

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE NOVA ANDRADINA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

MOISÉS FRANCISCO DE PAULA

**O PLANEJAMENTO DE UMA AULA PARA ESTUDAR O
CONCEITO DE PROPORCIONALIDADE**

Nova Andradina

2012

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE NOVA ANDRADINA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

MOISÉS FRANCISCO DE PAULA

**O PLANEJAMENTO DE UMA AULA PARA ESTUDAR O
CONCEITO DE PROPORCIONALIDADE**

**Trabalho apresentado ao Curso de Licenciatura
em Matemática como requisito parcial à obtenção
do título de Licenciado em Matemática.**

Orientador: Prof. Dr. José Felice

Nova Andradina

2012

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Felice (orientador)

Prof. Dr. Antônio Sales

Prof. Me. Luiz Oreste Cauz

DEDICATÓRIA

Em primeiro lugar agradeço a Deus a quem devo a vida e por ter me proporcionado sabedoria, inteligência para que pudesse me apropriar do conhecimento em toda esta trajetória.

Ao meu orientador professor doutor José Felice pelo incentivo e apoio durante todo o processo de construção deste trabalho, pelos questionamentos, sugestões e caminhos apontados, principalmente pela sua confiança e compreensão.

Aos meus familiares pelo apoio, carinho, estímulo e compreensão pelos momentos que precisei me ausentar de seu convívio, para me dedicar aos estudos.

Agradeço também:

A todos os professores do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Unidade de Nova Andradina que tiveram participação na minha formação e aos professores do ensino básico que tiveram participação em minha educação no ensino regular.

Aos amigos e colegas do curso pelo companheirismo e momentos de estudo e reflexão.

Por fim agradeço a todos, que de perto ou de longe, torceram pelo meu sucesso, compartilhando comigo cada momento desta trajetória.

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma proposta de preparação de aulas para o exercício da docência, tendo em vista que o curso de Licenciatura plena em Matemática esta voltada para estudo de tópicos matemáticos com intuito de prepararmos aulas para quando formos exercer a profissão docente. Pode parecer fácil preparar uma aula quando a ideia é seguir o livro didático e desenvolver a metodologia apresentada pelo autor, mas cabe ao professor criar situações de estudo que permitem aproximar os alunos do saber matemática que vai além da memorização de fórmulas e regras, dessa forma, as situações de estudo deve ser criada pelo professor e desenvolvida pelos alunos, e com isso entendemos que alunos poderão compreender e ver as conexões entre os conceitos matemáticos, no entanto este trabalho tem por objetivo estudar o conceito de proporcionalidade por meio de uma retrospectiva histórica da medida da pirâmide desenvolvida por Tales. A fundamentação teórica para o desenvolvimento do conceito de proporcionalidade nesse trabalho tem por base os estudos das Teorias das Situações Didáticas, descrevo também um panorama sobre resolução de problemas partindo da experiência vivenciada durante as atividades de estágio onde ficou constatado que um tópico matemático é mais compreensivo quando é apresentado pela sequência: o problema inicial, as definições, as propriedades, origem de novos problemas e exercícios. Esse modelo é o contrário do que muitos livros apresentam, ou seja: iniciam pela definição, depois as propriedades, fazem exercícios e finalmente os problemas.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Conceito de proporcionalidade. Teoria das situações didáticas.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	7
CAPITULO I - Trajetória como Estudante e o Objeto a ser Estudado.....	9
CAPÍTULO II - Fundamentação teórica.....	13
CAPÍTULO III - Resolução de Problemas.....	15
3.1- Problemas na Aprendizagem dos Conceitos Matemáticos.....	15
3.2 - Conceitos de Problema.....	19
3.3 - Como os Problemas devem ser trabalhados.....	21
3.4 - Contextualizações dos conteúdos matemáticos.....	22
3.5 – Resoluções de problemas na avaliação da aprendizagem.....	24
3.6 - Resoluções de problemas como formação do conhecimento.....	24
CAPÍTULO IV - Proporcionalidade.....	27
4.1 Exemplos interessantes.....	27
4.2 Proporções nos contextos da Matemática egípcia.....	30
CAPÍTULO V – DESENVOLVIMENTO DA AULA.....	32
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	34
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	35

INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta uma proposta de preparação de aulas para o exercício da docência, tendo em vista que muitos conteúdos são trabalhados por meio de algoritmos com ênfase na memorização e de forma momentânea, contrariando a concepção de que a aquisição do conhecimento é demorada para ser duradoura. Dessa forma, faz-se necessário ao docente fazer uma reflexão sobre suas práticas e técnicas de ensino, para poder avaliar se estas estão provocando a aprendizagem ou se é preciso buscar alternativas que possam levar os estudantes a aprenderem.

A experiência vivenciada nas atividades de estágios nos revelou que um tópico matemático deve ser apresentado dentro de um universo que faça sentido para os alunos. Nessa vertente, o livro didático não é o único recurso que o professor deve seguir, cabe a ele criar situações de estudo de modo a aproximar os alunos do conhecimento e isso vai além da memorização.

Ao criar uma situação de estudo, é possível ver as conexões entre os conceitos matemáticos, com outros conceitos dentro da própria matemática, ou com outras disciplinas. Dessa forma, um dos meios que tem potencialidades para a aprendizagem da matemática é o estudo através de resoluções de problemas.

Considerando as premissas anteriores, o primeiro capítulo desse trabalho está relacionado com a minha trajetória de estudo desde as séries iniciais até a formação acadêmica. Destaco ainda, o corpo docente que teve participação na minha educação e o ambiente escolar onde eram ministradas as aulas. Apresento nesse capítulo o objeto e o objetivo de pesquisa contendo a proposta de estudo do conceito de proporcionalidade por meio da retrospectiva histórica da medida da altura da pirâmide desenvolvida por Tales que foi desenvolvido no decorrer do trabalho.

No segundo capítulo apresento a teoria das situações didáticas como fundamentação teórica no qual me baseio para o desenvolvimento do meu trabalho, considerando que uma aula envolve um saber a ser estudado e as relações do professor e do aluno com esse saber. Essas ações segundo Brousseau (2008) são consideradas “situações didáticas”.

No terceiro capítulo descrevo um panorama sobre as resoluções de problemas como meio importante para aquisição do conhecimento, considerando que o estudo da matemática por intermédio de situações problematizadoras pode proporcionar o desenvolvimento da aprendizagem dos conceitos, o aperfeiçoamento da linguagem matemática e a comunicação de

idéias abstratas. Para sustentar essas idéias apresento as concepções de estudiosos como Ponte, Thompson, Jeremy Kilpatrick, Schroeder e Lester, Luiz Roberto Dante, Felice e faço referências às propostas contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e no Programa Nacional do Livro Didático quando tratam da resolução de problemas. Esses pesquisadores defendem a idéia de que o problema deve ser proposto aos alunos com certo grau de dificuldade não permitindo que a aplicação fique restrita a um algoritmo ou qualquer processo mecânico que leve a uma solução imediata. Dessa forma, procuro diferenciar nesse capítulo os problemas que são apresentados para aplicação dos conteúdos estudados, daqueles que exigem o desenvolvimento de um processo de estudo para que possamos chegar a um resultado.

No quarto capítulo exponho o conceito de proporcionalidade como algo que está presente na vida das pessoas independente de serem escolarizadas ou não e como este conceito é visto nas concepções de Spinillo (1997) e Nunes (2003) apud Junior e Faria (acesso em 2012) Oliveira e Santos (1999) apud Costa e Allevato (acesso em 2012), e procuro através de fatos históricos os primeiros indícios de proporções no contexto da matemática egípcia antes da descoberta formal deste conceito.

No quinto capítulo apresento a elaboração de uma aula com situações que possam proporcionar um processo de estudo aos alunos com o intuito de que eles possam assimilar com compreensão o conceito de proporcionalidade.

No sexto capítulo faço uma descrição daquilo que aprendi com os estudos realizados nesse trabalho e exponho as intenções de criar aulas para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos.

CAPÍTULO 1

TRAJETÓRIA DE ALUNO E OBJETO DE ESTUDO

Minha trajetória como aluno iniciou no ano de 1994, nesta época fazia pouco tempo que havia sido fundado o assentamento casa verde pertencente ao município de Nova Andradina. O nome de assentamento se justifica, pois as pessoas que para lá foram eram oriundos dos movimentos sociais que reivindicavam terras para os trabalhadores rurais, dessa forma, a região foi dividida em pequenos sítios e em cada sítio morava o proprietário e sua família. Não existiam escolas e nem tinha professores para ministrar aulas para as pessoas que habitavam naquela região. O leitor deve estar se perguntando se não tinham escolas e nem professores, como é que as crianças que residiam naquele local estudavam?

O ambiente escolar dos alunos que habitavam naquela região eram casas cedidas por alguns proprietários que viam a necessidade de educar seus filhos e as crianças daquele lugar, não existia ônibus ou qualquer outro meio de transporte que levasse os alunos até o local de estudo, eu, por exemplo, não precisava caminhar muito, mas tinha crianças que caminhavam cerca de oito quilômetros para chegar ao local onde eram ministradas as aulas, já os professores não eram formados para exercer a profissão docente, mas eram pessoas cultas, que tinham conhecimento, capacidade e competências para auxiliar as crianças e adolescente que residiam naquele lugar.

Anos depois o governo investiu em estradas e escolas que eram muito carentes naquela região, foram construídas várias escolas de forma que todos pudessem ter acesso e nem precisasse caminhar muito para ir até o local, mas os perfis dos professores ainda eram o mesmo. Na medida em que os alunos iam subindo de nível e as salas iam ficando cada vez mais numerosas, foi construída uma escola que se chama Escola Ministro Marcos Freire, A prefeitura municipal disponibilizou meios de transporte para que os alunos pudessem chegar até a escola.

A partir daí passei a ter conhecimento sobre diferentes áreas ministradas por professores específicos. Hoje quando vou à sala de aula, diariamente vejo alunos utilizando as tecnologias para se interagir com mundo, um exemplo bem simples é o celular, às vezes é necessário até proibi-los para conseguir falar sobre um determinado conteúdo. Quando falo em tecnologia me refiro a outro tópico que era muito carente na época em que estudava no ensino básico, pois o

meio em que vivia não contribuía para se ter uma visão mais ampla do mundo e das tecnologias que se desenvolvia em alta velocidade.

Os professores elaboravam atividades com a intenção de abrir minha visão em relação ao mundo, mas muitas vezes me sentia desmotivado, por não ver uma aplicação prática e ainda por parecer bem distante da minha realidade, às vezes até me perguntava onde é que vou usar isto? Acredito que deixei de aprender bastantes conceitos que atualmente faz parte do meu cotidiano, tenho em mente que o conhecimento, independente de qualquer área, é algo extremamente importante, pois, pode não me ajudar de forma imediata, mas poderá me trazer benefícios futuramente.

O ensino médio eu estudei em uma extensão da Escola Fátima Gaiotto Sampaio que funcionava no período noturno na mesma escola onde terminei o ensino fundamental. Durante os três anos de estudo a professora, Mariza era quem ministrava as aulas de matemática e foi uma ótima profissional. Buscava inovar constantemente os métodos e técnicas de ensino com propósito de fazer com que os alunos compreendessem os conteúdos. Hoje entendo o quanto que ela se esforçou para nos mostrar a matemática como uma ciência viva e que está em permanente construção. Abordou inúmeras vezes exemplos práticos, de aplicação relacionada com o meio no qual os alunos estavam inseridos.

Escrevendo um pouco sobre minha educação escolar, não poderia deixar de contar o dia em que me ensinou o conceito de função do primeiro grau. Este dia nunca esqueci, pois os alunos estavam todos interessados e se interagindo bastante tentando entender como era feito o calculo da conta de energia e como o laticínio que se localizava naquela região pagava o leite que comprava diariamente de nossos pais. Ela me fez ver a matemática como um meio importante para atuar na sociedade mostrando como e onde ela pode estar presente em minha vida.

Alguns conceitos a professora conseguia mostrar o processo de construção, mas como eram apenas três aulas e os alunos em geral demoravam muito a compreender, e em muitos casos não conseguiam entender os conceitos. Lembro que a professora sempre dizia que tinha uma ementa a cumprir e não podia ficar focado muito tempo em um determinado conceito, pois tinha que passar todo conteúdo bimestral proposto pelo currículo escolar. Parece-me que essa justificativa permanece onde alguns profissionais docentes jogam a culpa na ementa amenizando sua falta de compromisso com a aprendizagem dos alunos.

Durante o período que estudei o ensino fundamental e médio a área de conhecimento de destacava era a área de ciências exatas, meu sonho era cursar a faculdade de Engenharia Civil mais muitos fatores contribuíram para que o meu sonho não se realizasse, no entanto, foi por

intermédio de um amigo e dos professores que comentavam a importância, as experiências e os desafios da sua profissão que me fizeram mudar meu objetivo.

No início do ano de 2007, fui aprovado em um vestibular para o Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, unidade de Nova Andradina. Dessa forma, iniciou minha luta em busca do nível superior e durante estes seis últimos anos de estudo de dedicação, fez mudar minhas concepções em relação a esta área de conhecimento, quando eu estudava o ensino básico usava as fórmulas para fazer cálculos, e não me preocupava em querer saber o porquê e a validade em utilizá-las se daquelas fórmulas.

Os anos de estudos me fez ver que não basta só saber utilizar as fórmulas e sim saber o porquê que posso utilizá-las, durante os anos de estudo no curso, passei por momentos de questionamentos e inquietações, querendo saber o motivo dos porquês, e para que possamos responder estas indagações que apareciam com certa frequência e passei por momentos de reflexões e de pesquisa onde aprendi a reconstruir os conceitos matemáticos.

Estudando com educadores matemáticos que consideram os alunos como ser ativo que constrói seu conhecimento, aprendi que a passividade dos alunos podem levá-los a reprodução de conceitos prontos, e dessa forma, as informações guardadas não terão sentido se não saberem onde e quando vão utilizá-las.

Em julho de 2011 fui contemplado com a bolsa “PIBID” Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência onde passei a desenvolver atividades educacionais na escola Nair Palácio de Souza, trabalhando com oficinas de estudo e observações do professor diariamente. Percebi que a maior dificuldade encontrada pelos alunos, é ver os conceitos matemáticos de forma fragmentada, ou seja, eles demoram compreender que ampliando um conceito podemos desenvolver um novo conceito, também tem muitas dificuldades em entender a linguagem matemática que é formal e complexa.

O fato de trabalhar como bolsista PIBID colaborou para que eu obtivesse uma visão geral do ensino básico em função do contado direto com os alunos e com suas reais dificuldades, além de aprender técnicas e métodos de ensino utilizados pelo professor.

Na disciplina de Estágio Supervisionado, na 4^a série do curso de Licenciatura em Matemática, fez com pudesse desenvolver muitas reflexões sobre a resolução de problemas como um dos pontos importantes para estudar e aprender matemática e uma das alternativas metodológicas de abordarmos um assunto matemático quando fossemos elaborar o planejamento de aula.

Pode parecer fácil organizar uma aula de matemática no Ensino Básico quando a estratégia é seguir um livro didático, e utilizar a estrutura metodológica apresentada pelo autor,

no entanto, quando pretendemos aprofundar a aprendizagem de forma que o assunto tenha sentido para os alunos a organização dos conteúdos merecem uma reflexão mais profunda.

As reflexões que temos feitos estão relacionadas com a criação de situações que possam encaminhar o assunto de forma contextualizada e que envolva os alunos num processo de estudo.

As discussões durante as aulas de estágio têm direcionados os entendimentos que quem aprende é o aluno, mas não sem um motivo. Isso é que tem motivado como futuro professor, para a preparação de situações que permite a interação dos alunos com o objeto que está sendo estudado. Dessa forma, é possível que um dos meios que tem potencialidade para a criação de situações de aprendizagem está relacionada com a resolução de problemas.

Essas concepções têm provocado o interesse para a criação de situações de estudo, portanto, o objeto de estudo deste trabalho de conclusão de curso está relacionado com a preparação de uma aula, conforme as proposições que compõem as ideias anteriores descritas.

Seguindo os propósitos apresentados, o objetivo deste trabalho é apresentar situações de estudo, de modo a aproximar o aluno do saber sobre o conceito de proporcionalidade do qual ele deve se apropriar, problematizando por meio da retrospectiva histórica da medida da altura da pirâmide desenvolvida por Tales.

No próximo capítulo apresentarei as justificativas que me levaram a escolher como procedimentos a resolução de problemas, ou seja, situações que possam problematizar o estudo do conceito de proporcionalidade.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O trabalho que estamos desenvolvendo no curso de formação está voltado para o estudo de temas matemáticos com o intuito de preparar aulas que serão úteis quando estivermos em sala de aula.

Estamos cientes que o desenvolvimento de um tema relacionado a um saber matemático, deve ser apresentado dentro de um universo em que ele faça sentido. Dessa forma, estaremos fazendo a contextualização, ou seja, proporcionando a interação dos alunos com o objeto a ser estudado e um determinado meio. Essa ideia sugere a apresentação de uma “situação” que possa provocar ações sobre o objeto de estudo.

A fundamentação teórica para o desenvolvimento das aulas teve por base estudos sobre a Teoria das Situações Didáticas. Para Brousseau (2008, p. 20), “Uma situação é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado”.

Considerando que uma aula envolve um saber a ser estudado e as relações do professor e do aluno com esse saber, podemos destacar essas ações segundo Brousseau (2008), como sendo “situações didáticas”.

Nesse tipo de situação os alunos, orientados pelo professor, podem organizar enunciados, escrever suas idéias, desenvolver técnicas matemáticas, explicar a validade dessas técnicas e chegar aos conhecimentos que estão contidos no saber matemático que está sendo estudado. Levando em conta essas possibilidades, preparar uma aula significa providenciar situações favoráveis, de modo, que o aluno nessa ação efetiva sobre o saber, o transforme em conhecimento.

Para o desenvolvimento da aula utilizamos dos estudos de Felice (2012, p. 114), que propõe como procedimento metodológico o processo de estudo como uma das alternativas para a organização do conhecimento de um objeto em estudo. Para o autor (ibidem, 2012):

[...] no processo de estudo é possível estabelecer uma relação aberta – mesmo porque não se está “preso” somente ao ensino – e que nessa relação podem-se exercitar diversas tarefas, de preferência em grupo de estudos, com possibilidades de ocorrer uma evolução dos conhecimentos prévios sobre o objeto a ser estudado.

Para levar em frente às premissas delineadas anteriormente, a preparação de uma aula necessita da organização antecipada de ações que serão propostas aos alunos. Nossas atividades como estagiários e bolsistas do PIBID, entre outras, é exercitar a elaboração de aulas que

possam aproximar o trabalho dos alunos do modo como é produzida a atividade científica verdadeira, ou seja, permitir que os alunos se tornem um estudante, testando ideias, formulando hipóteses, construindo modelos, e socializando os resultados.

A aula que será apresentada no quinto capítulo foi planejada partindo de uma situação problematizadora com o objetivo de criar situações para o estudo do conceito de proporcionalidade. Na situação que foi planejada, existe uma resolução experimental, no entanto o intuito é de estudar o conceito através de uma situação aberta para poder desenvolver o estudo.

Para melhor esclarecimento sobre trabalhar com problemas estou traçando um panorama sobre resolução de problemas.

CAPÍTULO 3

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Um dos principais objetivos do ensino da matemática é fazer o aluno pensar produtivamente, em virtude disso, torna-se fundamental que o professor, agente do processo de ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos, passe a fazer uso do método de resolução de situações-problema em suas aulas fazendo com que os alunos compreendam os conceitos matemáticos de forma significativa tendo com meta desenvolver as seguintes habilidades: fazer com que o aluno aprenda conceitos, a linguagem matemática e a comunicar idéias abstratas, pois ensinar apenas conceitos e algoritmos matemáticos parece não ser o caminho mais apropriado, pois estes poderão se tornar obsoletos com o passar dos anos, o caminho ideal é preparar o aluno para lidar com situações novas quaisquer que sejam elas, o que não é uma tarefa fácil, é um processo que depende de ambas as partes tanto do professor quanto do aluno.

Neste processo de ensino aprendizagem serão atribuídos diversos papéis ao professor. Certamente não compete ao mesmo deixar que os alunos conduzam sozinhos e nem que receba informações de forma passiva, ele deve criar situações de modo a incentivar os alunos a construir seu próprio conhecimento assim os alunos terão o professor como um orientador e não como um ser que transfere o seu conhecimento.

Por esse motivo, pretendo destacar a seguir, idéias de alguns estudiosos sobre resolução de problemas.

3.1- Problemas na Aprendizagem dos Conceitos Matemáticos

Muitos autores têm destacado, a resolução de problemas como uma forma de ensinar e aprender Matemática, mas o que é um problema? Será que ao sermos indagados a esse respeito teríamos uma resposta? Ou varias?

Embora o termo problema esteja presente no cotidiano de pessoas que trabalham com a matemática, o seu uso nem sempre esta acompanhado de um comum entendimento sobre o seu significado. Porém alguns autores destacam um problema caso haja a presença de aspectos de natureza investigativa que segundo Ponte (2003, p. 13) investigar é procurar conhecer o que não se sabe. As atividades investigativas segundo o autor caracterizam-se como tarefas matemáticas abertas, diferente de problemas e dos exercícios. Numa atividade investigativa o professor não disponibiliza aos alunos uma orientação especifica sobre quais resultados deve

obter, ao contrario, ele é incentivado a desenvolver sua autonomia é instigado a buscar estabelecer relações, pesquisar, inquirir, formular estratégias, discutir e testar suas conjecturas e analisar criticamente os resultados.

Em uma investigação de uma atividade matemática aberta, sabemos qual é o ponto de partida da atividade, porém não há como prever quais os caminhos que serão percorridos, nem mesmo quais os resultados serão atingidos pelos alunos, no entanto, Ponte (2003, p.53) afirmam que. “daí vem o caráter de imprevisibilidade deste tipo de atividade exigindo do professor flexibilidade para lidar com situações novas que, com grande probabilidades irão surgir”.

Thompson (apud ALLEVATO 2005) em uma pesquisa realizada entre professores detecta duas concepções sobre o que é um problema. A primeira nos mostra a concepção de um problema como uma “descrição de uma situação envolvendo quantidades estabelecidas, seguida de uma pergunta sobre alguma relação entre as quantidades cuja resposta pede a aplicação de uma ou mais operações aritméticas”. Podemos observar que, nesta concepção, estão implícitas noções de que o principal é obter uma única resposta (que normalmente é um número) e, quando esta é obtida, o problema está pronto resolvido; desta forma, para ter sucesso na solução de um problema bastaria saber e lembrar o que fazer. A segunda concepção detectada inclui quebra-cabeças considera que o problema deve possibilitar uma variedade de abordagens para sua solução, não devem depender só de elemento conhecidos, mas conduzir à busca e descobertas de novas idéias e, em geral, envolvem desafios, diversões e frustrações.

A experiência epistemológica relatada por Polya (1975) revela um dos princípios fundamentais da atividade matemática, ao concluir que a dimensão formal do texto matemático, que vem apresentada pelos livros e revista não pode ser considerada por si só como caminho para a aprendizagem matemática, pois seu formalismo esconde a parte mais essencial da atividade matemática. Também nos diz que todo saber finalizado requer uma argumentação demonstrativa, mas durante o processo de construção gradual dos conceitos matemáticos devemos ter raciocínio. O autor considera a resolução de problema como uma arte essencialmente prática “como nadar, esquiar ou tocar piano” sendo assim qualquer individuo que se dedica a esta técnica constantemente estará ele capacitando se a resoluções de problemas.

Para Polya (1975) “ter um problema significa: buscar conscientemente por alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível”.

Ele estabeleceu uma sequência de passos, que considerava necessária para a solução de um Problema:

- a) Compreensão da situação – problema: esta é a primeira etapa de resolução em que se deve interpretar o que sugere a situação-problema, retirar-se o(s) dado(s) relevante(s) nela contida, verifica-se o que está sendo perguntando e o que precisa ser resolvido em termos de conhecimentos matemáticos;
- b) Estabelecimento do plano de resolução: esta segunda etapa exige que o aluno faça mentalmente ou por escrito a conexão teoria-prática-problema: a teoria são os conhecimentos matemáticos apreendidos anteriormente e ensinados pelo professor, a prática são os conhecimentos obtidos das suas vivências diárias e o problema são os dados obtidos da situação-problema proposta. Nesta etapa o aluno pode fazer vários planos ou estratégias e trocar idéias com os demais componentes;
- c) Execução do plano: nesta terceira etapa o aluno deve executar o plano elaborado na etapa anterior, com o propósito de tentar obter a solução da situação-problema. Aqui se torna importante o uso de material concreto e sem dúvida da capacidade de calcular mentalmente;
- d) Retrospecto: nesta quarta e última etapa, o aluno deve verificar se a solução que encontrou é realmente a que foi solicitada pelo enunciado e pela pergunta da situação-problema. Aqui o professor deve ser um agente participante, no sentido de fazer coerentemente as devidas interferências ao examinar a solução que cada aluno encontrou, se esta é correta ou não: se correta devem ser feitos questionamentos do tipo, existem outras maneiras de se chegar a mesma solução; e se errada, verificar onde está o erro e ajudá-lo nesse processo construtivo na busca da solução correta.

Para Polya, a resolução de problemas na verdade é um de desafio e um pouco de descobrimento, uma vez que não existe um método rígido no qual o aluno possa sempre seguir para encontrar a solução do problema.

Jeremy Kilpatrick (apud FELICE 2012), um amplificador das ideias proposta por Polya, nos diz que os problemas sempre ocuparam um lugar de destaque nos currículos escolares, mas a resolução de problemas nem sempre foi um tema de maior importância para estudiosos do ensino e que só recentemente apareceram educadores matemáticos aceitando a idéia de que o desenvolvimento de capacidade de resoluções de problemas merece especial atenção, argumenta que problemas é uma atividade de composição escrita que além de encontrarmos uma solução que seja satisfatória, temos que apresentar por escrito uma solução que satisfaça o leitor.

O autor destaca os estudos sobre resoluções de problemas por meios de projetos, pois estes são considerados como uma estratégia de ensino e aprendizagem que por meio de uma investigação de uma situação problema articula a teoria e a prática tornando assim uma aprendizagem diversificada em tempo real podem citar três temas gerais que o caracterizam o papel das resoluções de problemas nos currículos de matemática das escolas: resolução de problemas como contexto, resolução de problemas como capacidade, e resolução de problema como arte.

Resolução de problemas como contexto está relacionada a outros subtemas no qual mostrarei alguns subtemas importantes relacionado a este contexto.

Resolução de problemas como justificação: historicamente, a inclusão da resolução de problemas no currículo de matemática foi para mostrar aos alunos e professores a importância e o valor da matemática, como se utilizar dela para resolver os problemas que confrontamos no nosso dia a dia, e sendo ela útil é uma justificativa para o ensino da matemática.

Resolução de problemas como motivação: este subtema está relacionado ao da justificação, os interesses dos alunos são atraídos através das resoluções de problemas, isso acontece quando o aluno descobre a essência da matemática ele deixa de memorizar os algoritmos e passa a compreender e reconstruir os conceitos matemáticos assim sua aprendizagem é duradoura e significativa.

Resolução de problemas como atividade lúdica: Esta relacionada com a motivação, mas nem tanto para motivar os alunos a aprender mais, e sim para permitir que eles tenham algum divertimento com a matemática que eles já aprenderam.

Resolução de problemas como capacidade: Nestas atividades, a matemática é vista como possibilidades de melhorar o pensamento e, dessa forma, acredita se que se os adquire habilidades para lidar com situações problemas do mundo real.

Resoluções de problemas como prática: Neste tipo de atividades, os alunos já tem o domínio de matemática.

Importante ressaltarmos que estes subtemas que estão de certa forma relacionada a resolução de problemas como contexto todos eles consideram as resoluções de problemas como meios para atingir fins importantes.

Também apresento as idéias de Schroeder e Lester (apud FELICE 2012, p.58), em que ele defende as ideias do autor de que existem três concepções diferentes da temática resolução de problema: Ensinar sobre as resoluções de problemas; Ensinar a resolver problemas; ensinar matemática através da resolução de problemas e que também considero importante para o desenvolvimento do meu trabalho.

Ensinar sobre resolução de problemas: o objetivo principal é ensinar estratégias e heurística para resolver problemas.

Ensinar para resolver problemas: neste contexto o ensino é centralizado nos conceitos matemáticos, onde será utilizado posteriormente nas resoluções dos problemas, o ensino através deste método pode não ter sucesso por não permitir ao aluno a capacidade de criar ou reconstruir os conceitos matemáticos fazendo com que apenas reproduz o que lhe está sendo ensinado e os alunos ainda podem ver a resolução de problemas como uma atividade que só podem ser realizada após ser introdução dos conceitos. Estes dois tipos de ensino estão relacionados com as quatro fases interdependentes propostas por Polya.

Ensino através da resolução de problemas: os problemas são avaliados não somente como um propósito para aprender matemática, mas, também como um meio importante de fazê-lo. Por isso, os autores consideram o ensino de Matemática através de resolução de problemas importante por permitir uma experiência em profundidade de conhecer as capacidades e limitações do conhecimento matemático que os estudantes possuem. Essa ideia é defendida por Felice (2012), quando trata da resolução de situações-problema.

3.2 - Conceitos de Problema

Quando falamos em problemas, qual é a primeira impressão que vem em nossa mente? Será que somos capazes de definir esta situação de maneira generalizada, ou será que isto não é possível. Para melhor responder esta questão, não bastaria só minha opinião, então busquei subsídio em outros trabalhos de pesquisa realizada por educadores que se preocupam com a aprendizagem dos conceitos matemáticos, entre elas destaca as pesquisas realizadas por Felice (2012, p. 75) e Allevato (2005, p.56). Um ditado popular nos diz que “O que para alguns é um problema para outros é um exercício e para outros uma distração” para melhor entender esta questão, pensamos em pessoas que tem conhecimentos elevados sobre função do segundo grau, certamente não encontrará dificuldade para solucionar o problema proposto pelo livro didático, matemática moderna, do autor Manoel Paiva (2005, p.132), avaliado pelo PNLEM nos anos de 2009, 2010 e 2011.

O problema nos diz que um físico lançou uma pedra obliquamente para cima, constatando se que a trajetória do objeto era $y = -\frac{x^2}{5} + 8x$, em que y , em metros, é a altura atingida pela pedra para um deslocamento x , em metros, na horizontal. E foi feita as seguintes perguntas em relação ao enunciado do problema. Qual foi a altura máxima atingida pela pedra, qual foi o deslocamento x para que a pedra atingisse a altura máxima, posso dizer que este seria

um grande desafio para quem não tem conhecimento de função do segundo grau e conseqüentemente seria um problema para ele ter que solucionar. Dessa forma, para definir um problema é necessário levar em conta o conhecimento individual de cada indivíduo, porque o que parece simples para um determinado grupo pode ser um problema para outro. Podemos caracterizar um problema caso haja um objetivo a ser atingido e não disponibilizamos de nenhum algoritmo ou método que nos leva alcançar de forma imediata ao objetivo almejado.

A resolução de problemas vem se destacando como um método importante para desenvolver o raciocínio e motivar os alunos para o estudo da matemática. Ao analisar os livros didáticos percebemos listas intermináveis de problemas quase sempre do mesmo tipo que podem ser resolvidos seguindo o modelo não permitindo o desenvolvimento do raciocínio do aluno, muito pelo contrário, esse tipo de material acaba fazendo com eles tenha uma intuição negativa da matemática. O professor pode mudar esta situação propondo situações que desafiem os alunos em momentos específicos da aula, propondo situações que pode ser exploradas e não simplesmente resolvidas. Quando falo em explorar um problema significa encontrar soluções alternativas além da natural e ensinar sobre diferentes pontos de vista matemáticos, é importante que o corpo docente conheça as limitações dos alunos para propor atividades de acordo com suas limitações, caso contrário poderemos estar nutrindo-os de sentimentos de aversão à matemática.

Segundo Dante (apud SOUSA), “devemos propor aos estudantes varias estratégias de resoluções de problemas, mostrando que não existe uma única estratégia, ideal e infalível”. Cada problema exige uma determinada estratégia. A resolução de problemas não deve constituir em experiência repetitiva através dos mesmos problemas (com outros números) resolvidos pela mesma estratégia, o interessante é resolver diferentes problemas com uma mesma estratégia e aplicar diferentes estratégias para resolver o mesmo problema, assim estará dotando os alunos de competências diante de problema futuros.

Como foi definido pelos parâmetros curriculares nacionais (BRASIL, 1998, p.41), um problema matemático é uma situação que demanda realização de uma seqüência de ações ou uma operação para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la. Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, mesmo porque, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução. Ao fazer uma reflexão sobre este contexto, me veio uma pergunta que considero importante, quais são os tipos problemas, e como estes devem ser trabalhados para melhor auxiliar nas aprendizagens dos alunos.

3.3 Como os Problemas devem ser trabalhados

Bom, quem decide a respeito desta temática é o professor responsável pelo ensino, ao elaborar uma atividade de aprendizagem tem que ter em mente um objetivo que deseja que os alunos alcancem e cabe a ele decidir o tipo de problema mais apropriado, por outro lado, um bom problema é aquele que suscita a curiosidade dos alunos e os tornem capazes de serem críticos, criativos e que desenvolvam neles capacidades de iniciativas e os tornem independentes. Certamente um profissional para assumir este desafio deve conhecer as capacidades, limitações e os meios sociais em que os alunos estão inseridos, é preciso que o enunciado venha apresentado com contexto de problematização que para a heurística da resolução de problemas é considerado como a arte de inventar, fazer descobertas ou investigar.

Acontece que a resolução de problema nem sempre está sendo interpretada de acordo com o seu real significado e em muitas das vezes são trabalhados de formas inadequadas por muitos profissionais que atuam como educador, e ainda em muitos casos os problemas são confundidos com os exercícios. Segundo o PCN (BRASIL, 1998, p.41) de Matemática, um problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo quase operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posto e a estruturar a situação que lhe é apresentada. Sendo assim um problema é uma questão para qual o aluno não dispõe de um método, fórmula, ou regra que ao aplicar resulta a sua resolução de forma imediata, enquanto que um exercício é uma questão que pode ser resolvida usando um método já conhecido. É claro que pode haver exercícios mais difíceis, requerendo aplicações mais ou menos engenhosa de vários métodos e também existem problemas mais simples ao lado de outros mais complicados.

Dante (apud ALLEVATO, 2005) também difere os problemas dos exercícios com o seguinte argumento. Exercício, como próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidade algorítmicas.

Problemas ou problema- processo é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta a sua solução. A solução de um problema-processo exige certa dose de iniciativa, e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias.

Podemos tirar bons propósitos das idéias dos autores, pois ao fazermos uma comparação entre as idéias perceberemos que existe certo grau de analogia, e que ambos sugerem que a resolução de problemas deve ser proposta antes dos desenvolvimentos dos conceitos.

O professor que ensina os conceitos para posteriormente passar os exercícios, certamente está preocupado em saber se o aluno é capaz de reproduzir o que lhe foi ensinado e esta é compreendida como uma atividade de treinamento, que faz o uso de alguma habilidade já conhecida pelo estudante, como a aplicação de um algoritmo já conhecido, que resulta num procedimento de memorização.

Os problemas necessariamente envolvem invenção, criação, é uma situação em que os alunos se deparam com pouca ou muita complexidade e para qual não possui uma resposta imediata, mas que já possui os meios intelectuais para resolvê-los. Quem aprende a resolver problemas toma decisões mais corretas, é mais criativo, possui sabedoria, raciocínio lógico, autonomia e acima de tudo interfere na sociedade de forma atual e consciente.

3.4 Contextualizações dos conteúdos matemáticos.

O professor é um profissional que exerce uma atividade brilhante e muito importante, pois é dever dele criar possibilidades para que os alunos se desenvolvam intelectualmente e se adaptem ao meio social, para que isso ocorra é necessário que crie condições para uma aprendizagem motivadora que leve a superar o distanciamento entre os conteúdos estudados e a experiência do aluno, estabelecendo relações entre os tópicos estudados e trazendo referências que podem ser de natureza histórica, cultural ou social, ou mesmo de dentro da própria Matemática.

Neste tópico faremos abordagens sobre a importância e benefícios do ensino contextualizado que vem apresentado pelo PCN (BRASIL, 1998) de Matemática e o PNLD (BRASIL, 2008). Embora a aquisição do conhecimento seja importante só será significativa se formos capazes de compreendê-lo. Ao elaborarmos uma atividade contextualizada temos oportunidades de promover relações com outros conceitos dentro da própria matemática ou conhecimentos relativos com outras disciplinas, essa atividade pode mostrar aos alunos a importância de se estudar matemática, como aplicar lá em uma situação significativa em que o conhecimento esteja vinculado aos lugares onde foram criados ou onde estes estão inseridos.

No PCN de matemática (BRASIL,1998,p.15-16) destacam que:

[...] explicitam o papel da matemática no ensino fundamental pela proposição de objetivos que evidenciam a importância de o aluno valorizá-lo como instrumental para

compreender o mundo à sua volta, de ver a matemática como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento das capacidades para resolver problemas.

Baseando se nos Parâmetro Curriculares Nacionais podemos dizer que desde o ensino fundamental existe uma grande preocupação com a aprendizagem dos alunos na disciplina de matemática e se fomos analisar chegaremos à conclusão que é lá que nascem as primeiras atitudes e concepções das crianças sobre esta disciplina, na medida em que as crianças vão crescendo estas concepções e atitudes vão sendo cada vez difíceis de serem modificados, ao elaborar o PCN seus idealizadores tiveram como propósito orientar as escolas e os professores a planejarem melhor seus currículos e suas aulas, prevenindo para que as situações não encaminhem os alunos para a aprendizagem de um conteúdo pronto e acabado, mas para que sejam capazes de construir os seus próprios conhecimentos.

O PCN assinala que a contextualização dos conteúdos se refere a aspecto como; a relação entre o sujeito e o objeto; o aluno participa das informações constantemente para aquisição do seu conhecimento, e não como ser passivo que apenas recebe informações, este é um dos recursos que a escola tem para retirar o aluno da condição de expectador passivo. Uma alternativa de se fazer isso é abordar assuntos a serem estudados por intermédio de resoluções de problemas.

Trabalhar com os alunos a resoluções de problemas contextualizados é uma atividade bastante produtiva, e contextualizar somente situações que fazem parte do seu cotidiano dependendo do meio no qual os alunos estão inserido na sociedade, iremos nos deparar com certas limitações para trabalhar os procedimentos e os conceitos matemáticos devidos o fato de vários tópicos matemáticos não pertencer ao seu cotidiano, portanto além dos contextos sociais é necessária a contextualização de problemas relacionada com a história da matemática permitindo ao aluno um bom entendimento sobre sua evolução histórica e sua origem e fazer essa contextualização dentro da própria matemática.

O PCN (1998, p.28) afirma que, a própria história da matemática mostra que ela foi construída como resposta as perguntas provenientes de diferentes origens e contexto, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras calculo de crédito), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como problemas relacionadas a investigação interna a própria matemática.

A história da matemática é um meio bastante eficaz que pode ser utilizada no ensino aprendizagem, pois além de permitir que o aluno aprenda os conceitos matemáticos através de

suas origens, fará com que eles também compreendam sua evolução ao longo da história matemática, assim tenho convicção que os alunos verão a matemática como uma ciência viva e em permanente construção e não como um conjunto de fórmulas e símbolos.

3.5- Resoluções de Problema na Avaliação da Aprendizagem

A avaliação da aprendizagem dos alunos é realizada internamente pelo professor e externamente pelo Sistema de Avaliação da Educação básica (SAEB). Na elaboração do PCN de Matemática os consultores constataram que nas provas de matemática, aplicada em 1995, abrangendo aluno de quartas e oitavas séries do Ensino fundamental, os percentuais de acerto por série/ grau e por capacidade cognitivas, além de continuar diminuindo à medida que aumentavam os anos de escolaridade, indicavam também que as maiores dificuldades encontravam-se nas questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas. Neste sentido é preciso repensar certas ideias que predominam sobre o significado da avaliação em matemática, ou seja, as que concebem como prioritário avaliar apenas se os alunos memorizam regras e esquemas, não verificando a compreensão dos conceitos, o desenvolvimento de atitudes e procedimentos e a criatividade nas soluções que, por sua vez, se refletem nas possibilidades de enfrentar situações problemas e resolvê-las.

Assim são fundamentais que os resultados expressos pelos instrumentos de avaliação sejam eles provas, trabalhos e o registro das atitudes dos alunos, permitem ao professor avaliar as competências que não é possível avaliar em simples teste. A avaliação através de relatórios permite que os alunos desenvolvam a capacidade de comunicação escrita que habitualmente apresentam muitas falhas, mostra a maneira como pensaram e o modo como organizaram seu pensamento. Este tipo de avaliação é essencial para que o professor descubra quais são as maiores dificuldades encontradas pelos alunos em compreender os conceitos matemáticos, se realmente sua metodologia está surtindo os efeitos esperados. Assim o processo avaliativo deve cobrir um conjunto variado de possibilidades de raciocínios matemáticos, viabilizando a elaboração de itens que meçam o desenvolvimento de habilidades do aluno e suas competências.

3.6- Resoluções de Problemas como formação do conhecimento

Conhecimento é um conteúdo mental que o sujeito constrói, muitos se equivocam quando determinam como conhecimentos matemáticos apenas os conteúdos escolares

memorizados durante a exposição do professor. Conheci pelo estudante por meio do fazer e resulta na aprendizagem.

O PCN de matemática (Brasil, 1998 p.24) nos diz que a matemática é uma ciência viva, presente não apenas no cotidiano dos cidadãos, mas também das escolas do ensino básico, das universidades onde é possível reconstruir os saberes já organizados e nos centros de pesquisa, onde se verifica atualmente uma impressionante produção de novos conhecimentos. A produção de conhecimentos têm sido instrumentos úteis na solução de problemas científicos, tecnológicos da maior importância, sendo assim, o conhecimento matemático é algo que está em permanente construção, e se desenvolve a partir de situações problemáticas que surgem na sociedade que interferem nas tecnologias e que necessitam de buscar respostas mobilizando assim um conjunto de indivíduos a formular estratégia para solucionar os problemas.

A aprendizagem através de estudos por meio da resolução de problemas vem sendo apontada como uns dos caminhos essenciais para a aquisição do conhecimento e faz com que acreditemos que isso permitirá aos alunos compreenderem melhor os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos, pois dessa maneira deixam de ser um ser passivo que recebe informações, para se tornar um ser ativo construtor do seu próprio conhecimento.

Mas esta proposta de trabalho é desprezada por muitos profissionais que atuam na área da educação, muitas das vezes os conteúdos são trabalhados de maneira equivocada, contraditórias, motivo que levou vários educadores matemáticos a descrever sobre o tema para que possa servir de subsídios para estes profissionais desenvolver um ensino com qualidade.

O mundo globalizado do qual fazemos partes e as rápidas mudanças sociais tem exigido habilidades dos alunos que antes não estavam prevista, no entanto é necessário fazer com que os alunos tenham competências para lidar com situações novas. Segundo o PCN de matemática (BRASIL, 1998, p. 42) sugere que durante o processo de ensino o aluno deve ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas situações, a analisar problemas abertos que admite diferentes respostas em funções de certas condições. Dessa forma, fica evidente uma concepção de aprendizagem que não esta pautada pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via de ação que constrói conhecimento.

Segundo Dante (1998) Afirma que embora tão valorizada, a resolução de problemas é um dos tópicos mais difíceis de serem trabalhados na sala de aula. É muito comum os alunos saberem efetuar os algoritmos e não conseguirem resolver um problema que envolva um ou

mais desses algoritmos. Isso se deve à maneira com que os problemas matemáticos são trabalhados na sala de aula e apresentados nos livros didáticos, muitas vezes apenas como exercícios de fixação dos conteúdos trabalhados.

Um problema pode envolver muito mais do que a simples resolução das operações. Deve, sim, possibilitar ao aluno desenvolver estratégias, buscar vários caminhos para solucioná-lo à sua maneira, de acordo com sua realidade e raciocínio.

Para Dante (1998), um problema é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos específicos para solucioná-la.

Como exemplo de problema, apresento a seguinte situação envolvendo uma equação do 2º grau:

“Duzentas e quarenta figurinhas devem ser repartidas por um grupo de meninos, mas na hora de reparti-las 5 meninos não apareceram para pegar as suas figurinhas. Por causa disso, cada menino recebeu 8 figurinhas a mais. Quantos meninos receberam figurinhas?”

Para resolver este problema será necessário que o aluno traduza o enunciado para a linguagem matemática apropriada $\frac{240}{x} + 8 = \frac{240}{x-5}$ realizando os cálculos algébricos chegaremos $8x^2 - 40x - 1200 = 0$. Após estes passos, o aluno poderá utilizar algum procedimento padronizado para a resolução. Como exemplo de exercício podemos propor aos alunos que resolva a seguinte equação do segundo grau $8x^2 - 40x - 1200 = 0$, neste caso solicita-se ao aluno a aplicação imediata, por exemplo, da fórmula de Bhaskara, não requerendo do mesmo outras habilidades.

Existem diferenças básicas entre exercícios e problemas. No primeiro, o aluno não precisa decidir sobre o procedimento a ser utilizado para se chegar à solução. Soares ; Pinto (apud e MAGALHÃES) exemplifica:

As tarefas em que precisa aplicar uma fórmula logo depois desta ter sido explicada em aula, ou após uma lição na qual ela aparece explicitamente... “Servem para consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e procedimentos necessários para posterior solução de problemas...”.

É possível entender que existe uma diferença grande em aplicar uma fórmula para resolver o problema daquela de pensar o problema.

CAPÍTULO 4

PROPORCIONALIDADE

Ao ler o livro sobre proporções escrito pelos autores Imenes, Jakubo e Lellis (1992) onde eles mostraram as finalidades das proporções por meio de situações significativas e lúdicas, percebi que o texto é voltado para utilidades prática das proporções e para dar resposta a problemas matemáticos.

4.1- Exemplos interessantes

Em um exemplo simples citado no livro, mas que pode ser considerado com certo grau de potencialidades para o estudo através dele é possível perceber a conexão da proporcionalidade com as operações multiplicação e divisão e daí perceber porque que existe a proporcionalidade. O exemplo nos diz que:

Sabendo que um livro disponibiliza um espaço de 14 cm por 7 cm para um determinado desenho e que Claudia fez um desenho de 21cm por 10,5 cm porque não gosta de fazer desenho pequenos. Depois, o desenho foi reduzido em uma máquina copiadora.

Para esse método funcionar, as dimensões do desenho da Claudia tinham que ser proporcionais às dimensões do espaço reservado no livro. Mas como Claudia podia saber que 21 cm e 10,5 de seu desenho eram proporcionais a 14 cm e a 7 cm do espaço:

Se observarmos pode perceber que $\frac{21}{14} = \frac{10,5}{7} = 1,5$ ou que $21 \times 7 = 14 \times 10,5 = 147$ que como encontramos a constante 1,5 que satisfazem a igualdade das divisões e a constante 147 que satisfaz a igualdade do produto podemos dizer que ocorre a proporcionalidade.

Ao refletir sobre o problema concluo que Claudia para fazer o desenho de modo que a maquina o minimizasse pensou em valores para as dimensões tal que ao realizar as operações de divisão ou multiplicação pelos valores das dimensões dada pelo problema resultasse em uma constante.

Diariamente trabalhamos com o conceito de proporção e em muitas das vezes sem ao menos perceber, podemos dizer que ela faz parte do cotidiano das pessoas é possível notar a presença da proporcionalidade no relógio quando trabalhamos com as grandezas horas e graus, como ela é desenvolvida na tecnologia exemplo simples disto é quando os autores afirmam que nos televisores, a altura e a base tem sempre medidas proporcionais a 3 e 4, no trabalho ela

pode prever o tempo necessário para que seja concluído, veja a seguir um exemplo simples de uma pessoa que precisaria prever o tempo para realizar uma atividade.

Suzi em uma hora e meia ela leu 60 paginas de um livro, sabendo que o livro é composto por 200 paginas quanto tempo ela irá demorar a ler o restante das paginas do livro.

Este problema pode ser resolvido utilizando a proporção, pois sabemos que o tempo é diretamente proporcional ao numero de paginas.

Horas	Paginas
0,5 meia hora	20 paginas
1,0 uma hora	40 paginas
1,5 uma hora e meia	60 paginas
2,0 duas horas	80 paginas
2,5 duas horas e meia	100 paginas
3,0 três horas	120 paginas
3,5 três horas e meia	140paginas

O problema acima foi resolvido utilizando o método da proporção temos que na medida em que horas vão aumentando o numero de paginas também vai aumentando na mesmo proporção e quando a atingir a três horas e meia Suzi terá lido 140 paginas que é o restante do livro.

Se observarmos, resolver esta proporção por meio de tabelas dependendo dos valores que está sendo trabalhado pode gerar cálculos extensos, mas podemos recorrer a outras estratégias ou técnicas como a regra de três em que vale a propriedade do produto dos meios pelos extremos, veja o mesmo problema resolvido pelo método regra de três. $\frac{60}{140} = \frac{1,5}{x}$, quando aplicamos a propriedade dos meios pelos extremos resultamos em $60x = 140 \times 1,5$ assim teremos que $x = \frac{210}{60} = 3,5$ assim $\frac{60}{140} = \frac{1,5}{3,5} = 0,428571428$ resultou em uma constante que satisfaz ambas as divisões podemos concluir que existe proporcionalidade entre estes números. Percebe se que este exemplo é bem simples e um pouco pessoal, mas é importante porque nos faz prever alguns acontecimentos antes que inicie o processo e nos permite planejarmos melhor para que a atividade que esta sendo planejada de certo. A seguir abordarei outro exemplo que relaciona conceito de proporcionalidade na área de pesquisa, imagine uma cidade com 1.800.000 eleitores que votarão nesta eleição, na pesquisa foram entrevistados 1350 eleitores e descobre se que 600 deles votarão em João Honesto. Supondo se que os números da pesquisa são proporcionais ao numero de todos os eleitorados, pode-se calcular quantos votos,

aproximadamente, o João vai ter nas eleições. Como podemos perceber são muitos os eleitores e não é possível entrevistar todos para saber a quantidade de votos que um candidato terá, mas é possível entrevistar um determinado grupo de pessoas e através da proporção prever os números de voto.

Sabemos que foram entrevistados 1350 eleitores, destes 600 votam em João honesto e que é mantida a mesma proporcionalidade, assim podemos dizer que $\frac{600}{1350} = \frac{x}{1800000} = 0,44 \dots$ para que a constante de proporcionalidade seja válida $x = 800000$ e assim podemos dizer que João honesto terá 800000 votos.

Particularmente o estudo da proporcionalidade pode ser encontrado por meio de pesquisa realizada por Costa (2005), Pontes (1996), Bernal (2004) Ávila (1985) entre outros estes pesquisadores analisaram situações de como vem apresentado à proporcionalidade pelos livros didáticos, como é trabalhada em sala de aula e até mesmo como este conceito é explorado por pessoas que não possuem uma escolarização.

Podemos observar o uso deste conceito esta presente em muitos casos, nas construções quando os pedreiros preparam o concreto eles utilizam a proporção entre o cimento, a areia e a pedra, a dona de casa utiliza proporção entre os ingredientes em suas receitas culinárias, o cafeicultor sabe que em média, sessenta quilos de café em coco equivalem a vinte quilos de café beneficiado estes casos e muitos outros nos mostram existem pessoas que se utilizam de forma correta o conceito proporcional, mas não possuem escolarização.

Segundo Spinillo apud (JÚNIOR; FARIA) considera este conceito importante para lidar com várias situações do mundo, para estudar e compreender outras áreas de conhecimento, além de contribuir para o desenvolvimento cognitivo dos indivíduos. Também é essencial para o aprendizado de diversas disciplinas do ensino fundamental, médio e superior.

Para Oliveira (1999, p.2) o estudo do tema proporcionalidade no Brasil muitas vezes é visto de forma fragmentada, onde cada assunto do tema proporcionalidade é visto como um objeto de estudo em si mesmo.

Na concepção Nunes apud (JUNIOR, 2010) a proporcionalidade é uma relação entre duas variáveis, é indispensável em várias ciências, faz parte do cotidiano das pessoas e é o embrião da matemática financeira.

Para que os alunos melhor se apropriem do conceito de proporcionalidade em que este, está presente em diversos contextos é necessário que o educador faça planejamento e desenvolva sua criatividade propondo desafios que permitam a discussão em sala de aula mostrando sua presença em situações cotidianas como; compra e venda, nas receitas de

cozinha, na construção civil, nas tecnologias além de estarem relacionados com outros conceitos como porcentagem, fração, taxas, inclinação de gráficos de função etc.

Muitos estudos e materiais didáticos sugerem o ensino do conceito de proporcionalidade pela utilização do algoritmo da regra de três obedecendo a uma ordem linear primeiro se define a razão, depois a proporção e depois as grandezas proporcionais, certamente cabe ao docente buscar outros recursos além do uso do livro didático para que os alunos se apropriem do conhecimento de maneira significativa dando ênfase a uma metodologia que prioriza a construção do conhecimento.

A grandeza A é diretamente proporcional a grandeza B , se dados os valores $a, b \in A$ e $c, d \in B$ variarem em uma mesma razão podendo ser expressa pela linguagem matemática da seguinte maneira, a está para b assim como c está para d e representada matematicamente conforme o modelo a seguir $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

A grandeza C é inversamente proporcional a D , se os valores $a', b' \in C$ e $c', d' \in D$ variarem em razão inversa podendo ser expressa pela linguagem matemática da seguinte maneira, a' está para b' assim como c' está para d' e representada matematicamente conforme o modelo a seguir $\frac{a'}{b'} = \frac{c'}{d'}$.

O modelo citado anteriormente descreve o conceito de proporcionalidade de forma adequada, mas no desenvolvimento do conceito de proporcionalidade devemos priorizar o campo multiplicativo.

4.2- Proporções no contexto da Matemática egípcia

A civilização egípcia se estabeleceu as margens do rio Nilo por volta do ano 4000 a. c., esta sociedade era caracterizada por questões ligada à posse de terra, irrigação, construção de monumento, agricultura e comércio, o rio Nilo trouxe grandes benefícios àquela sociedade, pois suas águas era utilizadas nas irrigações de plantações mas por outro lado também trouxe alguns problemas como as enchentes que ocorria durante um determinado período do ano, como explicitado no capítulo anterior a matemática surge devido a necessidade de solucionar os problemas que nos confrontam, assim a matemática oriental surgiu com propósito de facilitar o calculo do calendário para organizar e administrar a colheita que eles produziam no entanto podemos afirmar que a matemática surge nesta região como uma ciência pratica.

Na época os egípcios faziam seus registros matemáticos em papiros e graças a clima seco predominado naquela região este conhecimento chegou até nós, o mais conhecido é o papiro de Rhind descoberto por H. Rhind em 1858 que foi compilado pelo escriba Ahmes por

volta do ano 1650 a. C. onde são registradas umas series de tabelas e 85 problemas relacionada com quantidades envolvendo equações, que hoje é conhecida por nós como equação do primeiro grau, mas que de primeiro eles resolviam pelo método de falsa posição que consiste em procedimento de tentativas e erros.

No papiro de Rhind é possível perceber indícios de que os egípcios já utilizavam de forma implícita o conceito de proporcionalidade nas resoluções de problemas práticos resolvidos pelo método da falsa posição, a seguir vejamos um problema de numero 24 registrado pelo papiro de Rhind.

Sabendo que aha (nome dado ao valor desconhecido) mais um sétimo de aha é igual a 24, encontre o valor de aha.

Hoje se este problema fosse proposto conseqüentemente não seria um problema para as pessoas que tem um pouco de conhecimento algébrico, mas ahmes não tinha conhecimento sobre a álgebra ele resolvia estes tipos de problemas pelo método da falsa posição, ou seja, por tentativas e erro. De inicio ele assumia um valor para aha, provavelmente falso e as operações indicadas eram efetuadas sobre este valor o resultado era então comparado com o resultado que se pretendia obter, e usando as proporções ele chegava à resposta correta. A seguir veja como Eves (2004, p.73) solucionou o problema proposto anteriormente. O escriba egípcio escolhia um número para o valor (aha) que evitasse a fração $\frac{1}{7}$, uma boa escolha seria número 7 e se a reposta fosse 7 então, $7 + \frac{1}{7} de 7 = 8$ como o resultado esperado era igual a 24, o valor assumido para aha de inicio seria falso, mas tendo em vista que o resultado obtido multiplicado por 3 chegaria o valor da soma correta (24), na mesma proporção deveria ser multiplicado a falsa posição inicial (7) para chegar o valor correto de aha que é o valor desconhecido, assim a falsa posição apontava para um valor de (aha) igual a “aha” $7 \times 3 = 21$.

Este método de falsa posição não é mais explorado nos meios escolares, para D’Ambrosio (2007) os alunos se apropriam de técnicas modernas onde enfatiza a simbologia matemática e com isso não consegue ver o uso das proporções nas resoluções equações, no entanto é importante que o professor mostre aos seus alunos que um conceito matemático pode estar relacionado com outros conceitos.

No próximo capítulo será apresentada uma aula que pode proporcionar um processo de estudo sobre o conceito de proporcionalidade

CAPÍTULO 5

DESENVOLVIMENTO DA AULA

A aula deverá ser organizada levando em conta as seguintes etapas:

Primeiro Momento

Inicialmente será apresentado um texto para leitura e interpretação. O texto versará sobre a identidade de Tales, e descreve-o como matemático grego da antiguidade clássica, viveu de 640 a 550 a.C. Ele era de Mileto, uma região da Grécia e consta ter sido bom comerciante, mas, depois de idade avançada se dedicou às ciências e especialmente à Matemática.

No texto é atribuído a Tales, o mérito de ter contribuído para a base do desenvolvimento científico da Geometria provando demonstrações originais, para algumas propriedades, usando já o processo dedutivo. Todavia, o fato histórico pelo qual ele é sempre lembrado é o de ter medido a altura da pirâmide Quéops do Egito. O problema é descrito no texto onde consta que no plano onde se assenta à pirâmide, Tales fez fincar uma estaca, de altura conhecida, na posição vertical e observou simultaneamente a sombra da estaca projetada pela luz do sol e a sombra da pirâmide. Quando a sombra da estaca alcançou a medida da estaca, Tales mediu a sombra da pirâmide até na metade de sua base. Dessa forma obteve a medida da altura da pirâmide.

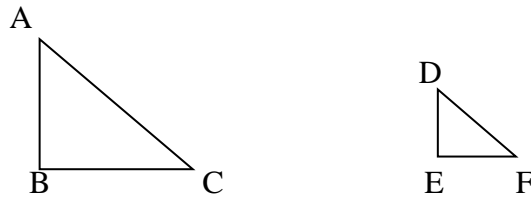
No Segundo Momento

A tarefa agora é construir e observar a maquete de uma pirâmide. Os alunos poderão manipular as idéias contidas na maquete, e manifestando por frases, pelo discurso e até mesmo pela escrita sobre os fatos observados. Da manipulação poderão surgir explicações sobre o que significa a altura de um objeto, ângulo reto, paralelismo dos raios solares.

No Terceiro Momento

É o momento de discutir o conceito matemático. Para isso, encaminharemos a discussão sobre os triângulos formados, tanto pela sombra da Pirâmide quanto pela sombra do bastão usado por Tales. O triângulo grande contém a altura da Pirâmide; o triângulo pequeno contém a altura do bastão.

A tarefa é desenhar os triângulos:



A tarefa agora é discutir, sobre o tipo de triângulo até que os alunos consigam descrevê-los como sendo um triângulo retângulo e isóscele, daí representar as razões entre a sombra e altura. Até chegar a essa representação:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}} = 1$$

Aqui podemos fazer uma institucionalização, “razões que tem o mesmo valor, mesmo representando medidas diferentes”.

Podemos representar

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}} \text{ e estimular os alunos a fazer a leitura “igualdade entre duas razões”}.$$

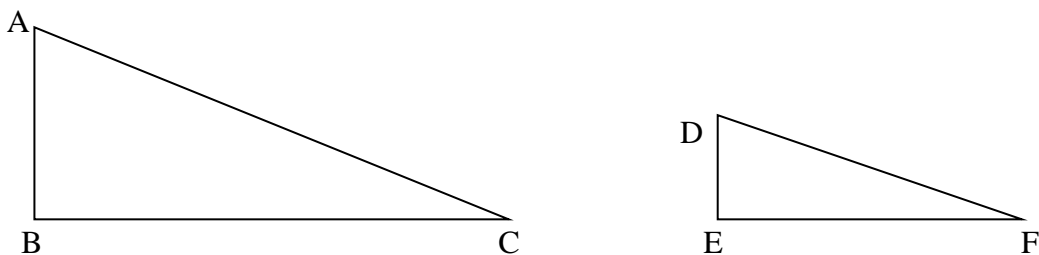
Aqui é importante discutir que igualdade representa o mesmo valor.

Podemos apresentar o conceito: “se duas razões tem o mesmo valor então são proporcionais”.

No Quarto Momento

O último momento será o de colocar a seguinte questão: se a sombra da pirâmide continua aumentando, o que acontecerá com a sombra do bastão?

Agora é o momento de generalizar matematicamente. A participação dos alunos é fundamental para que eles possam compreender que a verdade permanece, ou seja:



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = K \quad \text{e} \quad \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}} = K, \text{ logo } \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}}$$

No final a discussão deve teorizar a existência de uma proporcionalidade, por meio da verbalização e a linguagem deve se aproximar do que já se encontra institucionalizado:

“Proporção é a igualdade entre duas razões”.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Constatamos que o conceito de proporcionalidade é de fundamental importância e está presente na vida das pessoas independente de serem escolarizadas ou não, mas para que os alunos compreendam este conceito é necessário que o professor crie situações de estudo de modo a aproximar o aluno desse saber, de acordo com o objetivo proposto buscamos uma abordagem da proporcionalidade por meio da retrospectiva histórica da medida da altura pirâmide desenvolvida por Tales, a intencionalidade é de aproximar os alunos do saber que será estudado de forma que eles possam manipular as ideias que vão surgindo e poder se manifestar. Essas ações podem garantir a participação ativa na elaboração e compreensão do conceito. A devolução que os alunos fazem ao se manifestarem sobre os fatos observados e vivenciados durante as ações significa assumir a responsabilidade pela aprendizagem. Por isso, o professor deve organizar a aula no sentido de ceder parte dessa responsabilidade aos alunos.

Compreendido o conceito o que se espera são as aplicações em exercícios e problemas. O que acreditamos é que durante as aplicações do conceito de proporcionalidade esses alunos terão sempre como referência as experiências vivenciadas por meio das ideias de Tales.

Nossas reflexões sugerem a resolução de problemas como uma alternativa para a aprendizagem dos conceitos matemáticos, pois estas permitem ao aluno colocar se diante de questionamentos e pensar por si próprio, possibilitando o desenvolvimento do raciocínio lógico, autonomia, capacidade de iniciativa e criatividade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados: Análise De Uma Experiência**. Universidade Estadual Paulista. Disponível em: http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/teses/allevato_nsg_dr_rcla.pdf. Acessado em: 29/10/2012

BRASIL, Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997, 1998.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

COSTA, Manoel dos Santos; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **O Conceito de Proporcionalidade através da Resolução de Problemas de Geometria: Perspectivas Didáticas de (futuros) Professores de Matemática em Formação Inicial**. Instituto de Ensino Superior Franciscano. Disponível em: http://www2.rc.unesp.br/gterp/sites/default/files/artigos/trab_completo_manoel.pdf. Acessado em: 29/10/2012

DANTE, L.R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 2ªed. São Paulo: Ática, 1998.

EVES, H **Introdução a história da matemática**. Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2004.

FELICE, José. **O processo de estudo de Temas Matemáticos, relativos ao Ensino Fundamental, por intermédio de situação problema: práticas vivenciadas por acadêmicos do curso de licenciatura em Matemática**. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. Campo Grande: 2012.

GERDES, P. **Sobre a história da formação de matemáticos africanos: Os primeiros doutorados e contributo do Ubiratan D' Ambrósio em Perspectiva**. Revista Brasileira da História da Matemática. Especial n.1, p. 71-80, 2007.

JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo Cestari; IMENES, Luiz Marcio. **Proporções**. 8ªed. São Paulo: Atual, 1998.

JUNIOR, José Roberto Costa. **Atribuição de Significado ao Conceito de Proporcionalidade: contribuições da história da matemática.** Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Disponível em: http://bdtd.bczm.ufrn.br/tesesimplificado/tde_arquivos/36/TDE-2010-12-27T012735Z-3195/Publico/JoseRCJ_DISSERT.pdf. Acessado em: 29/10/2012

Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD: 2008: Matemática** Brasília: MEC, 2007.

OLIVEIRA, I. A. F. G.; SANTOS. M. C. Problemas de proporção: uma análise da apropriação do seu significado. **Anais do IV EPEM - Encontro Pernambucano de Educação Matemática.** Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 1999.

PONTE, J. P. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte: Editora Wadênia. (2003).

Pólya, G. (1975). **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Editora Interciência.

RODRIGUES, Adriano ; MAGALHÃES, Shirlei Cristina. **A Resolução de Problemas nas Aulas de Matemática: diagnosticando a prática pedagógica.** Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica_artigos/artigo_rodrigues_magalhaes.pdf. Acesso em: 29/10/2012

SOUSA, Ariana Bezerra de. **A Resolução de Problemas como Estratégia Didática para o Ensino da Matemática.** Universidade Católica de Brasília. Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/ArianaBezerradeSousa.pdf>. Acessado em: 29/10/2012