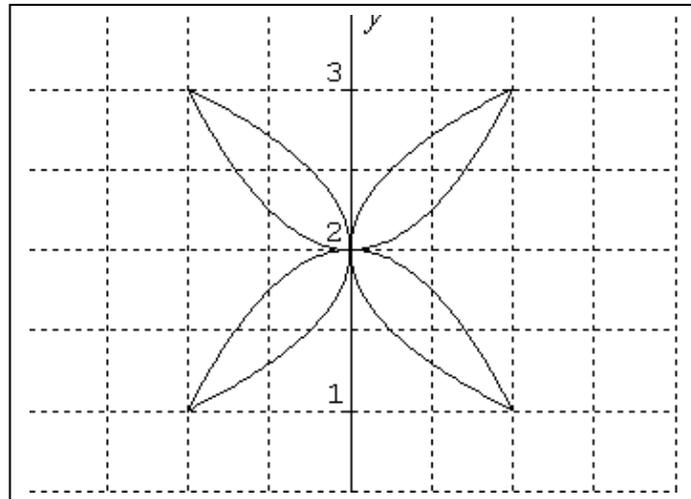
Figura 7 – Flor formada por funções quadráticas com centro na origem.



Fonte: Gláucia Patrícia Bravin de Sá

Depois que eles conseguiram, foram desafiados a trocar o centro desta flor para qualquer posição diferente da pedida inicialmente. E neste ponto conseguimos alcançar uma meta solicitada no PCN de Matemática, se ressalta a importância de que o aluno saiba comparar seus resultados com os de outros alunos, e os mesmos assim o fizeram. Na figura seguinte (fig. 8) temos a flor com o centro no ponto (0,2), que foi um dos exemplos apresentados pelos alunos.

Figura 8 - Flor formada por funções quadráticas com centro no ponto (0,2).

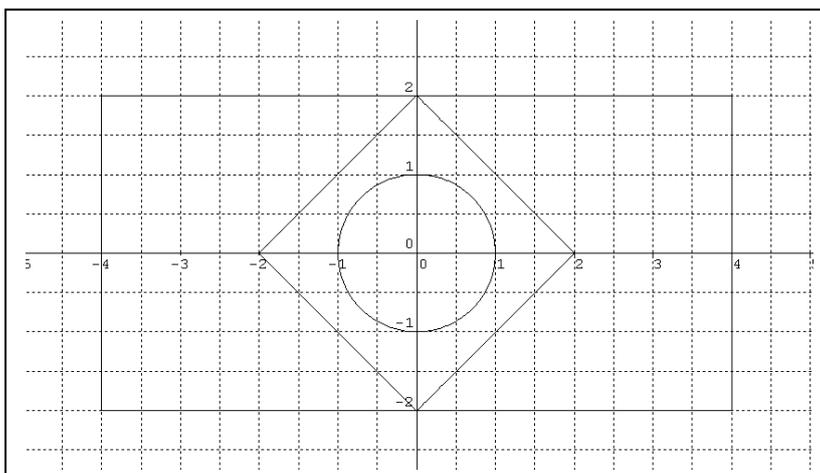


Fonte: Glaucia Patricia Bravin de Sá

Os alunos orientados pelas acadêmicas utilizaram o software para construírem gráficos de funções do 1º grau e do 2º grau proporcionando uma relação entre álgebra e geometria, usando o dinamismo da figura para estabelecer relações entre variáveis, pensar qualitativamente sobre esta relação.

Sendo que estes alunos eram instigados a construírem figuras a partir das funções, sendo que uma delas era a bandeira do Brasil que utilizava o conceito de função polinomial do 1º grau, função constante e a equação da circunferência de raio $r=1$ (fig. 9):

Figura 9 – Esboço da Bandeira do Brasil



Fonte: Glaucia Patricia Bravin de Sá

CAPÍTULO 4 - O DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

Na minha experimentação eu me apropriei do trabalho realizado pelas acadêmicas. Sendo que após todas as aulas elaboradas pelas mesmas sem a minha intervenção, em sala de aula o conteúdo de função do 1º grau foi explicado por mim, afim de determinar a sua lei algébrica e responder, através de cálculos, as observações qualitativas feitas nas aulas na STE.

Mas antes deste trabalho se iniciar a minha perspectiva era que os alunos ao usarem o software Graphmatica se sentissem estimulados ao usar algo novo, e dentro do conteúdo pertinente, pretendia que meus alunos conseguissem definir os dois tipos de funções, distinguir os tipos de gráficos e compreender a relação existente entre os conteúdos de geometria e funções.

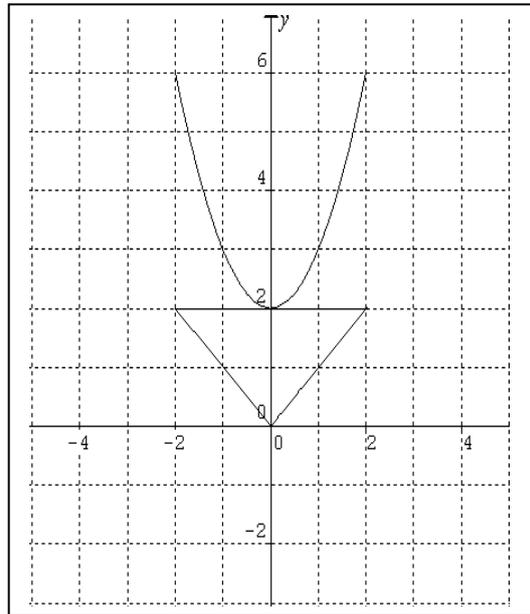
Foram também realizadas mais algumas aulas na STE para correção de exercícios feitos em sala de aula usando o software Graphmatica. E finalmente na última aula na STE foi aplicada uma atividade avaliativa onde a partir de uma figura geométrica os alunos, individualmente, tiveram que reconhecer quais as funções foram utilizadas para a construção da mesma.

4.1 Descrição da atividade

Como será observada, a utilização da tecnologia digital, e, de forma específica, o *software* educacional Graphmatica, foi uma atividade realizada com o objetivo de contribuir para conduzir uma investigação matemática. Essa atividade aplicada a todos os alunos foi única e teve o seguinte enunciado e se referia a figura 10:

Olhando a figura abaixo e a partir dos conhecimentos adquiridos com o Software Graphmatica, identifique as quatro funções plotadas na figura abaixo:
--

Figura 10 – Atividade Proposta



Fonte: Glaucia Patricia Bravin de Sá

E neste caso a experimentação se deu numa sala de aula com mais de 20 alunos frequentes, mas escolhemos seis alunos para fazer o nosso estudo. Escolhemos os que estiveram em todas as aulas que abordavam o conteúdo proposto.

Como sabemos em todo processo há falhas algumas delas previsíveis. Dessa forma é possível elaborar atividades suplementares para contribuir com o processo de depuração. Se o professor se prepara para isto e se fundamenta na perspectiva de que o erro contribui para a aprendizagem, as falhas do processo sejam na organização didática ou nas respostas dos alunos são fatores positivos.

Com relação ao desenvolvimento do trabalho existem alguns pontos que devem ser esclarecidos:

1º O assunto de função era um assunto novo para os alunos, portanto a expressão $y=x^2$ era desconhecida;

2º Não foi explicado para os alunos que ao registrarem manualmente eles deveriam fazer o registro na linguagem usual e não na linguagem do software. Para que o software entenda $y=x^2$ é necessário que o registro seja $y=x^2$. Com relação ao intervalo que delimita a parte do gráfico que queremos trabalhar e que usualmente se registra entre colchetes ([]), para o software é preciso registrar entre chaves ({ }).

Aqueles alunos que tinham alguma ideia do que ia acontecer, fizeram um número menor de tentativas, e dentre aqueles que não tinham ideia do que fazer, alguns fizeram várias tentativas até acertar, ainda que por aproximação, ou desistiram após algumas delas. Outros nem tentaram.

Neste trabalho analisaremos os trabalhos produzidos por seis alunos que não desistiram. Os alunos serão identificados por A1, A2, ..., A6.

Primeiro aluno:

O aluno A1 apresentou a seguinte resposta (fig. 11):

Figura 11 – Resposta do aluno A1

The image shows a rectangular box containing four lines of handwritten mathematical expressions. The first line is $y = x^2 + 2$. The second line is $y = x \{0, 2\}$. The third line is $y = -x \{-2, 0\}$. The fourth line is $y = 2$.

Fonte: Glaucia Patricia Bravin de Sá

O aluno A1 acertou a função quadrática, a função constante, mas supostamente ele não se deu conta que a figura estava limitada. A evidência disto é a ausência do registro dos intervalos. Acertou as outras duas funções, mesmo usando a linguagem da máquina para escrever os intervalos.

Supomos que o aluno A2(fig. 12) tenha pensado que eram duas figuras, pois separou em itens a e b. A função quadrática foi identificada corretamente e o mesmo aconteceu com a função constante também está correta, sendo que ele escreveu duas vezes, uma vez sem o intervalo e outra com o intervalo, pode ter sido uma falta de atenção. As funções polinomiais do 1º grau ela também acertou, mas se confundiu ao registrar os intervalos, acredito que ela pensou que por formar um triângulo com a função constante, o intervalo seria o mesmo desta outra função.

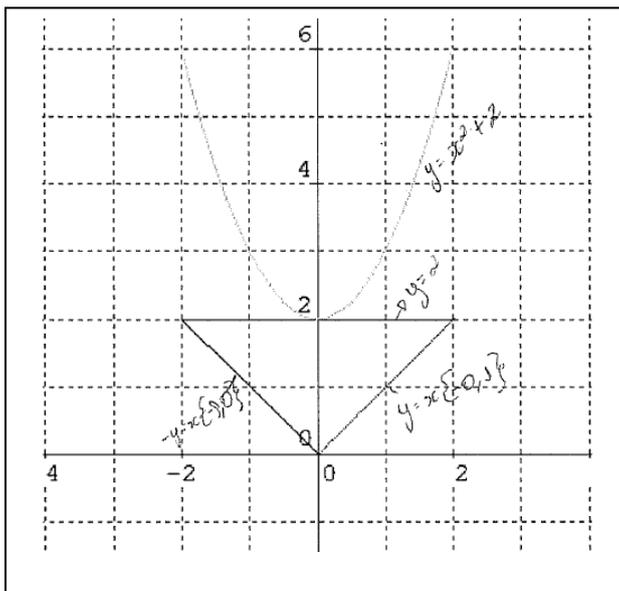
Figura 12 – Resposta do aluno A2

$$\begin{aligned}
 a) & y = x^2 + 2 \{-2, 2\} \text{ Parábola} \\
 b) & y = x \{-2, 2\} \\
 & y = -x \{-2, 2\} \\
 & y = 2 \\
 & y = 2 \{-2, 2\}
 \end{aligned}$$

Fonte: Gláucia Patrícia Bravin de Sá

O aluno A3 também registrou como se a função quadrática e a constante fossem infinitas, mas acertou os coeficientes destas funções. Mas foi incerto ao colocar os intervalos das funções polinomiais do 1º grau, e outro ponto que me chama a atenção é a forma como ele registrou a função $-y=x$ e não $y=-x$, ele usou uma forma aceitável para o software, e não a forma usual, faltou a sistematização (fig. 13).

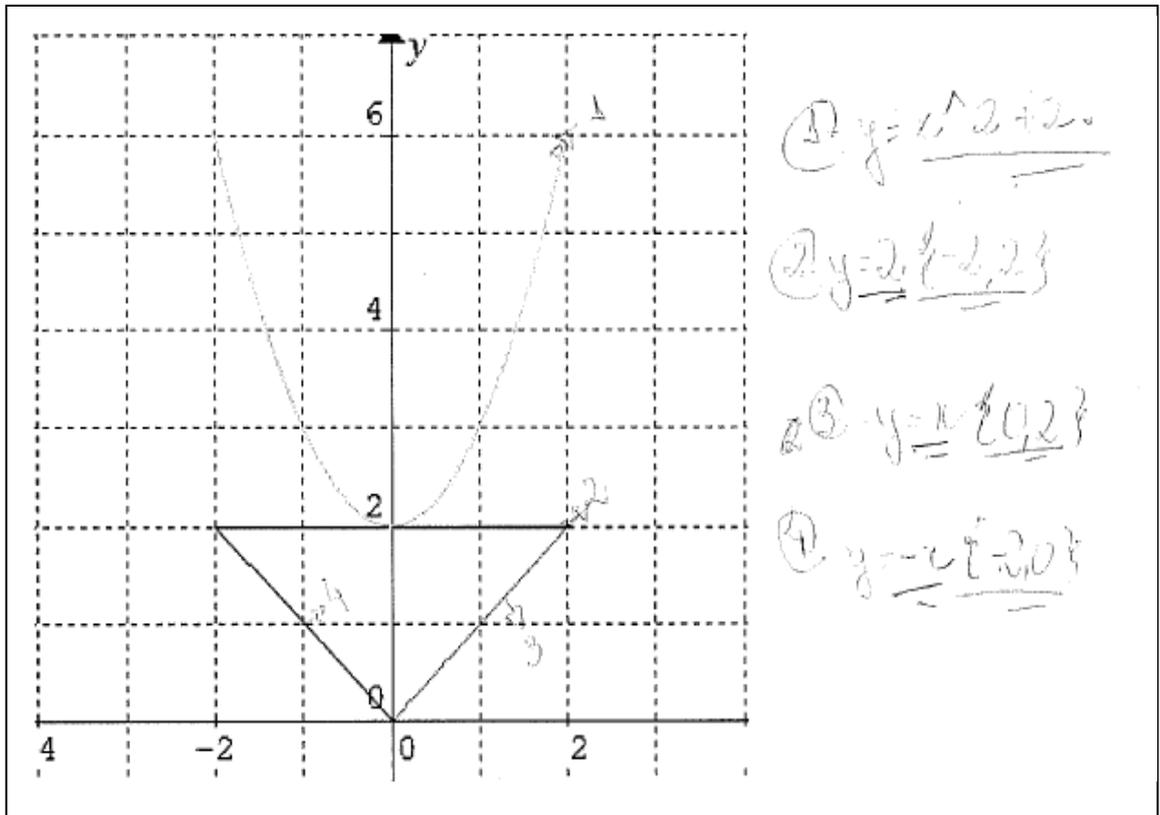
Figura 13 – Resposta do aluno A3



Fonte: Gláucia Patrícia Bravin de Sá

O aluno A4 acertou todas as funções, sendo que nos intervalos colocou chaves, forma usual do software, e não colchetes como na forma usual, mas esqueceu-se do intervalo da primeira função, possivelmente acreditando ela ser uma função infinita (fig. 14).

Figura 14 – Resposta do aluno A4

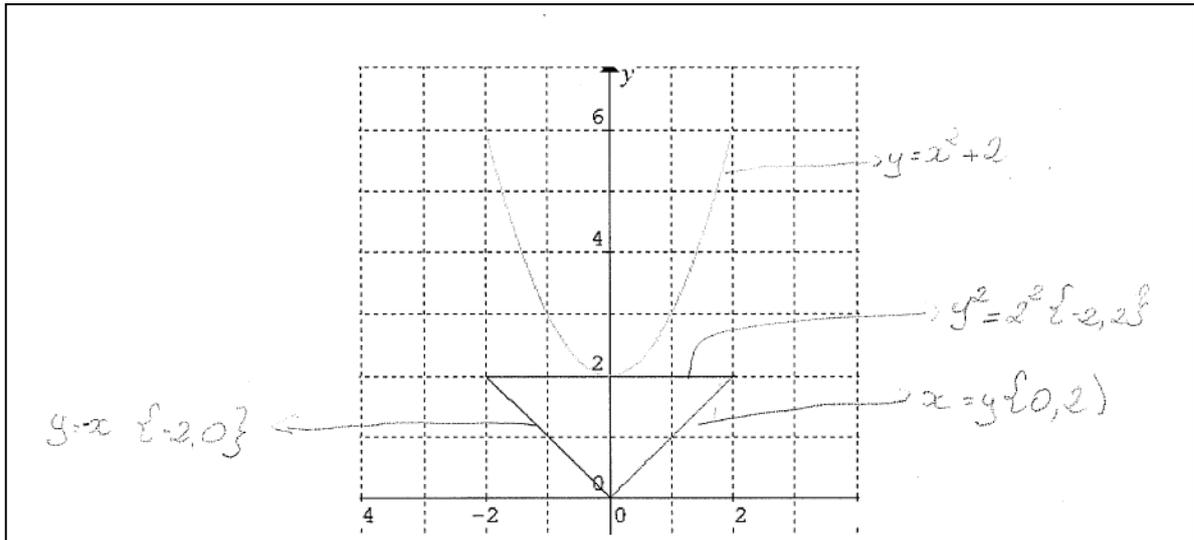


Fonte: Glaucia Patricia Bravin de Sá

O aluno A5 provavelmente usou o Graphmatica para validar seu pressuposto, e depois que ele fez a validação ele foi escrever a fórmula da função. Faltou sistematização, pois usualmente é $y=x$ e não $x=y$, fica aqui um alerta pra quem vai usar o Graphmatica para fazer a sistematização. Antes do encerramento de qualquer atividade se deve fazer uma sistematização, neste caso pode ser pelo motivo que as acadêmicas eram inexperientes, ou falta de tempo, pois foram poucas aulas.

O interessante é que ele acertou os intervalos, mesmo usando chaves ao invés de colchetes, pois usou a forma da máquina, sendo que o programa é feito em inglês, e na função quadrática não colocou o intervalo, pode ter achado que era infinita a função (fig.15).

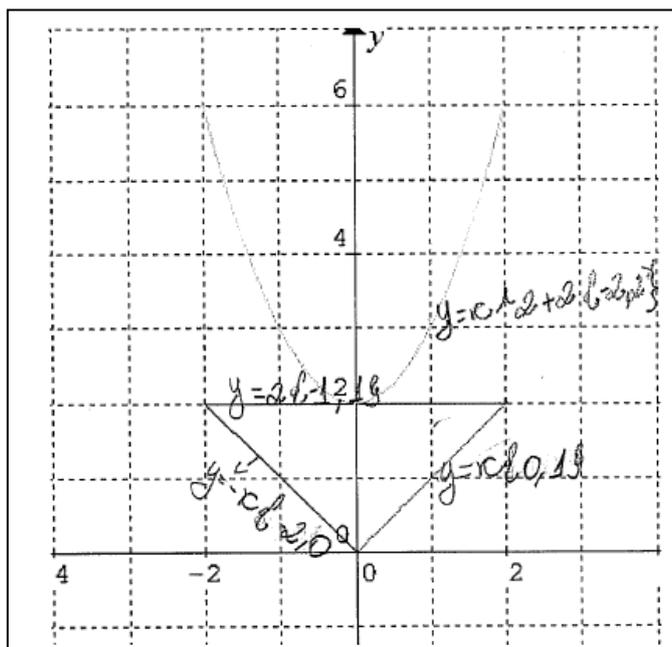
Figura 15 – Resposta do aluno A5



Fonte: Glauca Patricia Bravin de Sá

O aluno A6 mesmo utilizando o Graphmatica para validar suas respostas errou na transcrição de dois intervalos, não sei se por falta de atenção ou outro motivo. Um fato interessante é que ela utilizou $y = x^2 + 2$, como no software, e não $y = x^2 + 2$, que é a forma usual, também faltou sistematização (fig. 16).

Figura 16 – Resposta do aluno A6



Fonte: Glauca Patricia Bravin de Sá

4.2 A Análise a Posteriori e Validação

As investigações que recorrem à experimentação em sala de aula, muitas vezes, incluem uma avaliação externa de grupos experimentais ou grupos de testemunho diferentes, para verificar sua validade. Segundo Artigue (1996), na Engenharia Didática, a validação é essencialmente interna, fundada no confronto entre a análise a priori e a análise a posteriori. Para esta autora, o confronto destas duas análises, consiste em investigar aquilo que foi considerado nas hipóteses e que, na prática, sofreu distorções, deixando de ser válido. E esta prática do aluno validar seus procedimentos, também está presente no PCN de Matemática.

E levando em conta a experiência, se este conteúdo tivesse sido trabalhado na forma clássica de ensinar, seguindo o livro didático, o estudante não teria estudado: a função com o enfoque nos intervalos do domínio, a função constante não seria explorada e a variável y em função da variável x .

Um ponto importante da nossa pesquisa foi o desenvolvimento da capacidade de análise, pois a partir da atividade proposta pode se perceber que os estudantes souberam fragmentar a figura proposta para descobrir as funções que definiram cada uma de suas partes.

A maioria deles conseguiu identificar as quatro funções nos seus respectivos intervalos, tais como:

$$y = x \text{ definida em } [0,2]$$

$$y = -x \text{ definida em } [-2,0]$$

$$y = 2 \text{ definida em } [-2,2]$$

$$y = x^2 + 2 \text{ definida em } [-2,2]$$

Nesta etapa avaliamos a experiência como um todo, para isso analisando as atividades, e podemos concluir que a maioria dos objetivos foi alcançada. De uma forma geral, todos os alunos da turma estavam presentes em todas as aulas, mostrando-se interessados, sempre participativos, envolvidos com as atividades, questionando as estagiárias e a professora regente e interagindo com os colegas.

Após a análise a priori, a experimentação e a análise a posteriori, podemos afirmar que o trabalho realmente foi válido. Supomos que, dessa forma, podemos trabalhar a relação existente entre geometria e funções com o auxílio de um software.

O uso do Graphmatica facilitou na rapidez da construção dos gráficos e também proporciona o desenvolvimento de um processo investigativo dentro e sala de aula. A base teórica que utilizamos nessa pesquisa revelou-se de grande valia, mostrando que utilização do software proporciona maior envolvimento e melhor compreensão do tema abordado.

Embora sabendo que a prática da tentativa para obter os resultados foi muito utilizada pelos alunos, e que essas tentativas foram muito importantes para nossa pesquisa, a falta de teorização foi um problema muito claro. Pois não é necessário começar pela teoria, o problema é terminar sem ela. A teoria é o que dá sentido à prática, e evita que se faça experimentações infinitas e a teoria pedagógica norteia uma prática visando um determinado fim.

Nas considerações finais retomaremos os conceitos até aqui expostos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As acadêmicas não tinham em mente uma pesquisa, mas realizar uma experiência; uma experiência que poderia contribuir para o aprendizado delas próprias se orientada por uma teoria. Seja a teoria dos ciclos de aprendizagem de Valente ou das etapas da Engenharia Didática.

Não foi possível explicar função polinomial do 2º grau, pois esse projeto foi executado no 4º bimestre de 2011, época do ano em que ocorrem alguns feriados e nesse ano coincidiu ainda a ocorrência de uma avaliação externa. Dessa forma o tempo disponível para realização de atividades foi diminuído e o nosso trabalho não foi realizado a contento.

Mas na nossa perspectiva o Graphmatica foi de grande valia, pois, com a sua utilização conseguimos alcançar metas estabelecidas inicialmente. Consideramos, no entanto que este projeto deve ser reavaliado, reformulado e executado novamente.

Este projeto evidenciou que um software educacional pode auxiliar alunos e professores na construção de conhecimentos. O ensino clássico centrado na memorização de fórmulas e exercícios repetitivos, ou seja, reprodução de passos direcionados pelo professor, nos parece desgastado.

A prática docente utilizada neste projeto deu oportunidade para que os alunos construíssem o conceito de função polinomial utilizando um novo modelo de abordagem de conteúdo. Começaram o estudo das funções e das formas geométricas sem definições prévias. Dessa forma o trabalho realizado com o Graphmatica, contribuiu para o estudo, construção e análise de gráficos de funções polinomiais de 1º e 2º graus e suas leis de formação. Verificou-se que houve avanços no aprendizado dos conceitos básicos de função fato este observado através da resolução da atividade proposta, que foi resolvida com facilidade por aqueles que participaram de todas as aulas.

Como se observa a utilização de computadores, assim como o software educacional Graphmatica, foi realizada de forma a contribuir com o aprendizado matemático dos alunos, levá-los à atribuição de significados próprios e validação dos resultados.

Foi percebido que o uso de tecnologias, aliado ao esforço do professor, proporciona um ambiente pedagógico dotado de inovações e experiências.

Portanto, é necessário que as escolas tenham um projeto político-pedagógico que valorize a utilização dos recursos tecnológicos no aprendizado de seus alunos, e também é preciso que os professores mudem suas práticas pedagógicas. O sistema educacional clássico pode ser substituído sem prejuízo para o aprendizado do aluno.

Esperamos que esta experiência sirva como um incentivo para os professores de matemática no que diz respeito quanto à utilização das tecnologias da informação e da comunicação e, de forma especial, o Graphmatica, revelou-se um bom aliado do professor e do aluno.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, Michèle. **Ingénierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol. 9, n°3. La Pensée Sauvage, 1990.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. . Brasília : MEC /SEF, 1998.

CASTRUCCI, Benedicto, **A conquista da Matemática**, 9º ano, - Ed. Renovada, São Paulo: FTD, 2009.

PONTE, João Pedro da; BROCADO, Joana; OLIVEIRA, Hélio. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

SED. Secretaria Estadual de Educação de Mato Grosso do Sul. **Referencial Curricular**. Campo Grande, MS: Imprensa Oficial, 2012.

VALENTE, José A., Pátio - **Revista Pedagógica**, Editora Artes Médicas Sul, Ano 1, Nº 1, pp.19-21.

VALENTE, José Armando. **A espiral da espiral de aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação**. Cap 4. Campinas, SP, 2005.

<http://ticparaensinodeciencias.webnode.com.br/news/paulo-freire-seymour-papert/> acesso em 03/04/2012

<http://www.geometriadinamica.kit.net/Graphmatica.htm> acesso em 26/04/2012