

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL**  
**UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE NOVA ANDRADINA**  
**CURSO MATEMÁTICA, LICENCIATURA**

**UMA ANÁLISE DO CONCEITO DE FUNÇÕES DE SEGUNDO  
GRAU NA ÓTICA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS**

**MARISANGELA PEREIRA DOS SANTOS**

**Nova Andradina –MS**

**2016**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL**  
**UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE NOVA ANDRADINA**  
**CURSO MATEMÁTICA, LICENCIATURA**

**UMA ANÁLISE DO CONCEITO DE FUNÇÕES DE SEGUNDO  
GRAU NA ÓTICA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Graduação, licenciatura em matemática, da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em matemática sob a orientação do Prof. Dr. **Sonner Arfux de Figueiredo.**

**MARISANGELA PEREIRA DOS SANTOS**

**Nova Andradina –MS**

**2016**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL**  
**UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE NOVA ANDRADINA**  
**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**UMA ANÁLISE DO CONCEITO DE FUNÇÕES DE SEGUNDO  
GRAU NA ÓTICA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS**

**MARISANGELA PEREIRA DOS SANTOS**

**BANCA EXAMINADORA**

---

**Orientador: Prof. Dr. Sonner Arfux de Figueiredo**

---

**Prof. Dr. Jose Felice**

---

**Profª. Meª. Sandra Albano da Silva**

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente agradeço a Deus pela oportunidade de um recomeço na minha vida, por restituir os meus sonhos e sempre estar comigo nas horas difíceis.

Aos meus pais Geraldo e Denizia pelo amor a mim dedicado.

A minha filha Milena e seu esposo Marcio que me apoiaram ao longo do caminho. E toda minha família por acreditar no meu potencial.

Ao meu esposo Claudio pelo amor, carinho e compreensão que me incentivou nos momentos de desânimo não me deixando desistir.

A Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul que possibilitou a realização de um grande sonho. A minha amiga Grazieli que me ajudou na aplicação da atividade.

Ao meu orientador Prof. Dr. Sonner Arfux de Figueiredo, uma pessoa especial que me acompanhou desde o primeiro ano, me incentivando na minha jornada acadêmica.

Aos amigos que me ajudaram ao longo desses anos, a todos os professores com os quais tive o privilégio de estudar e aos funcionários da instituição.

Enfim a todos meu muito obrigado.

“Mesmo quando tudo parece desabar, cabe a mim decidir entre rir ou chorar, ir ou ficar, desistir ou lutar; porque descobri no caminho incerto da vida, que o mais importante é o decidir”.

(Cora Carolina)

**SANTOS M. P. UMA ANÁLISE DO CONCEITO DE FUNÇÕES DE SEGUNDO GRAU NA ÓTICA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS (Trabalho de Conclusão de Curso) UEMS - Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. Nova Andradina – MS. 2016.**

## **RESUMO**

**Este trabalho de conclusão de curso discute os resultados de uma investigação no conteúdo de funções do segundo grau envolvendo acadêmicos de um curso de licenciatura em Matemática. Para atender ao objetivo, utilizamos uma atividade para verificar os esquemas elaborados na construção de um conceito num processo durante a sua formação em licenciatura de matemática uma pesquisa de método qualitativo, com técnica de análise documental. No trabalho escolhemos apresentar a análise de parte de uma sequência didática em uma resolução de tarefas matemáticas que foi desenvolvida com acadêmicos do 4º ano de uma Universidade pública estadual de Mato Grosso do Sul, que teve por objetivo fazer levantamento dos conhecimentos prévios dos acadêmicos. Como suporte teórico, foi utilizada a Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud, o qual acredita que o conhecimento é organizado em campos conceituais. O foco da análise foi verificar os esquemas elaborados pelos acadêmicos na resolução dos problemas propostos, procurando reconhecer os invariantes operatórios envolvidos, ou seja, os “conceitos-em-ação” e os “teoremas-em-ação”, verdadeiros e falsos, possíveis de serem construídos pelos licenciandos na resolução dos problemas. A análise dos resultados evidenciou que os estudantes não dispunham dos invariantes operatórios necessários naquele momento para resolução das situações propostas. Ao final tecemos algumas considerações que vislumbram propor indicativos para o ensino deste conteúdo matemático.**

**PALAVRAS-CHAVE: Funções do Segundo Grau, Invariantes Operatórios, Licenciatura em Matemática.**

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	8
1. FUNDAMENTAÇÃO TEÒRICA .....	10
1.1. A teoria dos campos conceituais .....	10
1.2. A teoria dos campos conceituais, o ensino de ciências e a pesquisa nessa área.....	12
1.2.1. Conhecimento Prévio / Aprendizagem significativa.....	12
1.3. Campos conceituais .....	13
1.4. Invariantes operatórios .....	18
2. MATERIAIS E MÉTODOS.....	21
2.1. A Investigação .....	21
2.2. A atividade proposta.....	24
3. DISCUSSÃO E ANÁLISE .....	27
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	32
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	33

## INTRODUÇÃO

Chama-se função quadrática ou função polinomial do segundo grau de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  dada pela lei de formação  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . o estudo da função do segundo grau é muito importante dentro da matemática e sua parábola pode ser encontrada também em física, química e biologia. Seus estudos iniciam-se no nono ano do ensino fundamental. Sendo esta parte essencial para a continuação dos estudos de outras funções no ensino médio.

De uma forma simples podemos afirmar que toda relação  $f(x) = ax^2 + bx + c$  com  $(a \ b \ c)$  números reais e  $(a)$  diferente de zero. Sendo da forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$  a função pode se apresentar de formas diferentes sendo completa ou incompleta, porem seu gráfico é sempre uma parábola. Digamos que esse tipo de função possui alguns pontos notáveis, como as raízes da função que são os pontos de intersecção da parábola com o eixo  $Ox$ , que é encontrado atribuindo o valor zero para a variável  $y$ , o ponto de intersecção da parábola com o eixo  $Oy$  que encontramos atribuindo o valor zero para a variável  $x$ , também temos o vértice da parábola onde encontramos o ponto de máximo e o ponto de mínimo da parábola.

A nossa atividade proposta trouxe o estudo da função do segundo grau somente a esses pontos, porem no primeiro ano do ensino médio seu estudo é um pouco mais aprofundado. Os professores utilizam textos e argumentos como: Sabe-se que um certo ângulo de tiro, a altura  $y$  é atingida por uma bala, em metros em função do tempo  $x$  em segundos que é dada por uma certa função. Qual a altura máxima da bala? Em quanto tempo a bala atingiu a altura máxima? Assim os professores fazem suas contextualizações, sabendo os pontos notáveis os alunos conseguem resolver o exercício.

Neste trabalho queremos mostrar uma concepção construtiva que se dá ao longo dos anos estudando o mesmo conteúdo, neste caso a função do segundo grau. Usando a teoria de Vergnaud (1996) definimos campos conceituais, como um conjunto de situações e problemas que requer o domínio de algumas naturezas para chegar a uma resolução. Também definimos conceito, como um conjunto de formulação de ideia e pensamento. Situação ficou definida como tarefas de várias naturezas. Esquema define se como a organização invariante do comportamento para algumas situações.



No primeiro capítulo temos um suporte teórico da teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990), que trata dos conceitos e teoremas em ação, onde há uma relação dialética entre conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, uma vez que conceitos são ingredientes de teoremas e teoremas são propriedades que dão aos conceitos seus conteúdos. Em aprendizagem significativa podemos observar que a interpretação de algumas palavras por terem mais de um significado, conduz o sujeito ao erro.

No capítulo seguinte, em materiais e métodos temos uma descrição de uma pesquisa qualitativa, contando com a participação dos acadêmicos do quarto de licenciatura do curso de matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, unidade de Nova Andradina.

E finalmente apresentamos uma análise em que verificamos os esquemas construídos pelos licenciandos na resolução do problema proposto, contudo, é importante não confundir modelos mentais com esquemas de assimilação. Para Vergnaud, os invariantes operatórios (teoremas e conceitos-em-ação) são componentes essenciais dos esquemas e apontamos na fundamentação teórica em de dizer que os modelos mentais contêm proposições e sinais ("tokens") que podem ser interpretados como invariantes operatórios, mas, ainda assim, modelos mentais e esquemas são construtos distintos.

Ainda em nossa investigação apresentamos a função do segundo grau, sua origem e evolução, contextualizamos com ilustrações e uma explanação do comportamento do gráfico da mesma. Em atividade proposta apresentamos uma função e os passos seguintes para sua resolução. Na análise temos fotos das atividades resolvidas pelos acadêmicos onde podemos observar que os invariantes operatórios são construídos porem nem todos conseguem aplicar. Sendo este o motivo que nos levou a estudar esta questão.

# 1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

## 1.1. A teoria dos campos conceituais

Para Gérard Vergnaud (1996), a teoria dos campos conceituais é uma teoria psicológica cognitivista que estabelece que o ponto central do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização do verdadeiro. Ele acredita que o conhecimento obtém sua organização em campos conceituais e que o sujeito somente dominará depois de um longo tempo de aprendizagem. A formação do campo conceitual é dada por um grupo de situações compostas por várias naturezas (conceitos, relações, estrutura) ligadas umas às outras adquiridas no tempo de aprendizagem. Campo conceitual também pode ser definido como um grupo de situações que para dominá-la é necessário o entendimento de muitos conceitos.

Sendo as situações que dão aceção aos conceitos, então podemos dizer que campos conceituais é um grupo de situações. É com muitas situações que se obtém a aceção do conceito, mas não a encontramos em uma situação própria, nem em palavras nem em símbolos. A aceção é dada através da relação do sujeito com situação e as representações simbólicas. Certamente são os esquemas, as ações e suas organizações que vem à mente do sujeito por uma situação ou representação simbólica que formam a aceção dessa situação ou representação simbólica para o sujeito.

Vergnaud (1996) aponta que os esquemas referem à situação, portanto deveríamos pronunciar interação esquema-situação e não interação sujeito-objeto. Esquema tem como matéria prima fundamental conceito-em-ação e teorema-em-ação que formam a parte conceitual dos esquemas, os conhecimentos que os esquemas possuem. Tal conhecimento é subentendido e o sujeito não consegue transmiti-lo, porem esse conhecimento pode ser transmitido. Com a ajuda do professor pode se transformar conceito-em-ação e teorema-em-ação em verdadeiros teoremas e conceitos científicos, durante a explicação do conhecimento subentendido. A qualidade do conhecimento aumenta se gerar um debate, uma proposição subentendida não gera tal debate.

Em um mapa conceitual ou diagrama podemos ver a teoria de Vergnaud com seus principais conceitos e inter-relações. O mapa explica a relação entre conceito, situações, esquemas e representações simbólicas.

Observamos que ainda que distanciando de Piaget (1977), Vergnaud ao estudar a função cognitivista do sujeito-em-situação, não observa com cuidado as operações lógicas gerais e as estruturas gerais do pensamento tendo como modelo o conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do conhecimento, vemos que a teoria de Vergnaud tem fundamentação piagetiana que observamos na importância que conceito e esquema têm nesta teoria.

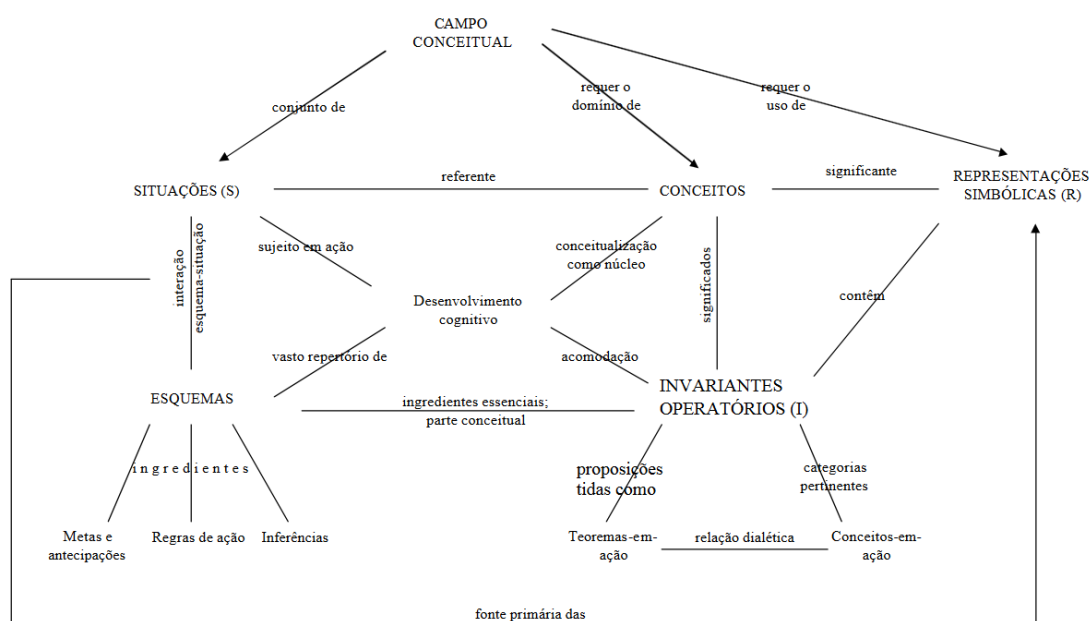


Figura 1: Teoria dos Campos Conceituais.  
Fonte: adaptado Vergnaud, 1996.

Por considerar o professor intermediário no processo de aprendizagem do domínio do sujeito do campo conceitual vemos influencia vygotskyana. Seu objetivo é ajudar o sujeito a desenvolver seu conjunto de esquemas e representações. Esquemas novos não podem ser produzidos sem novos invariantes operatórios. O professor faz uso de linguagem e símbolos no processo de acomodação.

Na teoria dos campos conceituais, o desenvolvimento cognitivo depende fortemente da situação e da conceitualização específicas. O autor entende que a situação é uma tarefa, teórica ou empírica, a ser realizada pelo sujeito. Segundo Vergnaud:

O saber se forma a partir de problemas para resolver, quer dizer, de situações para dominar. [...] Por problema é preciso entender, no sentido amplo que lhe atribuí o psicólogo, toda situação na qual é preciso descobrir relações, desenvolver atividades de exploração, de hipótese e de verificação, para produzir uma solução (VERGNAUD, 1990, p. 52).

Sendo assim, Vergnaud, ao contrário de Piaget, apud (BRUN, 1996), não procura construir uma teoria geral para o desenvolvimento, busca, relacionar o desenvolvimento do sujeito com as tarefas que este é levado a resolver. Nota-se que, para ele, a cognição possui um componente fortemente situado nas situações. O autor afirma que o processo de desenvolvimento cognitivo, por ser fortemente dependente das situações a serem enfrentadas pelo sujeito, tem como cerne a construção de conceitos, ou seja, a conceitualização.

## **1.2. A teoria dos campos conceituais, o ensino de ciências e a pesquisa nessa área.**

A teoria de Vergnaud (1996) tem sido usada como modelo na educação matemática. Pois ela tem foco nas estruturas aditiva e multiplicativas o que alimenta sua teoria, contudo ela não tem apenas relação com a matemática então devemos divulgá-la entre professores e pesquisadores em ciências.

### **1.2.1. Conhecimento Prévio / Aprendizagem significativa**

A teoria dos campos conceituais realça que a aprendizagem é formada pelas situações e problemas e podem ser dominados, porque possui particularidades contextuais. Formando então concepções através da dominação das primeiras situações ou de algumas experiências que tentamos mudá-las. Digamos que exista um espaço entre os invariantes que o sujeito edifica na interação com os meios e os invariantes que formam o conhecimento científico.

Em consideração as concepções científicas, as primeiras concepções do sujeito são analisadas como erros, concepções inocentes. Vergnaud acredita que este jeito de adquirir o conhecimento inicial estabelece ao sujeito iniciante como defeituoso em relação ao sujeito avançado. Também que esta maneira de tratar esse assunto é imprópria em relação ao desenvolvimento cognitivo. Sendo mais proveitoso avaliar o

sujeito como um sistema de atividade com eficiência para garantir seu processo cognitivo.

O fato de o sujeito confundir o significado de algumas palavras usadas em ciências, com as palavras cotidianas, interfere na formação correta das concepções, formando então concepções erradas, sem saber que a mesma palavra possui significados diferentes em cada ciência, porém o sujeito não percebe a diferença.

As suposições que o sujeito faz para responder certas questões como, por exemplo, explique, justifique e interprete, possuem alguns fatores em comum, pois tem seu foco em características que se pode perceber que tem relação com acontecimentos das situações (ações, movimentos, mudança no aspecto) narra as partes da situação em termos de suas propriedades e funções, adquirem de modo sem correspondência as interações entre as partes da situação. Esta maneira de entender é fundamental, do tipo relacionado a evento, diferente do tipo conceitual utilizado no campo das ciências, que é impróprio e repetidamente trazem previsões erradas.

As insistências nestas concepções alternativas, até mesmo em estudantes de cursos científicos progredidos, recebem muitas interpretações, contudo Vergnoud discute que no sistema de percepção visual possui um papel importante na criação do conhecimento pelo sujeito. Porém poucos estudos são feitos sobre o assunto. É dado como exemplo que alguns erros cometidos se dão pelo fato do sujeito encontrar situações ainda não vista; outra dificuldade é que cientificamente são feitos usos de identidades que não são de fácil acesso sensorialmente.

As primeiras concepções do sujeito contem teoremas e conceito-em-ação que são falsos, mas que para eles podem ter transformações significativas, porém o intervalo entre os invariantes operatórios e os conhecimentos científicos é enorme, por isso é que as transformações significativas podem demorar muito tempo para ocorrer.

### **1.3. Campos conceituais**

Campo conceitual é definido por Vergnoud (1996), como um conjunto de problemas e situações que devemos tratar com conceitos, procedimentos e apresentações diferentes, porém relacionados. Ele também define campos conceituais como um conjunto de situações, que requer o domínio de várias naturezas. Dado como

exemplo o campo das multiplicações são necessárias situações problemas de várias proporções simples, uma divisão ou uma combinação das operações a serem analisadas para chegar a uma resolução.

Existem muitos conceitos matemáticos relacionados com o campo conceitual da multiplicação e no raciocínio necessário para resolver algumas questões. Também no campo conceitual da adição requer uma subtração ou uma combinação das operações. Como podemos ver a definição de campo conceitual é mais compreensiva durante o tempo em que se adquire o conhecimento.

Para Vergnaud (1996) um conceito não se forma apenas com uma situação, uma situação não pode ser analisada apenas com um conceito, a construção de um conceito é um processo que leva até mesmo anos para ser construído sendo analisados concepções, situações e procedimentos.

Em sua teoria, Vergnaud (1996) refere-se a campos conceituais porque, para ele, um conceito depende de várias situações e uma situação depende de um conjunto de conceitos, pois uma situação, como já foi dito, não se forma a partir de um único conceito.

Segundo Vergnaud (1996), um conceito é a reunião de três conjuntos:

- conjunto das situações que dão sentido ao conceito;
- conjunto de invariantes operatórios (objetos, propriedades e relações) de que o indivíduo fará uso para compreender as situações (o significado do conceito);
- conjunto das representações simbólicas (linguagem natural, símbolos, gráficos, diagramas) que o indivíduo utilizará para representar o conceito, as suas propriedades e as situações (o significante).

Para estudar o desenvolvimento e o funcionamento de um conceito, é necessário considerar simultaneamente os três conjuntos.

O conceito de situação, conforme Vergnaud (1996) está associado ao sentido de tarefa, isto é, uma situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, sendo importante conhecer a sua natureza e as dificuldades próprias. O desempenho em cada sub-tarefa é importante para o desempenho final, ou seja, o

fracasso em uma subtarefa implica o fracasso global, mas a dificuldade de uma tarefa não é constituída pela soma ou multiplicação das dificuldades de cada subtarefa. Portanto, são as situações que dão sentido aos conceitos.

De acordo com Vergnaud (1996), o sentido é uma relação do sujeito com as situações e os significantes, ou seja, são os esquemas evocados. Como exemplo, o autor cita que o sentido da adição para um sujeito é o conjunto dos esquemas de que ele pode se utilizar diante das situações a serem confrontadas e implicam a ideia de adição, assim como o conjunto de esquemas que ele pode pôr em prática para operar sobre os símbolos numéricos, algébricos, gráficos e de linguagem, que representam a adição.

Para isto, o autor acredita que a conceitualização é fundamental para o desenvolvimento cognitivo. Tem se também outros campos conceituais importantes relacionados com da multiplicação e adição, como deslocamentos, transformações espaciais, relações entre tempo, velocidade e distância, aceleração e força e outros.

Esses campos podem ser usados uns para compreender os outros, lembrando que não podemos confundir um com o outro e sendo impossível de serem estudados separadamente porem considerados distintos. Sendo a conceitualização fundamental para o desenvolvimento cognitivo destaca-se uma atenção especial aos aspectos conceituais nos quais os aprendizes desenvolvem na escola ou na vida real, nos levando aos campos conceituais.

**Conceitos:** para uma definição eficiente de conceito, podemos considerar como um conjunto de formulação de ideia e pensamento. Porém Vergnaud define como um grupo de três conjuntos, o primeiro é um conjunto de situações, o segundo um conjunto de objetos, propriedades e relações usados para analisar as situações, o terceiro um conjunto de linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, que são símbolos que podem ser usados para representar e organizar as situações (significantes).

Para compreender o progresso e uso de um conceito temos que nos atentar aos três conjuntos ao mesmo tempo durante o processo de aprendizagem. Por isso utilizamos os campos conceituais.

**Situações:** o conceito de situação expressado por Vergnaud não é de situação didática, porem de tarefa, uma situação mais complicada pode ser observada como um

ajuste de tarefas, lembrando que temos que conhecer as dificuldades e natureza de cada tarefa, pois cada tarefa envolvida pode impedir o desenvolvimento de todo o conjunto.

Para o autor em questão o conceito de situação vem do processo cognitivo usado e respostas fornecidas pelo sujeito de acordo com a situação ocorrida. Ele também cita variedades e história para dar ênfase à ideia de situação. Um campo conceitual é dado por várias situações, tendo em vista o desenvolvimento do conhecimento do aluno o qual é formado pelas primeiras situações dominadas que dão forma ao conceito que se quer aprender.

Vamos ver o conceito de esquema em seguida chegaremos ao conceito de invariante operatório.

**Esquema:** é chamado de esquema a organização invariante do comportamento para algumas situações. É nos esquemas que buscamos o conhecimento que faz com que a ação seja operatória.

Quem introduziu o conceito de esquema foi Piaget (1977), como uma forma de organização das habilidades sensório-motoras e das habilidades intelectuais. Um esquema forma ações contendo regras, porém não é fixa, pois cada ação depende da situação em que se encontra o sujeito. Um esquema gera uma sequência de ações dependendo de cada situação.

Tipos de esquema, perceptivo-gestuais, por exemplo, contar objetos, esquemas verbais como fazer um discurso e esquemas sociais como gerar um conflito. Vergnaud acreditava que os esquemas se referem a situações e que deveria se usar esquema-situação do que objeto-sujeito que usava Piaget. Observando então que o desenvolvimento cognitivo é base de tudo, essencial na criação dos conjuntos de esquemas. Estes conjuntos atingem áreas diferentes na atividade humana que quando analisada a competência profissional encontramos uma relação com as competências técnicas e científicas com as competências sociais e afetivas. Devendo a educação ajudar no desenvolvimento do sujeito nos conjuntos de esquemas e não permitindo que esses esquemas transformem em algo fixo e perturbador.

A definição de esquema precisa ser mais especificada Vergnaud (1996), chama isso de ingredientes dos esquemas, primeiramente metas e antecipações onde o sujeito percebe ver o objetivo da sua atividade, efeito e evento. Segundo ingrediente regras de



ação do tipo “se... então”, parte que gera o esquema buscando controle e resultados das ações. Terceiro ingrediente invariante operatório teorema e conceitos em ação que conduz o conhecimento do sujeito, que admiti ter informações para deduzir a meta a atingir as regras e ações necessárias. Quarto ingrediente possibilidades ou inferência que permite atitudes imediatas através dos três primeiros ingredientes na situação enfrentada pelo sujeito.

Referente a situações os esquemas diferenciam - se entre as classes de situações, que o sujeito dispõe ou não das competências necessárias para tomar atitudes imediatas podendo leva-lo ao erro ou acerto. O conceito de esquema não age da mesma forma nas duas classes, quando o sujeito dispõe das competências necessárias examina as várias situações com um só esquema, quando o sujeito não possui as competências examina se vários esquemas que não se encaixam naquela situação.

Geralmente os procedimentos têm em si a parte automatizada e outra de decisão consciente. Os esquemas são eficientes, mas não fixos. Quando em uma situação o sujeito usa um esquema ineficiente ele troca ou altera o esquema. Isto relembra a ideia de Piaget de que os esquemas estão no meio do processo de adaptação das estruturas cognitivas, assimilação e acomodação. Porém Vergnoud reforça que o esquema tem relação com a situação em que ele é utilizado. Alguns esquemas podem vir à mente do sujeito várias vezes ao mesmo tempo quando ele se depara com uma nova situação. Os procedimentos procuram no conjunto de esquema algo que possa ser usado em uma determinada situação.

Na teoria o conceito de esquema oferece uma ligação entre o procedimento e a representação, a relação entre situação e esquema é início da representação e da conceitualização. Também se tem os invariantes operatórios que fazem a ligação entre a teoria e a prática, pois percebe se que está baseado no conceito e teorema em ação toda escolha fundamental de informação que o sujeito dispõe que não manifesta, mas se entende referente ao seu procedimento.

Quanto ao conceito e teorema em ação indicam os conhecimentos que os esquemas possuem, por Vergnoud (1996), são indicados como invariantes operatórios. Teorema em ação é uma expressão considerada verdadeira, conceito em ação é uma classe do pensamento que vem para solucionar a situação.

Até aqui vimos conceito de esquema, metas e antecipações, regra e ação, os ingredientes, invariantes operatórios, possibilidades e inferência, conceito e teorema em ação que compõem os fundamentos que oferecem informações para lidar com uma situação. Para finalizar, temos um exemplo: Uma criança de cinco anos contando um grupo de objetos ou pessoas ela sempre organiza seu jeito de olhar, gestos das mãos e dedos, pronuncia a contagem corretamente, finalizando com o último número da contagem. Nota-se que o esquema utilizado pela criança sucede da atividade perceptivo-motora, a expressão simbólica. Tais conceitos e conhecimentos estão subentendidos, sem precisar de grandes explicações na mente da criança na iniciação do processo de aprendizagem e competência e conceitos aritméticos. A falta de conceitos apropriados é a causa dos erros praticados pelos estudantes.

Em algumas situações os esquemas utilizados por crianças maiores e adultos parecem mais criativos porém é a mesma ideia, o esquema é um modo de organização do conhecimento do sujeito em relação a um grupo de situações dadas.

Para Vergnaud (1996), a tese subjacente à Teoria dos Campos Conceituais é a de que uma boa representação didática, necessariamente, sustenta-se no conhecimento da dificuldade das tarefas cognitivas, nos obstáculos com que se depara, do repertório dos procedimentos, e das possíveis representações.

#### **1.4. Invariantes operatórios**

Têm origem das palavras “conceito-em-ação” e “teorema-em-ação” os conhecimentos obtidos nos esquemas, sendo partes fundamentais dos esquemas e possuem suas diferenças. Teorema-em-ação se tem como algo verdadeiro, conceito-em-ação se tem como algo (objeto ou pensamento) importante.

Existe uma discussão entre conceito-em-ação e teorema-em-ação, porque conceito é a matéria prima do teorema e teorema é a propriedade que formam os conceitos. Porém não podemos confundi-los. Conceito em ação é a matéria prima da proposição, porém não é teorema. Proposição são ditas falsas ou verdadeiras, conceitos às vezes possuem importância e às vezes não possui importância. Com tudo não existe proposições sem conceito e nem conceito sem proposição.

Os conceitos se tornam necessários através das derivações, das representações e de formações de ideias verdadeiras do mundo. Uma referência calculável do

conhecimento fundado na intuição deve entender que conceito-em-ação e teorema-em-ação são matérias prima dos esquemas. Os esquemas são necessários porque formam ações inclusive as operações intelectuais, isso porque possuem os invariantes operatórios para gerar o centro da representação.

Portanto conceito-em-ação não é conceito científico, nem teorema-em-ação é um teorema só se forem expresso formalmente. Conceitos e teoremas são expostos formalmente e se pode debater se são verdadeiros ou não, isso na ciência, no caso dos variantes operatórias isso é dispensável. Conceitos e teorema expostos formalmente é apenas a parte visível da contextualização que não teria valor sem a parte invisível que são os invariantes operatórios. Porém os variantes operatórios constituído nos esquemas recebe a colaboração dos conhecimentos expostos formalmente, como proposição, funções proposicionais, objetos e argumentos.

Vergnoud (2009) defende que o aluno organiza sua atividade por meio de esquemas e um esquema está sempre associado a uma situação. Referindo-se ao esquema, Pais (2005) destaca que:

[...] é uma forma estruturada e invariante de organizar as atividades relacionadas à aprendizagem de conceitos, diante de uma classe de situações vivenciadas pelo aluno. O reconhecimento dos invariantes é uma passagem crucial para que a formação do conceito evolua. (PAIS, 2005, p. 55)

Vergnoud (2012) afirma que é nos esquemas que se devem procurar os elementos cognitivos os quais permitem a ação do sujeito ser operatória, ou seja, cada esquema tem a ver com uma variedade de situações. O desenvolvimento cognitivo do sujeito está relacionado à quantidade e à diversidade de esquemas que o mesmo possui.

O esquema é composto, essencialmente, pelos conhecimentos de conceito-em-ação e teorema-em-ação, denominados de invariantes operatórios, e por inferências (indispensáveis à prática do esquema). O conceito-em-ação não é um conceito, nem um teorema-em-ação é um teorema, pois conceito e teorema devem ser necessariamente explícitos. Um conceito-em-ação é um conceito implícito válido como pertinente, e um teorema-em-ação é uma proposição válida como verdadeira. Ambos se constroem em estreita interação. Portanto, o reconhecimento de invariantes é a chave da generalização de um esquema.

O sentido do conceito seria dado pela situação? Sim o significado do conceito é dado através de várias situações, porém não em uma só situação nem em palavras e nem em símbolos (significantes). O sentido é formado da relação entre o sujeito a situação e o significante. Algo muito importante são os esquemas, o comportamento e organização despertado no sujeito diante de uma situação ou significante, que dará sentido a essa situação ou a esse significante.

É dado como exemplo o sentido de adição que é usado alguns esquemas na resolução da situação na qual é formalizada a ideia de adição. O conjunto de esquemas posto em ação para realizar as operações usando os símbolos numéricos, algébricos, gráficos e linguístico é a representação da adição. Uma vez que alguma situação não desperta no sujeito os esquemas necessários, significa que a ideia de adição não está totalmente formalizada para esse sujeito.

Conceito e teorema em ação podem gradualmente transformarem-se em teorema científico e conceitos verdadeiros. As posições do conhecimento não são iguais quando ele é exposto ou quando ele se mantém escondido na ação. O conhecimento exposto pode gerar um debate, quando ele não é exposto o debate não é gerado.

Normalmente o sujeito não consegue expor com uma expressão escrita seus teoremas e conceitos em ação. Tratando de um assunto de uma situação as informações para serem estudadas precisam dos teorema-em-ação e do reconhecimento de alguns itens relativos. Grande parte dos conceitos e teoremas em ação ficam escondidos, podendo ser expostos com instrução, ajudar o sujeito na construção de teoremas e conceitos expostos e com rigor da ciência iniciando do conhecimento subentendido. Assim podemos ver a transformação dos conceitos e teoremas em ação em conceitos verdadeiros e teoremas científicos, isso leva algum tempo.

Podemos verificar essa situação em materiais e métodos a seguir.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

Nossa investigação foi aplicada no curso de licenciatura em matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, unidade de Nova Andradina, contamos com a participação de oito acadêmicos do quarto ano.

Consideramos na investigação que os alunos do 4º ano, licenciandos em matemática, já tinham estudado este conceito na disciplina de fundamentos da matemática e cálculo e também já discutido este conceito em outra disciplina no decorrer do curso de Matemática como Análise, Física, entre outras. Assim o objetivo desta atividade foi verificar os esquemas elaborados na construção de um conceito num processo durante a sua formação em licenciatura de matemática que segundo Vergnaud (1996), o conhecimento obtém sua organização em campos conceituais e que o sujeito somente dominará depois de um longo tempo de aprendizagem.

Para análise dos protocolos da pesquisa, utilizou-se a metodologia qualitativa, com técnica de análise documental.

De acordo com Lüdke e André (2012), “analisar os dados qualitativos significa ‘trabalhar’ todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos de observação, as transcrições de entrevistas, as análises de documentos e as demais informações disponíveis”. (LÜDKE; ANDRÉ, 2012, p. 45).

O foco da análise foi verificar os esquemas elaborados pelos acadêmicos na resolução dos problemas propostos, procurando reconhecer os invariantes operatórios envolvidos, ou seja, procurando identificar, essencialmente, os “conceitos-em-ação” e os “teoremas-em-ação”, verdadeiros e falsos, possíveis de serem construídos pelos licenciandos na resolução dos problemas.

### 2.1. A Investigação

Foi apresentado o conteúdo função do segundo grau. A noção de função do 2º grau ou função quadrática associa-se originalmente à ideia de equação do 2º grau, por volta de 300 a.C., o matemático grego Euclides desenvolveu uma nova técnica denominada Álgebra Geométrica. Iniciamos com a história do desenvolvimento da função do segundo grau.

No Renascimento, destacou-se as tentativas de explicar o movimento de queda livre de um corpo ou trajetória de uma bola de canhão, que é uma parábola, vários teóricos dos séculos XVI e XVII tentaram explicar essa trajetória, sem obter a parábola, tais explicações foram aperfeiçoadas até se chegar à parábola associada à curva de 2º grau, o que acelerou a necessidade de se relacionar curvas a equações, de modo geral, álgebra à geometria.

Após apresentamos aos alunos como identificar uma função do segundo grau, todos sabiam identificar, pois, pelo menos uma das suas incógnitas é elevada ao quadrado. Sabemos que é da forma  $ax^2+bx+c$ . Para resolver essa equação usamos a fórmula de Baskará que é da forma  $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Essa explicação da origem da função do segundo grau foi feita com uso de slide no Power Point, onde discutimos com os acadêmicos a aplicação deste conceito, dentre as explicações usamos o software graphmatica, onde os alunos puderam observar e acompanhar o comportamento dos gráficos das funções, A cada função apresentada, resolvíamos na lousa e conferíamos o resultado no software, explicamos porque o coeficiente que acompanha o  $x^2$  deve ser diferente de zero e que se ele for negativo a concavidade da parábola é votada para baixo e possui ponto de máximo, positivo a concavidade é voltada para cima e possui ponto de mínimo.

Para contextualizar o conceito exemplificamos com as seguintes ilustrações:

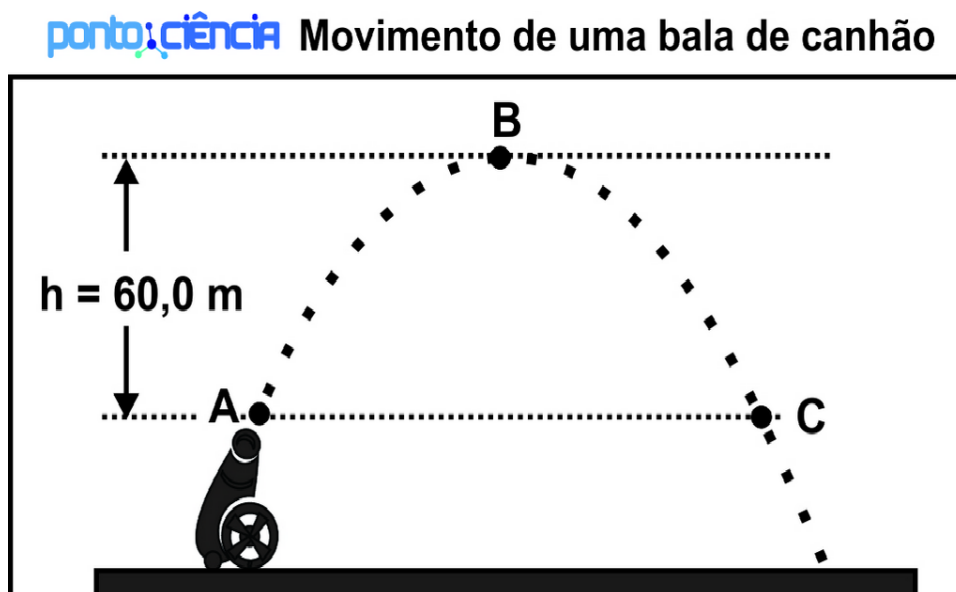


Figura 2: Exemplo de uma função quadrática.  
Fonte: ponto e ciência

Neste exemplo temos uma função quadrática que representa uma trajetória de uma bala de canhão. Os primeiros canhões começaram a ser usados por volta de 1400. Aos poucos, com ajuda dos cientistas da época, os canhões foram sendo aperfeiçoados. Mais ou menos em 1630, o grande físico Galileu Galilei (1564 a 1642) fez um estudo matemático das balas de canhão, o que contribuiu bastante para que eles certassem seus alvos. Galileu concluiu que a trajetória da bala obedece uma expressão de 2º grau. A altura  $y$  da bala é dada por uma expressão do tipo  $y = ax^2 + bx$ , na qual  $x$  é a distância horizontal da bala até o canhão. Abaixo no exemplo a seguir observamos também: As antenas parabólicas geralmente têm um grande diâmetro para captar uma quantidade maior de sinais do satélite, portanto a distância focal é em geral grande, podemos ver onde está o foco, pois é nele que fica o captador dos sinais de TV.

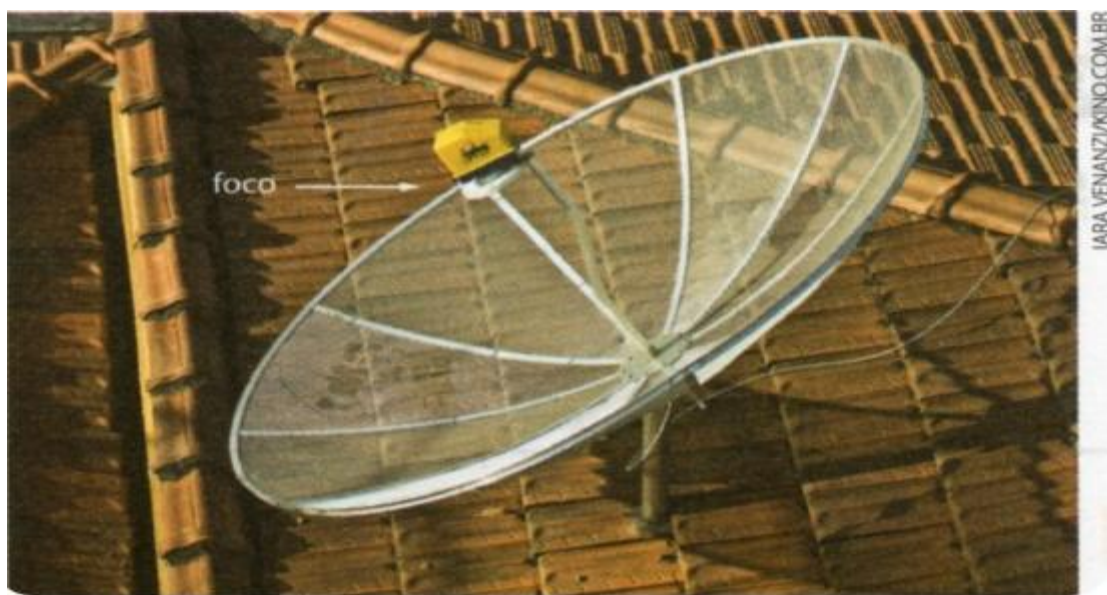


Figura 3: exemplo de onde vemos uma função quadrática.

Fonte: Iara Venanzvkino.com.br

Nos exemplos acima conseguimos discutir as propriedades do conceito de função, tais como: quanto maior o valor do coeficiente que acompanha o  $x$  mais fechada é a concavidade da parábola, foram dadas as seguintes explicações uma função quadrática ou polinomial do segundo grau é expressa da seguinte forma:

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ sendo } a \neq 0$$

O gráfico que corresponde a essas funções é uma curva denominada parábola.

Ao construir o gráfico de uma função quadrática  $y = ax^2 + bx + c$ , notaremos sempre que:

Se  $a > 0$ , a parábola tem a concavidade voltada para cima;

Se  $a < 0$ , a parábola tem a concavidade voltada para baixo.

A quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido por:  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

Se  $\Delta > 0$ , a função tem dois zeros reais desiguais ( $x'$  e  $x''$ );

Se  $\Delta = 0$ , a função tem um zero real duplo ( $x' = x''$ );

Se  $\Delta < 0$ , a função não tem zero real.

A parábola, que representa o gráfico da função  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , passa por um ponto V, chamado vértice.

$$x_v = -\frac{b}{2a}, \quad y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

## 2.2. A atividade proposta

Iniciamos apresentando em como identificar uma função do segundo grau, todos sabiam identificar, pois, pelo menos uma das suas incógnitas é elevada ao quadrado.

Sabemos que é da forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Para resolver essa equação usamos a fórmula de Baskará que é da forma  $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  aplicamos uma atividade para os alunos fazerem, usando lápis e papel, para posteriormente verificarem o resultado no software.

Vamos construir o gráfico da função:

$$y = -x^2 - 4x - 3.$$

Para esboçar o gráfico da função, precisamos calcular os elementos necessários para sua construção.

1. Determinar os coeficientes (a, b e c).
2. Calcular as raízes da função.
3. Encontrar o ponto onde a parábola encontra o eixo y.



4. Calcular o vértice da função.

5. Esboçar o gráfico.

Na sequência foi discutido com os alunos sobre os coeficientes a b e c, em usando a formula de Baskará, se com ela acharíamos as raízes da função e como encontrar os vértices da mesma.

Dada a função  $y = -x^2 - 4x - 3$ .

Esperava-se o seguinte resultado.

Os coeficientes,  $a=-1$ ,  $b=-4$ ,  $c=-3$ .

As raízes da função  $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) =$$

$$X_1 = -3$$

$$\Delta = 16 - 12 =$$

$$X_2 = -(-4) - 2/2 \cdot (-1)$$

$$\Delta = 4$$

$$X_2 = 2/-2$$

$$X_1 = -(-4) + 2/2 \cdot (-1)$$

$$X_2 = -1$$

$$X_1 = 6/-2$$

Ponto onde a parábola encontra o eixo y.

$$f(x) = -x^2 - 4x - 3$$

$$f(x) = -0.2 - 4.0 - 3$$

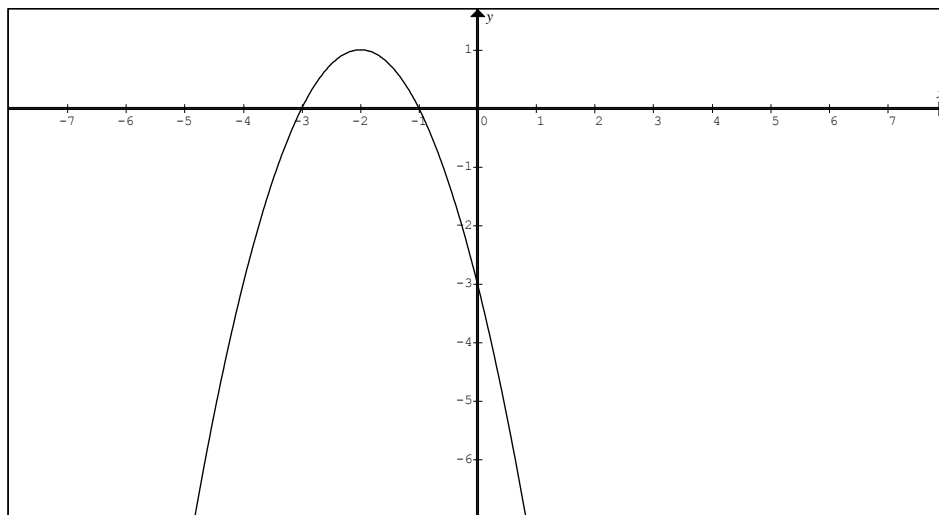
$$f(x) = -3$$

Vértices da função.

$$\bullet \quad xv = -\frac{b}{2a}, \quad yv = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$\bullet \quad xv = -\frac{-4}{2 \cdot (-1)} = -2, \quad yv = -\frac{4}{4 \cdot (-1)} = 1$$

Gráfico da função



No esboço do gráfico acima observamos uma função quadrática de concavidade para baixo, contudo nesta ilustração podemos discutir e observar o domínio da função, a imagem, ponto de máximo, etc.

### 3. DISCUSSÃO E ANÁLISE

A análise dos conteúdos da sequência de ensino sobre o conteúdo de funções que utilizamos na pesquisa foi feita a partir da teoria dos campos conceituais de Vergnaud. Apresentamos e justificamos, a seguir, o modo como nos valem desta teoria para desenvolvermos e refletirmos sobre as atividades e estratégias do curso. A partir da análise do conhecimento a ser ensinado, certo aspecto de um campo conceitual é eleito para ser trabalhado em sala-de-aula.

Para análise nomeamos os acadêmicos participantes da pesquisa com as iniciais AC seguida dos números de 1, 2, 3, 4, 5. Veja então o desenvolvimento da tarefa pelo Acadêmico 1.

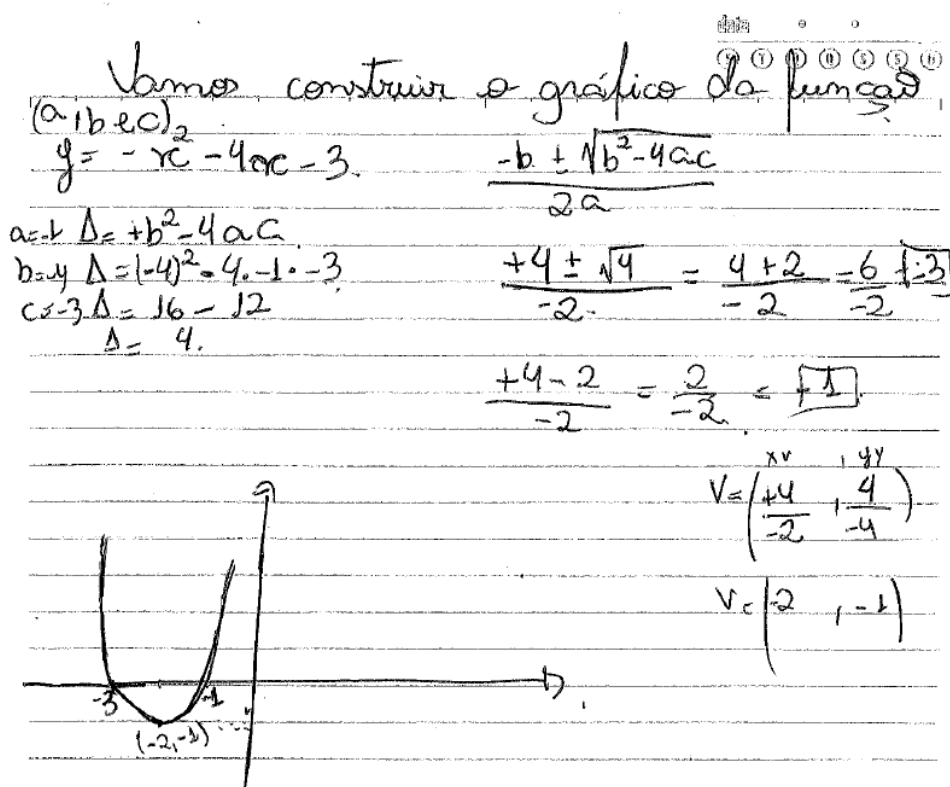


Figura 4: Manuscrito, AC1 da atividade.  
Fonte: Marisangela (2015)

Observamos que o acadêmico sabia como achar todos os pontos necessários para construir o gráfico, contudo, o acadêmico não conseguiu esboçar corretamente o gráfico de acordo com as explicações dadas, utilizando apenas três pontos, sendo que são necessários quatro ou mais pontos. Ele não utilizou a  $< 0$  o que significa que a parábola tem concavidade para baixo, não indicou os eixos x e y, não mostrou em que ponto a parábola intercepta o eixo y e também cometeu erros nos cálculos.

De acordo com Vergnoud (1996) podemos perceber que os erros cometidos pelo acadêmico na construção do gráfico foi a falta de utilizar os teoremas e “conceitos-em-ação” que pelo tempo dedicado aos estudos que ele possuía já deveriam estar bem formulados. Podemos ver nas resoluções dos cálculos que esses teoremas em ação existem, por notarmos que fica evidente que o acadêmico apresenta todos os conhecimentos necessários para a resolução, contudo não o executa corretamente.

Na sequência a resolução da tarefa pelo acadêmico 2, vamos observar que o mesmo efetua alguns cálculos, contudo não conclui a atividade.

*Meu Deus!*

$$y = -x^2 - 4x - 3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (4)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3)$$

$$\Delta = 16 - 12$$

$$4$$

$$\Delta =$$

$$x' = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_1 = \frac{4 \pm 2}{-2} \quad x_2 = \frac{-4 \pm 2}{-2} = 1$$

$$x'' = \frac{-b}{-2a} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-4}{4} = -1$$

Figura 5: Manuscrito, Ac2 da atividade.

Fonte: Marisangela (2015)

Nesta atividade o acadêmico inicia a atividade com Meu Deus, com se ele nunca tivesse estudado isso antes. Tendo conhecimento de como achar as raízes e o vértice da função, porém não construiu o gráfico, cometendo erros nos cálculos.

Apoiado nas ideias de Vergnoud (1996) vê-se que o acadêmico não construiu um “conceito-em-ação” e nem um “teorema-em-ação” seguro para finalizar a resolução da situação.

Resolução da atividade pelo Acadêmico 3.

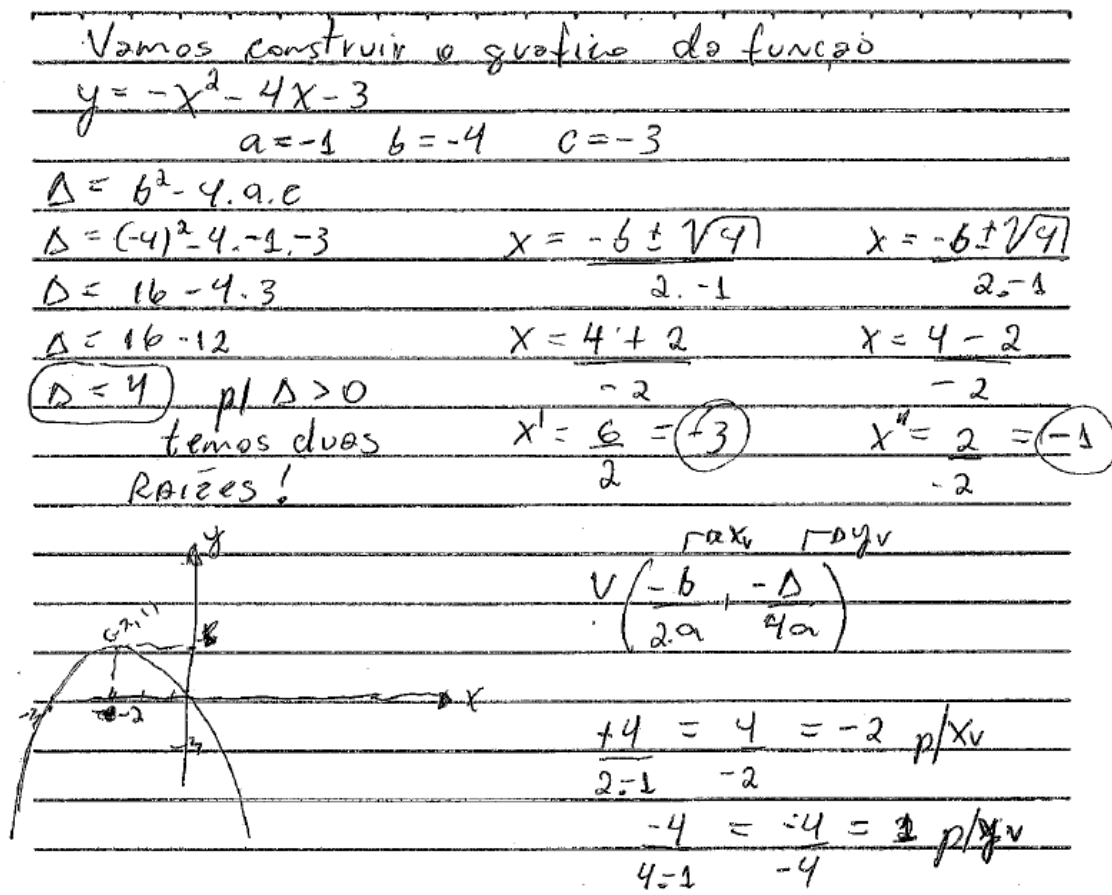


Figura 6: Manuscrito, Ac3 da atividade.  
Fonte: Marisangela (2015)

Nesta atividade o acadêmico indicou corretamente os eixos x e y, separou os coeficientes a, b, e c, achou as raízes, o vértice da função, porém na hora de construir o gráfico não utilizou os pontos encontrados. O gráfico deveria passar no ponto -1 no eixo das abscissas não no ponto 0.

Diante do erro cometido apropriando das ideias de Vergnaud (1996) vemos que o acadêmico possui “conceito-em-ação” e “teorema-em-ação”, porém não os utilizou na construção do gráfico o que nos leva a acreditar que ele ainda precisa se aperfeiçoar.

## Acadêmico 4.

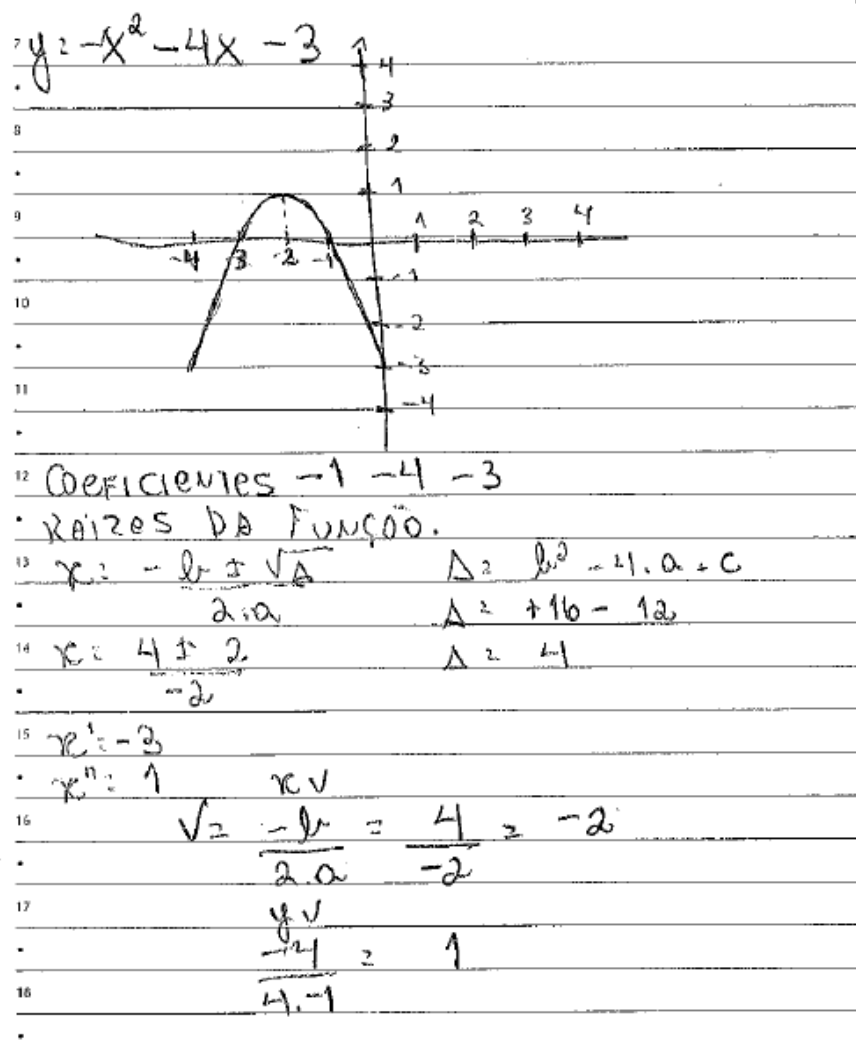


Figura 7: Manuscrito, ac4 da atividade.

Fonte: Marisangela (2015).

Nesta atividade o acadêmico também cometeu um pequeno erro de sinal na hora do cálculo, identificou corretamente os coeficientes a, b e c, também não indicou os eixos x e y, porém construiu o gráfico corretamente.

Corroborando com Vergnoud (1996) percebemos que o acadêmico possui “teoremas e conceito-em-ação” bem formulados, pois mesmo errando o sinal ele construiu o gráfico corretamente.

Acadêmico 5.

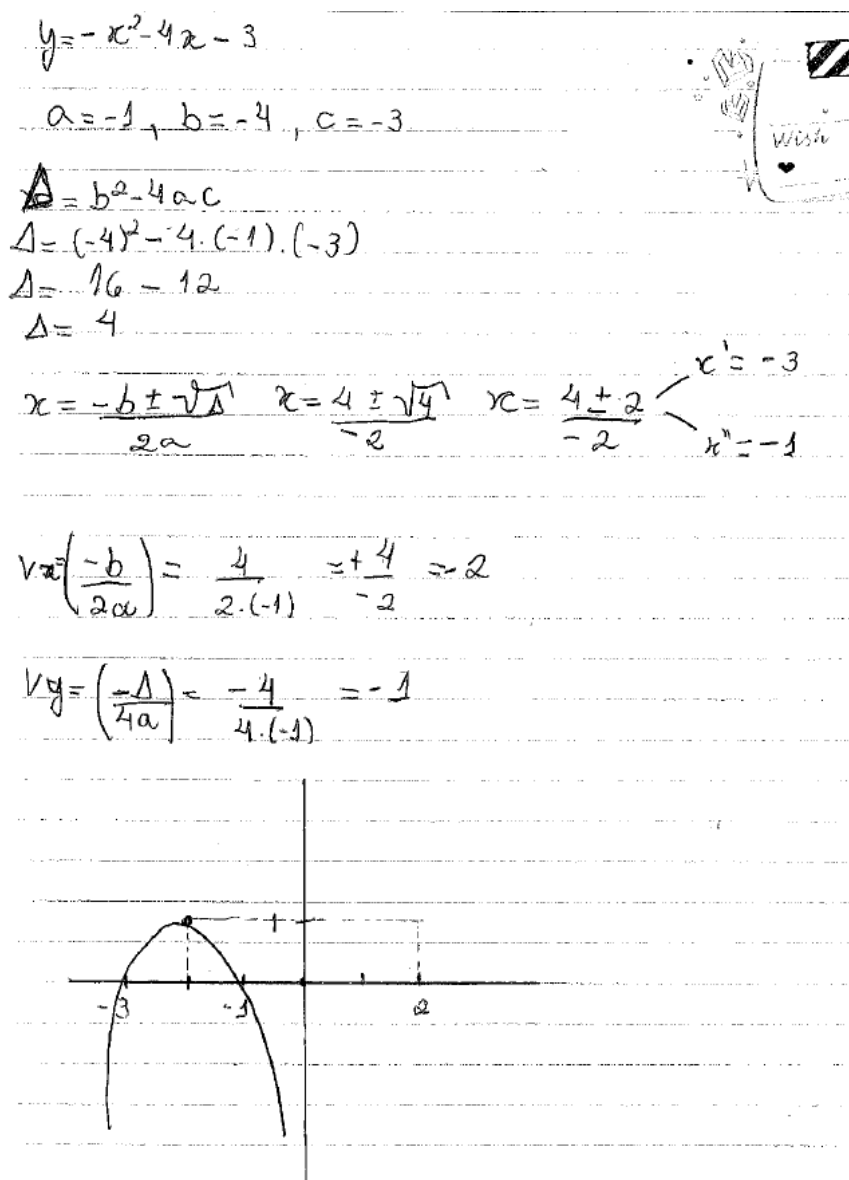


Figura 8: Manuscrito, ac5 da atividade.

Fonte: Marisangela (2015)

Nesta atividade o acadêmico encontrou 3 pontos, porém se esqueceu do ponto em que o gráfico intercepta o eixo  $y$  e em mais uma atividade não tivemos as indicações dos eixos  $x$  e  $y$ , ele identificou os coeficientes  $a$ ,  $b$ , e  $c$ , novamente temos um erro de sinal na hora dos cálculos.

Consonante nas ideias de Vergnoud (1996) o acadêmico possui uma boa formulação de conceito e teorema em ação, pois mesmo se esquecendo de um ponto ele utilizou os pontos que encontrou corretamente.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi analisar os erros que acadêmicos do quarto ano de licenciatura em matemática apresentam na resolução de problemas. Com base nos estudos sobre Vergnaud (1996), podemos ver como se dá a construção do conhecimento, para poder identificar as relações que existem entre os dados coletados das atividades resolvidas e a concepção de Vergnaud.

Podemos observar que os acadêmicos na resolução da atividade tinham condições de definirem um conceito, pois tinham um grupo com os três conjuntos, um conjunto de situações, um conjunto de objetos e um conjunto de linguagem natural como o gráfico (significantes) segundo Vergnaud. Também possuíam condições de construir seus esquemas, pois foram apresentadas a eles várias situações em que cada situação utilizava se um esquema definido por Vergnaud.

Nas atividades resolvidas pelos acadêmicos percebemos que a maior parte deles cometeram erros com os sinais na hora dos cálculos, porém mesmo assim alguns colocaram o ponto no lugar indevido trocando os pontos simplesmente por acreditar que ali era o lugar certo, sem levar em consideração o resultado do cálculo. Outros porém consideraram os resultados dos cálculos, desconsiderando um fator importante da questão que o levaria a resposta correta.

Podemos assim acreditar que os acadêmicos mesmo com o contato e o estudo deste conceito matemático durante a sua formação no decorrer dos 4 (quatro) anos de graduação, ainda não possuem construídos os esquemas definidos segundo Vergnaud, mesmo considerando que um conceito não se forma de apenas uma situação sendo que a construção de um conceito é um processo que leva até mesmo anos para ser construído sendo analisados concepções, situações e procedimentos ao longo da formação e depende de várias situações e uma situação depende de um conjunto de conceitos, pois uma situação não se forma a partir de um único conceito.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 2012.

VERGNAUD, Gerard. Teoria dos campos conceituais. In: NASSER, L. (Ed.). **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**, 1993. p. 1-26

\_\_\_\_\_. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

\_\_\_\_\_. Construção do conhecimento matemático e a teoria dos campos conceituais (conferência). In: **SIPEMAT - simpósio internacional de pesquisa em Educação matemática**, 3. 2012, Fortaleza. Anais.. Fortaleza/CE: SIPEMAT, 2012.

\_\_\_\_\_. O que é aprender? In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. Curitiba: CRV, 2009. p. 1

BRASIL. Parecer n. 4873/1975, de 04 de dezembro de 1975. **Formação pedagógica das licenciaturas**. **Documenta**, Rio de Janeiro, n. 181, p.212-228, dez. 1975.

MOREIRA, M. A. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e pesquisa nesta área**. Instituto de Física, UFRGS. p. 9-20.

PIAGET, J. **Studies in Reflecting Abstraction**. Sussex: Psychology Press. 1977

<https://www.google.com.br/search?q=trajet%C3%B3ria+de+uma+bola+de+canh%C3%A3o&biw=1920&bih=956&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ved=0ahUKEwif5rqB0IrPAhXHfpAKHdl6BecQsAQIRA#imgsrc=HKcdOwV8TA9J7M%3A>