

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE CASSILÂNDIA - MS

MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS NO ENSINO DA
MATEMÁTICA: O CASO DA ESCALA CUISEINAIRE

TAMIRES SILVA CHAGAS

CASSILÂNDIA - MS

2016

TAMIRES SILVA CHAGAS

MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS NO ENSINO DA
MATEMÁTICA: O CASO DA ESCALA CUISEINAIRE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
como requisito parcial para obtenção do título
de graduação em Matemática Licenciatura
Plena, sob a orientação do Prof. Me. Eder
Pereira Neves.

CASSILÂNDIA-MS

2016

C424o Chagas, Tamires Silva

Materiais didáticos manipuláveis no ensino de matemática: o caso da Escala Cuisenaire/ Tamires Silva Chagas. – Cassilândia, MS: UEMS, 2016.

39f. : il. ; 30cm.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Matemática

– Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, 2016.

Orientador: Prof. Dr. Eder Pereira Neves.

1. Materiais manipuláveis 2. Escala cuisenaire 3. Operações aritméticas I. Título.

TAMIRES SILVA CHAGAS

**MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA:
O CASO DA ESCALA CUISEINAIRE**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado à Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Unidade Universitária de Cassilândia, como requisito parcial para a obtenção do título de Graduação em Matemática Licenciatura Plena.

Aprovado em 28 de outubro de 2016.

BANCA EXAMINADORA

1º examinador: Prof. Dr. Edemir Feliciano Garcia

2º examinador: Prof. Me. Valmir Ancelmo Dias

Orientador: Prof. Me. Eder Pereira neves

Dedico este trabalho à minha família, em especial aos meus avós Jovino e Maria.

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer em primeiro lugar a Deus, pois sem sua força não teria conseguido concluir meu curso. Agradeço a Ele também pelas coisas que aprendi, pelos dias difíceis em que sempre estive ao meu lado, guiando o meu coração para a solução dos meus problemas.

À minha mãe e ao meu irmão que sempre estiveram ao meu lado nos momentos de angústia, aos meus avós que me incentivaram a continuar e nunca desistir, aos meus tios e primos que nunca me abandonaram, aos meus amigos e familiares que foram pessoas importantes nesta trajetória. Em especial, agradeço as minhas primas Jussara e Jurema que estão sempre ao meu lado me guiando e iluminando nas adversidades.

Não poderia deixar de agradecer à Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Unidade Universitária de Cassilândia pelo ensino proporcionado aos alunos, em especial o meu aprendizado e ao meu docente orientador Prof. Me. Eder Pereira Neves que me proporcionou hoje o sentimento de realização e sucesso.

"Certa vez, disse um sábio: O silêncio fala muito e não comete erros. Para cada sofrimento seu, para cada dor, lembre-se: Você é mais forte tendo fé! Felizes aqueles que acreditam de verdade. Eles nunca estão sozinhos. (Rosa de Saron)"

RESUMO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso tem como objetivo demonstrar como a utilização de materiais didáticos manipuláveis (MD) pode ser aliada no ensino da Matemática. Para o desenvolvimento deste trabalho foram realizadas pesquisas em livros e artigos científicos para conhecer e compreender de que forma podem ser utilizados os MD no ensino da Matemática. Dentre alguns materiais, escolhemos a Escala Cuisenaire, que também pode ser chamada de Régua ou Barras Cuisenaire. Através de simulações de atividades com o mesmo, pudemos perceber a potencialidade do método Cuisenaire de números em cores, para introduzir as quatro operações básicas da aritmética e suas propriedades.

Palavras-chave: Materiais Manipuláveis; Escala Cuisenaire e Operações Aritméticas.

ABSTRACT

This present Final Paper aims to demonstrate how the use of manipulative didactic materials (MD) can be allied in the teaching of Mathematics. For the development of this work, researches were carried out in books and scientific articles to know and understand how MDs can be used in teaching mathematics. Among some materials, we chose the Cuisenaire Scale, which can also be called the Cuisenaire Rulers or Bars. Through simulations of activities with the same, we could realize the potentiality of the Cuisenaire method of numbers in colors, to introduce the four basic operations of arithmetic and their properties.

Keywords: Manipulatives Materials. Cuisenaire Scale. Arithmetic Operations.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Fluxograma dos MD Manipuláveis.....	15
Figura 2: Os precursores da Escala Cuisenaire Georges Cuisenaire Hottelet (1891-1980)	21
Figura 3: Os precursores da Escala Cuisenaire Caleb Gattegno (1911-1988)	21
Figura 4: Escala Cuisenaire	22
Figura 5: Material Cuisenaire	25
Figura 6: Casa e flor	26
Figura 7: Figuras de recomposição.....	27
Figura 8: Muro peça 7	28
Figura 9: Muro peça 9	28
Figura 10: Problema do ônibus.....	29
Figura 11: Peça preta de referência	29
Figura 12: Combinação com 2 peças.....	30
Figura 13: Combinação com 3 peças.....	30
Figura 14: Combinação com 4 peças.....	30
Figura 15: Livros da livraria.....	31
Figura 16: Papéis de Carta.....	31
Figura 17: Contas de frações	32
Figura 18: Contas de frações simplificadas	32
Figura 19: Pés de abacaxi	33
Figura 20: Suco de laranja	33
Figura 21: Conta do restaurante	34
Figura 22: Gincana na escola	35

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	11
2. O Uso de Materiais Manipuláveis no Ensino da Matemática	13
3. A Escala Cuisenaire no Ensino da Matemática	21
4. Operações Utilizando a Escala Cuisenaire	25
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	36
REFERÊNCIAS	38

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho são colocadas algumas considerações relacionadas ao uso de materiais manipuláveis no ensino da Matemática enfatizando as vantagens e desvantagens de suas aplicações.

Aspectos relacionados às aplicações de materiais manipuláveis no ensino da Matemática serão levantados neste trabalho, ressaltando as peculiaridades existentes na utilização do Material Cuisenaire, retratando autores e pesquisas relacionadas em algumas situações de aprendizagem.

Diversos autores e educadores que ensinam Matemática utilizam termos diferentes quando tratam de materiais concretos no ensino. Alguns autores utilizam a expressão instrumentos de aprendizagem, outros preferem objetos de aprendizagem, artefatos didáticos, materiais manipuláveis, materiais didáticos.

No entanto o objetivo da pesquisa é provocar uma sucinta discussão teórica sobre o uso de materiais manipuláveis, apontar as vantagens e desvantagens em aplicações no ensino da Matemática e apresentar aspectos do Material Cuisenaire aplicados nas quatro operações da aritmética.

A metodologia da pesquisa assumirá um caráter qualitativo em um primeiro momento, fundamentado através de levantamentos bibliográficos referentes ao tema proposto, e em um segundo momento experimental através de confecção de materiais e recolhimento de imagens.

As referências pesquisadas que discutem a abordagem dos materiais manipuláveis no ensino da Matemática para composição deste trabalho são Lorenzato (2010), Passos (2010), Bittar e Freitas (2005), Pais (2000), Azevedo (1999) e Brasil (1997).

O trabalho está organizado em capítulos, seguido de considerações finais e referências bibliográficas.

No primeiro capítulo são apresentados alguns apontamentos teóricos sobre o uso de materiais manipuláveis no ensino da Matemática. No segundo capítulo foram levantadas algumas pesquisas e experiências que tratam da Escala Cuisenaire no ensino da Matemática. No terceiro capítulo são apresentadas aplicações da Escala Cuisenaire na forma de imagens relacionadas a situações de ensino, utilizando conceitos básicos da aritmética que são fundamentais na construção de significados. Nas considerações finais são apresentadas as

discussões e apontamentos sobre o uso de materiais manipuláveis articulados à proposta da utilização do recurso da Escala Cuisenaire em situações de aprendizagens.

2. O Uso de Materiais Manipuláveis no Ensino da Matemática

Neste capítulo elencamos autores e pesquisadores da Educação Matemática que se referem ao uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino da Matemática.

Os materiais manipuláveis são definidos por Morais (2008), sendo todo material na forma de objeto com uma intenção pedagógica para auxiliar professores e alunos na compreensão de alguns conceitos teóricos fundamentais.

Para Bittar e Freitas (2005), muitos materiais manipuláveis podem ser utilizados desde a pré-escola para estimular a resolução de problemas que só podem ser resolvidos com definições e propriedades estudadas em Matemática em níveis mais avançados. Os autores destacam que estes materiais são ditos concretos e são confeccionados na intenção de levar os alunos a uma reflexão a respeito daquilo que está sendo proposto e para isso o professor deve selecionar cada material que julgar adequado para cada atividade Matemática, mas por mais rico e sofisticado que seja o material não dispensa o trabalho do professor na construção do conhecimento.

Para Passos (2010), o uso de materiais manipuláveis geralmente cria uma expectativa por parte dos professores por acreditarem que as dificuldades detectadas no ensino podem ser amenizadas pelo suporte da materialidade. A autora destaca que esta tendência foi fortemente defendida pelo movimento da escola nova através dos chamados métodos ativos que tinham como bandeira o uso de materiais concretos no ensino, com a finalidade dos alunos pudessem aprender fazendo. Segundo a autora, embora a adesão de boa parte dos professores neste período, por entenderem que a simples manipulação de materiais levaria à compreensão, estudos a respeito da aprendizagem seguindo este método apontam a existência de uma estreita relação entre a experimentação e a reflexão. Diante das pesquisas e tendências, que retrata a seguir:

Os recursos didáticos nas aulas de matemática envolvem uma diversidade de elementos utilizados principalmente como suporte experimental na organização do processo de ensino e aprendizagem. Entretanto, considero que esses materiais devem servir como mediadores em que um saber está sendo construído. (p.78)

Lorenzato (2010) define Materiais Didáticos (MD) como sendo qualquer instrumento utilizado para o ensino e a aprendizagem dos alunos. O autor destaca que estes instrumentos

podem ser um giz, uma máquina de calcular, um livro didático ou paradidático, um quebra-cabeça, um recurso áudio-visual, um jogo e outros que atendem estas características.

Pais (2000) faz um alerta para tipos de recursos didáticos utilizados para meios pedagógicos e destaca que:

O uso inadequado de um recurso didático pode resultar em uma inversão didática em relação à sua finalidade pedagógica inicial. Isto ocorre quando o material passa a ser utilizado como uma finalidade em si mesmo em vez de ser visto um instrumento para a aquisição de um conhecimento específico. (PAIS, 2000, p. 13)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) da área de Matemática no Ensino Fundamental alertam para práticas inadequadas quanto ao uso de materiais didáticos nas aulas de Matemática.

No entanto, apesar dessa evidência, tem-se buscado, sem sucesso, uma aprendizagem em Matemática pelo caminho da reprodução de procedimentos e da acumulação de informações; nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial. (BRASIL, 1997, p.25)

Para Lorenzato (2010), os MD não são garantia de bom ensino, e por melhor que seja o material nunca ultrapassa a categoria de auxílio ao ensino e alternativa metodológica que ficarão à disposição de professores e alunos.

Apesar dessa enorme gama de possibilidades, de todos os MD constituem apenas um dos inúmeros fatores que interferem no rendimento escolar do aluno. Os MD podem desempenhar várias funções, conforme o objetivo a que se prestam, e, por isso, o professor deve perguntar-se para que ele deseja utilizar o MD: para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos? São respostas a essas perguntas que facilitarão a escolha do MD mais conveniente à aula. (LORENZATO, 2010, p.18)

Os MD manipuláveis são definidos por Lorenzato (2010) como sendo de duas naturezas, os Materiais Manipuláveis Estáticos e os Dinâmicos.

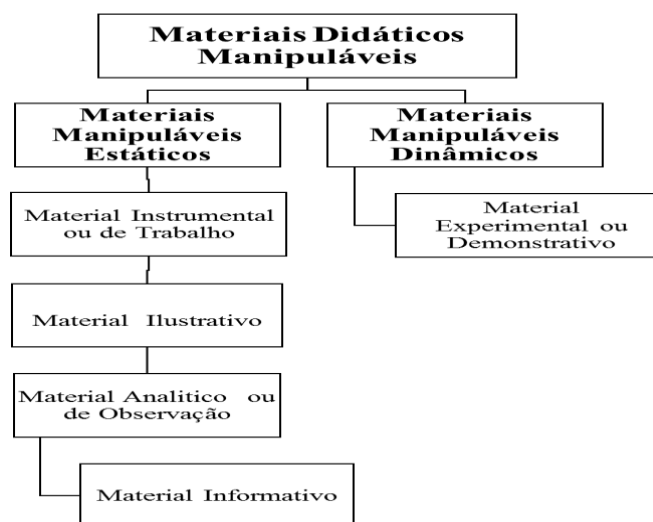
Os Materiais Manipuláveis Estáticos, como por exemplo, os sólidos geométricos construídos em madeira ou em papel, justamente por serem estáticos permitem somente a visualização. Os Materiais Manipuláveis Dinâmicos são caracterizados por permitir transformações permanentes e contínuas, levando o aluno a uma maior realização de

descobertas, percepções de conceitos e propriedades, caracterizando uma construção efetiva da aprendizagem. Entre outros podemos citar os softwares educativos e também aqueles que admitem uma maior participação do aluno através do seu manuseio e descobertas, como o caso do Ábaco, o Tangram, alguns jogos de tabuleiro, o material Dienes¹, o material Dourado e a escala Cuisenaire.

Convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o MD pode ser excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático. (LORENZATO, 2010, p.21)

Com relação às definições das duas naturezas dos MD manipuláveis apresentadas por Lorenzato (2010), segue um fluxograma sintetizando suas características para cada situação de aprendizagem.

Figura 1 : Fluxograma dos MD Manipuláveis



FONTE: Al Propri (2016)

Com relação ao fluxograma, Rodrigues e Gazire (2012) destacam uma definição importante:

1) O **material manipulável estático**: material concreto que não permite a transformação por continuidade, ou seja, alteração da sua estrutura física a partir da sua manipulação. Durante a atividade experimental, o sujeito apenas manuseia e observa o objeto na tentativa de abstrair dele algumas propriedades. Ao restringir o contato com o material didático apenas para o

¹ Material Dienes, também conhecido como multibase, é um recurso pedagógico na forma tridimensional semelhante ao Material Dourado.

campo visual (observação), corre-se o risco de obter apenas um conhecimento superficial desse objeto.

2) O **material manipulável dinâmico**: material concreto que permite a transformação por continuidade, ou seja, a estrutura física do material vai mudando à medida em que ele vai sofrendo transformações, por meio de operações impostas pelo sujeito que o manipula. A vantagem desse material em relação ao primeiro, na visão do autor, está no fato de que este facilita melhor a percepção de propriedades, bem como a realização de redescobertas que podem garantir uma aprendizagem mais significativa. (RODRIGUES E GAZIRE, 2012, p.190)

O uso de materiais concretos manipuláveis no ensino de Matemática também é enfatizado por Azevedo (1999), cujas pesquisas estão apoiadas em estudos realizados em escolas que procuraram nas suas atividades abordar a Matemática com uso de materiais que provocam resoluções de problemas presentes no cotidiano das crianças, com uma visão realística seguindo as ideias de Dewey² e Froebel³.

Para Azevedo a abordagem mais moderna do uso de materiais concretos no ensino da Matemática faz referência a dois suportes de natureza concreta.

Primeiro apresenta às crianças oportunidade de larga manipulação de materiais **não estruturados** do cotidiano, frequentemente em situações de jogo que fazem com que vários problemas se apresentem para as crianças. Na discussão para resolução de problemas, recorre-se à apresentação de vários materiais **estruturados** que permitirão que as crianças descubram princípios matemáticos por si mesmos, que serão instrumentos para resoluções de problemas. (AZEVEDO, 1999, p.39)

Azevedo ainda retrata que as argumentações começam pelos materiais não estruturados (o jogo) e depois recorre ao material estruturado que são de extrema importância na construção de significados para o aluno, pois favorecem situações de aprendizagem que auxilia na resolução de problemas matemáticos pelas quais são apresentadas em “1) quando as situações são da vida real têm significado para a criança e 2) quando as atividades escolhidas livremente pelo educando têm maior probabilidade de envolvê-lo com efetiva motivação” (AZEVEDO, 1999, p.39).

² John Dewey (1859-1952), educador e filósofo norte-americano idealizador da democratização da educação que influenciou reformas curriculares de diversas nações, inclusive a brasileira.

³ Friedrich Wilhelm August Fröbel (1782-1852), pedagogo alemão, contribuiu com a pedagogia moderna defendendo que o ser humano é essencialmente dinâmico e produtivo e não articulável, receptivo e depositário.

Com relação ao material estruturado e não estruturado, Wallon (2007) define que as práticas educativas passam por esta transição. O autor destaca que o brincar⁴ é uma atividade própria da criança. O autor continua enfatizando que é preciso cautela quando forem propostas disciplinas educativas, pois pode ocorrer um conflito em um determinado período de transição da criança, pelo fato que o brincar faz parte de uma atividade espontânea.

Segundo Wallon (2007), as brincadeiras nas atividades das crianças passam por estágios, sendo iniciadas como brincadeiras puramente *funcionais*, depois as brincadeiras de *ficção*, de *aquisição* e de *fabricação*.

As brincadeiras funcionais podem ser movimentos muito simples, como estender e encolher os braços e as pernas, agitar os dedos, tocar objetos, imprimir-lhes um balanço, produzir ruídos ou sons. É fácil reconhecer nelas uma atividade em busca de efeitos, elementares ainda, e dominada pela lei do efeito que dissemos ter importância fundamental para preparar a utilização calculada, cada vez mais apropriada e mais diversificada de nossos gestos. Com as brincadeiras de faz de conta, cujo exemplo típico é brincar de boneca, montar num cabo de vassoura como se fosse um cavalo etc., intervém uma atividade cuja interpretação é mais complexa, mas também mais próxima de certas propostas de definição do brincar mais bem diferenciadas. Nas brincadeiras de aquisição, a criança fica, conforme uma expressão corrente, toda olhos e toda ouvidos, ela olha, escuta, esforça-se para perceber e compreender: coisas e seres, cenas, imagens, relatos, canções parecem captar toda a sua atenção. Nas brincadeiras de fabricação, diverte-se em juntar, combinar entre si objetos, modificá-los, transformá-los e criar novos. Longe de ficarem eclipsadas pelas brincadeiras de fabricação, a ficção e a aquisição em geral têm um papel nelas. (WALLON, 2007, p. 54-55)

Wallon (2007) ainda destaca que foi atribuído o termo “brincadeira” por assimilação com o termo “jogo” do adulto, mas não podem ser confundidos, embora exista uma semelhança entre atividade lúdica e a função do real, respectivamente representada na atividade da criança e no jogo do adulto. “Num estudo como este, em que procuramos esclarecer a influência da manipulação de objetos na construção dos conceitos em Matemática, uma questão que merece destaque é a das relações entre a observação, a ficção e a abstração nas atividades lúdicas.” (AZEVEDO, 1999, p. 52)

Para Vigotsky, a imaginação nasce com o jogo e junto com a imitação constitui o caráter central do jogo infantil.

⁴ O termo brincar no texto é uma tradução francesa para a língua portuguesa, pois no francês só existe uma palavra para brincadeira e jogo: *jue*, que é uma expressão para definir atividades lúdicas com ou sem regras.

O comportamento da criança nas situações do dia a dia é, quanto a seus fundamentos, opostos a seu comportamento no brincar. No brincar, a ação está subordinada ao significado: já na vida real, obviamente a ação domina o significado. Portanto, é absolutamente incorreto considerar o brincar como um protótipo e forma predominante da atividade do dia a dia.(...) Assim, o brincar cria uma zona de desenvolvimento proximal da criança. No brincar, a criança sempre se comporta além do comportamento habitual de sua idade, além de seu comportamento diário; no brincar, é como se ela fosse maior do que na realidade. (VIGOTSKY, 2007, p. 121-122)

Para Azevedo (1999), os Vigostskianos⁵ utilizam a mesma idéia de jogo ao se tratarem de brincar e reconhecem uma função educativa nestes materiais manipuláveis, pois pelas regras exercita a força de vontade da criança e pela ficção prepara-se o caminho para o processo de abstração muito importante na construção de significados matemáticos.

A autora continua enfatizando que é necessário cautela na utilização de certas abordagens no ensino da Matemática, para que as mesmas não se transformem numa colcha de retalhos, pois as crianças deixadas sozinhas aos seus próprios interesses não conseguem chegar à condição de construir um corpo de conhecimento integrado onde as partes se organizem numa ampla rede de relações e nas quais as ações coordenadas pelo professor são imprescindíveis por favorecerem as conexões das atividades pedagógicas envolvidas no processo.

Segundo Azevedo (1999), a relação que deve ser instituída entre a dualidade “não estruturado” e “estruturado” é sintetizado por uma metáfora abordada pelo médico francês Edouard Séguin⁶ no século XIX, especialista em educação de crianças com necessidades especiais, pela qual destaca um exemplo de certa situação: se colocarmos uma chave na mão de uma criança não terá seu valor conceitual, pois não passará de um simples objeto de manipulação, mas quando juntamos a chave e a fechadura, nesta dualidade, a criança passará a criar conceitos que se relacionam como um conjunto integrado, que completa o pensamento da criança, tal como “a chave abre a fechadura”.

⁵ Termo utilizado para caracterizar os seguidores de Lev Semenovitch Vigotsky (1896-1934), um psicólogo soviético cuja formação multidisciplinar o levou a estudar a psicologia infantil e suas aplicações pedagógicas.

⁶ Edouard Séguin (1812- 1880), médico Francês que nasceu na efervescência do século XIX, ficou conhecido como o especialista de crianças consideradas idiotas pela sociedade, assim se tornando o primeiro médico a descrever as características físicas das pessoas com síndrome de Down. Autores como Maria Montessori (1870-1952), sua precursora, e Désiré Magloire Bourneville (1840 –1909) empenharam-se em divulgar seus postulados.

Azevedo (1999) continua enfatizando que a experiência vivenciada pela criança somente na noção de manipular o objeto chave não completa a totalidade, pois as características específicas do objeto por si só não garante nem traduz a ideia de chave. Segundo a autora são estes casos que dependem de uma experiência concreta e desta forma é que se configura a presença dos materiais didáticos no ensino da Matemática.

Azevedo (1999) ainda destaca que para Sérquin os “conceitos” dependem das “noções” seguidas da formação da “ideia” pelo pensamento do aprendiz. Sérquin destaca que as “noções” são operações passivas ou de percepção e as “ideias” são operações ativas ou de dedução, ou seja, as “ideias” não podem ser transmitidas por fazerem parte da construção do pensamento do aluno, entretanto as “noções” podem ser transmitidas através de materiais pedagógicos que devem ser de uso livre e individual do aluno no período de construção de “conceitos”. Desta forma, as “noções” assim apresentadas servirão de alimento para o pensamento chegar às “ideias”.

Azevedo (1999) destaca que os Piagetianos⁷ também separam o conhecimento físico do conhecimento lógico-matemático, mas para eles ambos são ativos, pelo qual o conhecimento físico se dá por abstrações empíricas, ou seja, o aluno fixa o olhar na característica do objeto e estabelece outras relações retificando que o conhecimento lógico-matemático decorre de situações reflexivas que partem dos objetos e das relações existentes entre os objetos.

Para Piaget o conhecimento físico não vem antes como para Sérquin, pois para abstrair as características físicas dos objetos, a criança precisa de critérios de classificação que são resultado de relações lógico-matemáticas. Essas por sua vez são decorrentes de relações estabelecidas entre as abstrações empíricas.

Pesquisas minuciosas realizadas por Piaget e seus colaboradores levaram-no a afirmar que os conceitos matemáticos não derivam dos materiais em si, mas de uma apreciação do significado das operações realizadas com eles. Para ele os conceitos são formados a partir de manipulação de materiais, mas são independentes do suporte concreto utilizado. (AZEVEDO, 1999, p. 40-41)

Os piagetianos defendem que quando a criança compreende o significado matemático de suas ações, passa a realizar em sua mente através de representações mentais que referem

⁷ Nome dado aos seguidores das ideias de Jean Piaget (1896-1980): Epistemólogo suíço da cidade de Neuchâtel, considerado um dos mais importantes pesquisadores de educação, seus estudos concentrou-se em psicologia evolutiva e também no estudo de epistemologia genética, na pedagogia revolucionou a educação, pois derrubou várias visões e teorias tradicionais relacionadas à aprendizagem.

aos objetos que as motivaram, mas são diferenciados deles por apresentarem mobilidade e reversibilidade mentais que caracterizam o verdadeiro ato motivador e reflexivo de pensar.

Nas discussões que retratamos, procuramos esboçar relações entre processos de abstração e a manipulação de materiais pedagógicos, pela qual entendemos que os objetos utilizados para a ação educativa têm por finalidade a intenção de promover a aquisição de conhecimento.

Nas diversas ações docentes existem vários recursos de ensino que buscam favorecer a aprendizagem matemática do aluno. Os materiais didáticos manipuláveis são mais uma alternativa de muito potencial para se trabalhar nas construções de significados.

Dentre os diversos materiais pedagógicos que existem, colocamos em destaque o objeto de nosso estudo: a Escala Cuisenaire, que se caracteriza como sendo um material estruturado que, a princípio, seu criador acredita que a apresentação deste material, realizada de forma organizada, poderá levar os alunos a adquirirem corretamente os conceitos matemáticos fundamentais.

3. A Escala Cuisenaire no Ensino da Matemática

Neste capítulo elencamos autores que retratam sobre a Escala Cuisenaire, sua origem e sua importância para construir conceitos aritméticos fundamentais no ensino da Matemática.

Georges Cuisenaire Hottelet (1891–1980) foi um professor de Matemática nascido na Bélgica, que durante muitos anos observando as dificuldades das crianças em realizar operações aritméticas básicas, desenvolveu na aldeia belga Thuin um material manipulável feito de barras lisas com cores padronizadas, que hoje leva o seu nome, a Escala Cuisenaire ou Barras de Cuisenaire.

A ideia de Georges Cuisenaire por volta de 1962 foi de criar um material de fácil manuseio principalmente para crianças em idade de alfabetização. Depois de 23 anos de trabalho, observando os bons resultados de aprendizagem com a utilização desse material, Cuisenaire apresentou este material a um amigo, o professor Caleb Gattegno (1911-1988), um egípcio que residia há muito tempo na Inglaterra e que a partir de certo tempo e com a publicação de “Les nombres en couleurs” difundiu o trabalho de Cuisenaire pela Europa e, treze anos mais tarde, o mundo todo já conhecia os trabalhos do então conhecido Senhor Barrinhas.

Figuras 2 e 3 : Os Precusores da Escala Cuisenaire

2 - Georges Cuisenaire Hottelet (1891–1980)

3 - Caleb Gattegno (1911-1988)



Fonte: Revista Brasileira de história da Matemática

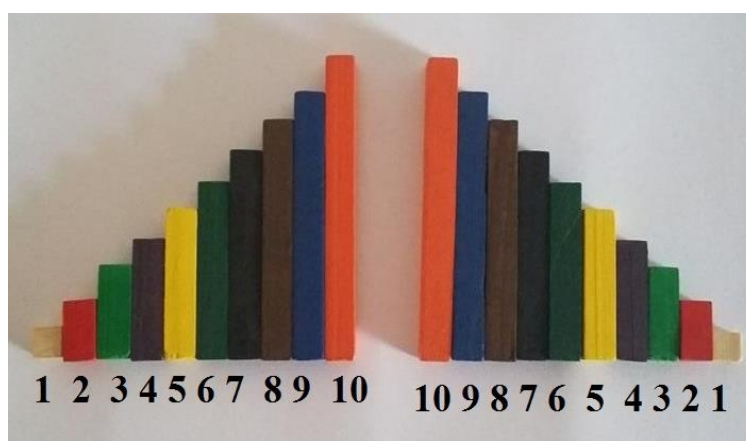
Bittar e Freitas destacam que o material Cuisenaire:

Originalmente, ele foi construído com prismas reto-retangulares de bases quadradas, paralelepípedos, pintados com dez cores diferentes e comprimentos diferentes. Hoje existem outras versões deste material, uma delas é construída de tiras coloridas de diferentes comprimentos que representam múltiplos da unidade padrão.(BITTAR E FREITAS, 2005, p.243)

A escala de Cuisenaire, segundo os autores, constitui-se de um material didático composto por várias barras, de cores e tamanhos diferentes. As barras são paralelepípedos de mesma altura e largura. A menor das barras tem 1 cm de comprimento e representa o número 1. A segunda tem 2 cm e representa o número 2, e assim sucessivamente até chegar à maior barra que é de 10 cm, que indica o número 10.

A caracterização de escala para o material manipulável Cuisenaire é sintetizado na representação em comparações com as peças que compõem o material, como é possível observar na figura a seguir.

Figura 4 : Escala Cuisenaire



FONTE: At. Al Propri (2016)

A Escala Cuisenaire é um material didático manipulável encontrado em muitas escolas brasileiras, assim, Soares enfatiza que:

O material pode ser usado com os alunos durante todas as fases dos anos iniciais do ensino fundamental, sendo recomendado que comece a aproximação dos alunos com as régua, de forma a familiarizá-lo com o material e a exploração e reflexão sobre a escala de cores e tamanhos. (SOARES, 2014, p.21)

Para Azevedo, o material manipulável Cuisenaire foi produzido segundo princípios piagetianos, pois essas régua podem ser

[...] mais eficientes porque: 1) permitem que a criança compreenda o significado de suas próprias ações pelo arranjo dos materiais; 2) proporcionam conceitos que são matematicamente valiosos e 3) apóiam-se, apenas parcialmente, na percepção visual e imagens. (AZEVEDO, 1999, p.41)

Bittar e Freitas destacam a importância de uma sequência de ensino no uso de materiais manipuláveis para o ensino de operações aritméticas fundamentais que alia o Material Dourado, o Ábaco e Material Cuisenaire.

Acreditamos que o Material Cuisenaire, o Material Dourado e o Ábaco se completam. Pode-se, por exemplo, usar o Material Cuisenaire inicialmente, depois substituí-lo pelo Material Dourado, que nos parece mais adequado para a introdução do sistema decimal, e, em seguida, usar o Ábaco que favorece o estudo do valor posicional. (BITTAR E FREITAS, 2005, p.245)

Boldrin reforça a importância da utilização do material Cuisenaire no primeiro contato da criança com os números, pois:

Ele não tem a pretensão de ser o único, mas sim, mais um que mostre alguma parte da metodologia do ensino de números através da experimentação de medidas. O Material Cuisenaire por sua estrutura possibilita a comparação de tamanhos, por isso outros materiais devem ser utilizados paralelamente. Como ele é constituído de peças coloridas chama a crianças. (BOLDRIN, 2010, p.3)

Boldrin ainda enfatiza que o Material Cuisenaire tem como objetivo auxiliar na compreensão de alguns conceitos básicos começando na educação infantil com comparações de cores e tamanhos. Passando para os primeiros anos do ensino fundamental, ajudará a compreender sucessões de números naturais ou a decomposição de uma adição, efetuar subtrações simples, até mesmo multiplicações e divisões. Nos anos finais do ensino fundamental o material poderá auxiliar nas operações com frações e resoluções de problemas.

As variadas potencialidades das barras Cuisenaire são vastas e evidenciam-se fundamentalmente quando se pratica um ensino e uma aprendizagem pelo método da pesquisa e investigação, proporcionando o desenvolvimento de competências matemáticas desde o pré-escolar até ao 2º ciclo. A sua adequada exploração pode constituir-se uma mais-valia, sobretudo na abordagem de conteúdos relativos aos números e operações aritméticas elementares, e à geometria (formas e espaço), além de desenvolver significativamente o raciocínio matemático, a comunicação e resolução de

problemas num contexto de conexões intra-matemática e entre a matemática e outras áreas disciplinares e o dia-a-dia [...] (COELHO, 2010, p.02)

Coelho destaca que uma das vantagens da exploração do material Cuisenaire é:

[...] permitir à criança a criação e compreensão das estruturas matemáticas, em diferentes níveis de complexidade, de forma lúdica e, posteriormente, desprendê-la da necessidade de recorrer a um suporte material para resolver problemas matemáticos. (COELHO, 2010, p.02)

Trabalhando na formação continuada com professores, Bastos apresenta a Escala Cuisenaire como subsídio para ensinar grandezas contínuas e enfatiza que:

[...] A Escala Cuisenaire que através da manipulação desenvolve habilidades de observar, comparar, classificar, ordenar, representar e equacionar proporcionando um momento onde a criança pensa por si própria, estabelecendo relações e desenvolvendo estruturas abstratas que posteriormente organizarão o pensamento lógico-matemático. [...] O objetivo da escala é permitir que a aprendizagem se processe através da descoberta por “ensaio e erro”, tornando a criança um agente ativo desse processo. Os números são representados por grandezas contínuas. (BASTOS, 2014, p 3-8)

Os autores supracitados que enfatizamos na pesquisa trabalharam e desenvolveram pesquisas utilizando o material Cuisenaire na formação de professores e no ensino de operações fundamentais. Azevedo (1999) destaca que a construção dos conceitos com a utilização do material Cuisenaire (números e cores), dependerá da colocação de questões levantadas pela abordagem metodológica de cada professor em momentos que acharem satisfatório, levando sempre em conta as observações feitas pelos alunos, as situações vivenciadas por eles e seus questionamentos e argumentos pessoais e grupais nas ações desenvolvidas.

4. Operações Utilizando a Escala Cuisenaire

Apresentaremos a seguir sugestões de atividades que podem ser trabalhadas utilizando o material Cuisenaire em diferentes níveis de ensino do aluno.

Abaixo segue o material Cuisenaire confeccionado com as respectivas cores e tamanhos.

Figura 5 : Material Cuisenaire



FONTE: At. Al Propri (2016)

Existem diferentes cores na confecção do material Cuisenaire. Para as atividades que serão apresentadas utilizaremos as seguintes representações destacadas no quadro a seguir contendo os tamanhos, as cores e as letras correspondentes a cada peça.

Quadro 1: Representação da Escala Cuisenaire

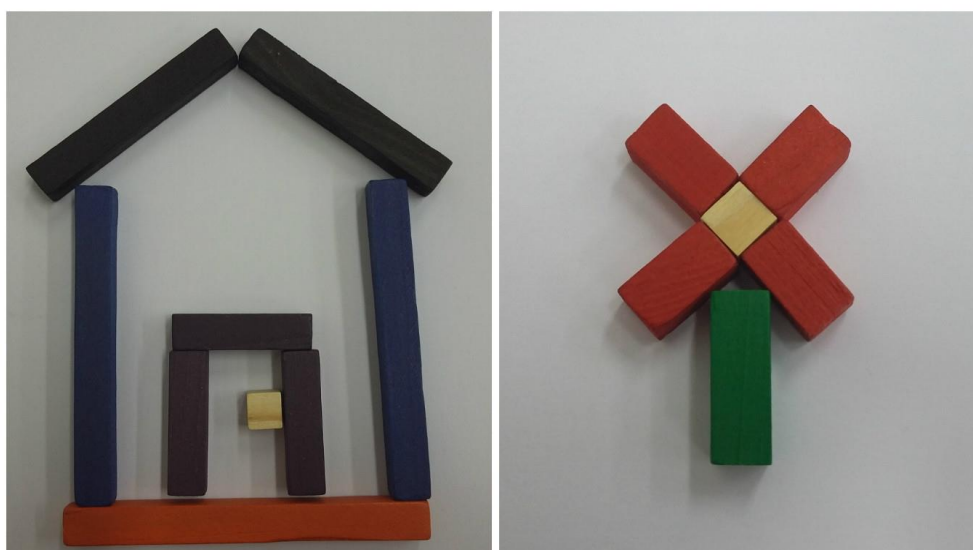
Cor	Letra	Tamanho
Branco na cor natural da madeira	B	1 barra
Vermelho	V	2 barra
Verde Claro	C	3 barra
Roxo	R	4 barra
Amarelo	A	5 barra
Verde Escuro	E	6 barra
Preto	P	7 barra
Marrom	M	8 barra
Azul	Z	9 barra
Laranja	L	10 barra

FONTE: At. Al Propri (2016)

Em estudos sobre a aplicação do material Cuisenaire, Sabino (2010), seguindo as ideias piagetianas, desenvolveu um método para se trabalhar com o material. Esse método foi elaborado em oito fases distribuídas em etapas, pelas quais foram desenvolvidas para atender a necessidade de cada grupo que determinará a agilidade que passará de uma fase para outra.

1ª Fase: Ocorre o primeiro contato com as barrinhas da escala, que será apenas o conhecimento físico das peças, onde poderá pedir às crianças para construir casinhas, trenzinhos ou até alguns animais, no qual ela irá discriminar as cores e tamanhos. Deve-se criar um ambiente totalmente lúdico para que o aluno familiarize as cores correspondentes aos números atribuídos a cada peça, como destacado a seguir.

Figura 6: Casa e Flor



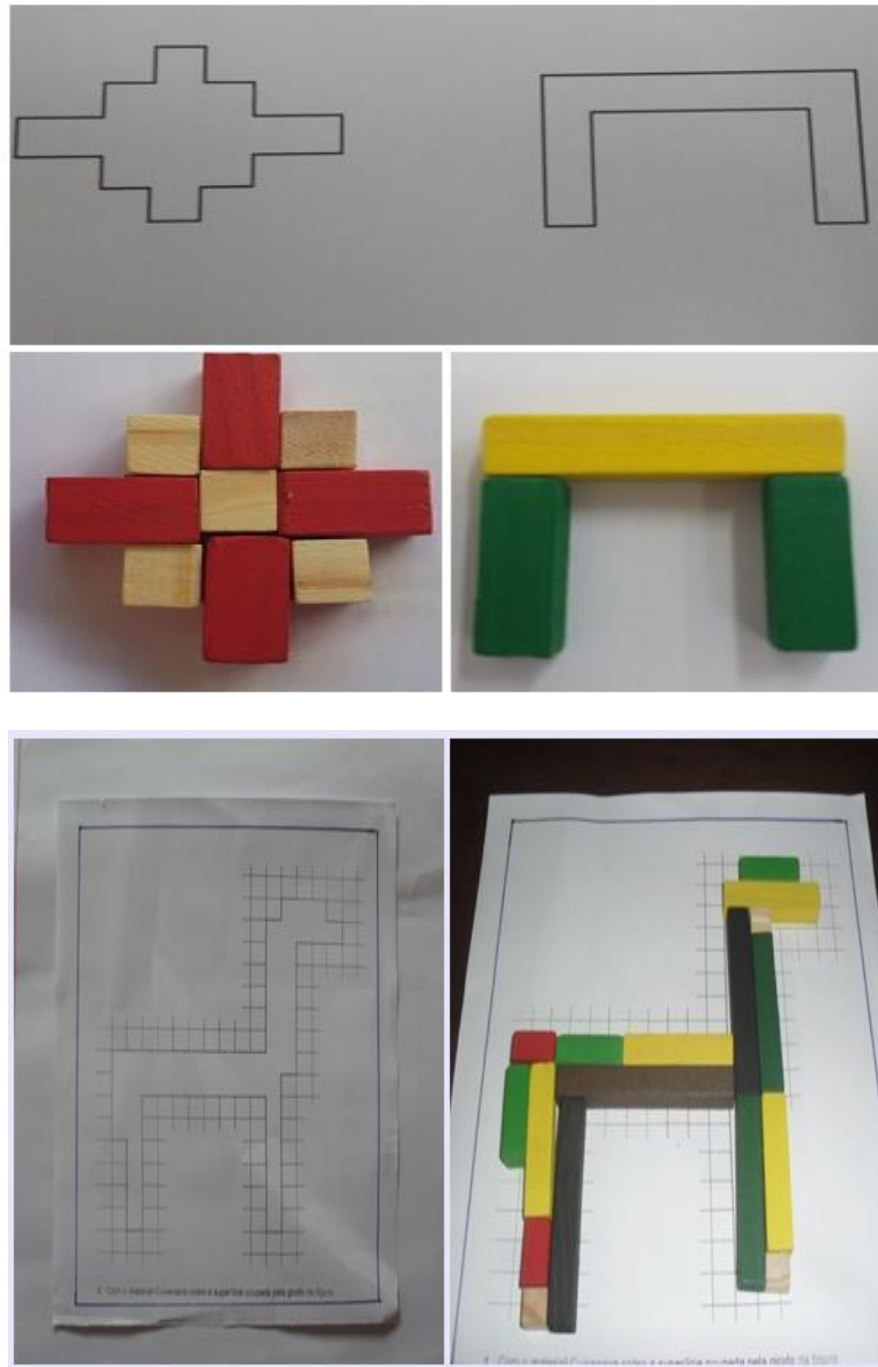
FONTE: At. Al Propri (2016)

Referente à aplicação do material Cuisenaire, Silva (2010) destaca que é essencial a realização de comparação numa primeira abordagem.

2ª Fase: Reconhecimento das cores, que é muito importante para compreender a Escala de Cuisenaire. Para estimular as crianças, esse progresso pode ser feito com auxílio de jogos.

Uma proposta sugerida por Silva (2010) seria de recompor a figura utilizando o material Cuisenaire através de figuras pré-estabelecidas, para que os alunos possam reconhecer as cores e atribuí-las aos seus tamanhos.

Figura 7: Figuras de Recomposição



FONTE: At. Al Propri (2016)

3ª Fase: Comparação. Depois que as crianças já conheceram as barrinhas, chega a hora de comparar os tamanhos e as cores. Uma barrinha é escolhida e é solicitado às crianças que encontrem outras peças, que juntas tenham o mesmo tamanho da primeira.

Atividade 1: Construa um muro do tamanho da peça 7 utilizando somente duas barras.

Figura 8: Muro peça 7



Fonte: BOLDRIN (2010)

Atividade 2: Sem repetir barras da mesma cor, de quantas maneiras diferentes podemos representar o número 9 ?

Figura 9 : Muro peça 9

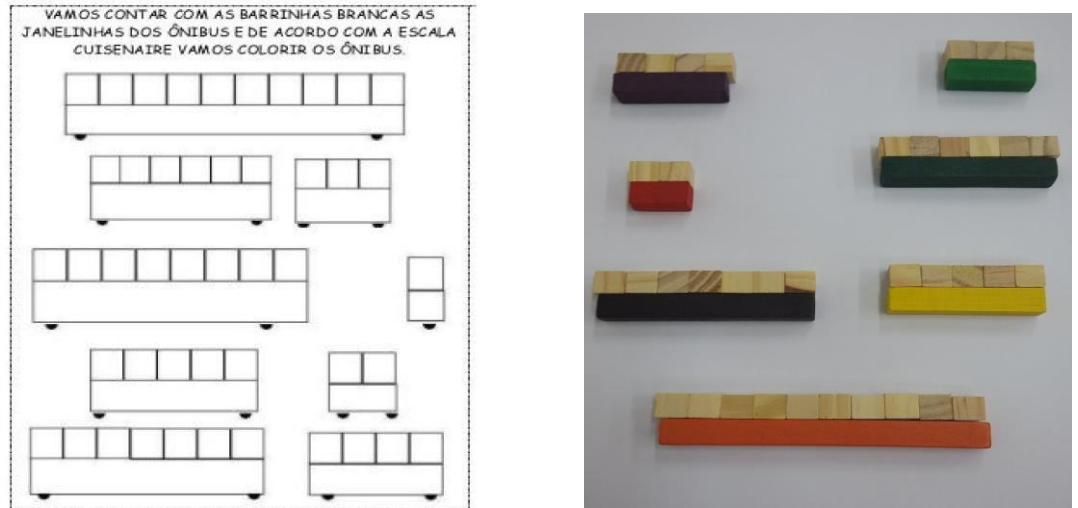


Fonte: BOLDRIN (2010)

4ª Fase: Associação. Agora a criança passará a associar as cores e os tamanhos com os números correspondentes.

Atividade 4: Nesta atividade a proposta é que os alunos montem um ônibus de acordo com a figura que lhe forem fornecidas.

Figura 10: Problema do Ônibus



Fonte: Apostila Evolução da Vida

5ª Fase: Aprenderá a adição. Primeiramente escolherá uma barrinha, depois irá combiná-la com outras até obter o comprimento e valor das barrinhas escolhidas.

Atividade 5: Que peças eu posso juntar para formar a peça preta? Usando todas as combinações possíveis: começando com duas peças, depois com três e por final com quatro peças.

Peça Preta de referência: Figura 11



FONTE: At. Al Propri (2016)

Utilizando a combinação de duas peças para formar a peça preta: verde-escura com branca; amarela com vermelha; e lilás com verde-clara.

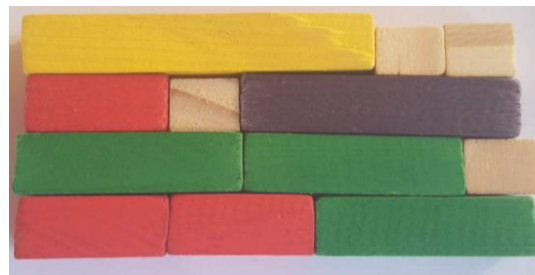
Figura 12 – Combinação com 2 peças



FONTE: At. Al Propri (2016)

Utilizando a combinação de três peças para formar a peça preta: uma amarela com duas brancas; uma vermelha com uma branca e uma lilás; duas verde-escuras com uma branca; e duas vermelhas com uma verde-escura.

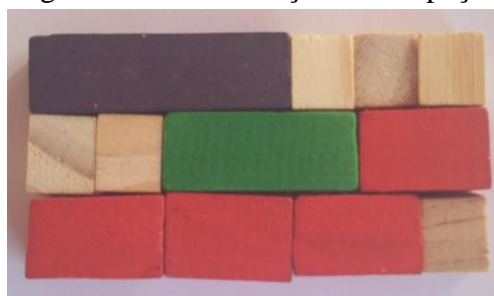
Figura 13 – Combinação com 3 peças



FONTE: At. Al Propri (2016)

Utilizando quatro peças para fazer a combinação de formar a peça preta: uma lilás e quatro brancas; duas brancas, uma verde-clara e uma vermelha; e três vermelhas e uma branca.

Figura 14 – Combinação com 4 peças

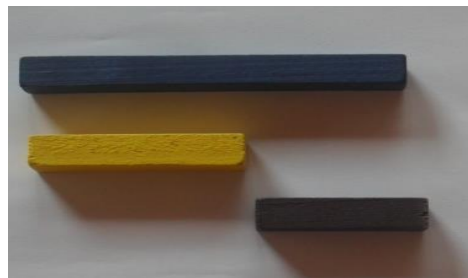


FONTE: At. Al Propri (2016)

6ª Fase: Aprenderá a subtração. Nessa fase poderá ser usada a tábua de decomposição, em que serão utilizadas atividades de situação-problema e utilizar o material concreto para auxiliar os alunos na visualização de suas ações, e assim sendo, na captação do que deve ser feito numericamente.

Atividade 6: Cristina foi a uma livraria para comprar 9 livros. Sua irmã Ana também foi e comprou 5 livros. Com quantos livros a mais que sua irmã Cristina ficou?

Figura 15: Livros da Livraria



FONTE: At. Al Propri (2016)

Na figura 15 foi utilizada a barra azul (com o valor 9) e a barra amarela (valor 5), fazendo a diferença de $9-5$, obtemos a barra roxa (valor 4).

Atividade 7: Isabel e Júlia colecionam papéis de carta, Isabel tem 35 e Júlia 26. Quantos papéis de carta Isabel tem a mais que Júlia?

Figura 16: Papéis de Carta



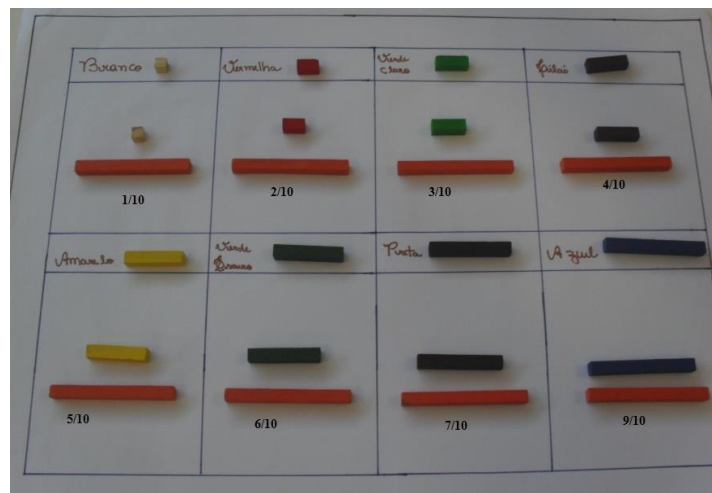
FONTE: At. Al Propri (2016)

Para formamos a figura 16 foram utilizadas 3 barras laranjas no valor de 10 e 1 barra amarela no valor de 5 para formar 35, para o 26 utilizamos 2 barras laranjas e 1 barra verde-escura. Fazendo a subtração da atividade: $35-26$, obtemos a barra azul (que vale 9).

7ª Fase: Nessa fase eles aprenderão multiplicação abrangendo as frações. Os alunos já terão um conhecimento maior da escala Cuisenaire e perceberão que o material será importante para o raciocínio.

Atividade 8: Utilizando a barra laranja como unidade, complete a tabela abaixo com a medida de cada barra.

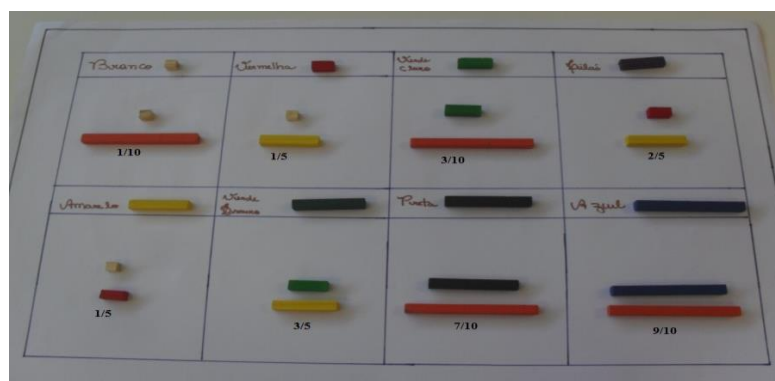
Figura 17: Contas de Frações



FONTE: At. Al Propri (2016)

Simplificando os resultados obtidos por 2, teremos os seguintes resultados:

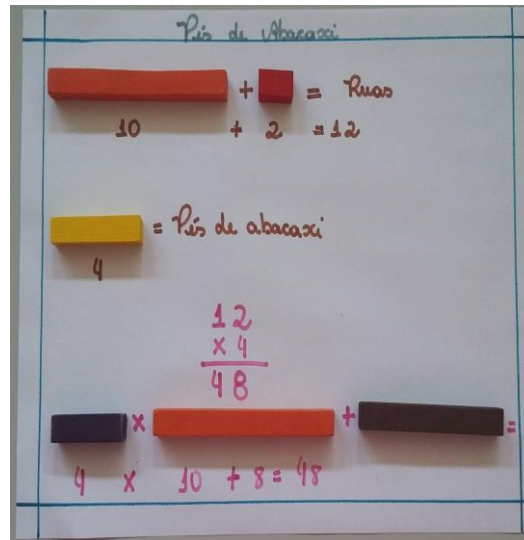
Figura 18: Contas de frações simplificadas



FONTE: At. Al Propri (2016)

Atividade 9: Em uma plantação existem 12 ruas com 4 pés de abacaxi em cada uma. Quantos pés de abacaxi há nessa plantação?

Figura 19: Pés de abacaxi

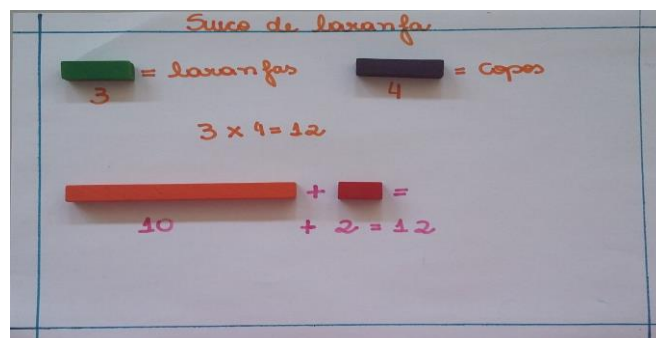


FONTE: At. Al Propri (2016)

Na figura 19 utilizamos as operações da adição e da multiplicação. Para a adição utilizamos a barra laranja (valor 10) somada a uma barra vermelha (valor 2) e obtivemos o resultado 12. Para a multiplicação utilizamos uma barra roxa (valor 4) que, ao ser multiplicada com uma barra laranja (valor 10), obtivemos 40 como resultado. Somando este resultado a uma barra marrom (valor 8) chegamos à resposta do exercício que é 48.

Atividade 10: Ana e suas amigas estavam estudando juntas. Para o lanche da tarde a mãe da Ana preparou lanches naturais e suco de laranja. Sabendo que para fazer 1 copo de suco ela precisa de 3 laranjas, quantas laranjas ela usará para fazer 4 copos de suco?

Figura 20: Suco de laranja



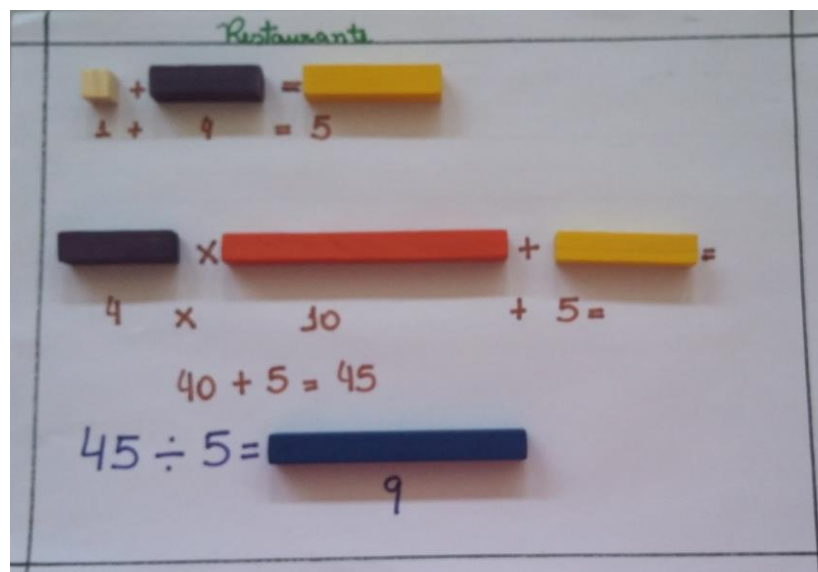
FONTE: At. Al Propri (2016)

Nesta atividade foi utilizada uma barra verde-clara (valor 3) e uma barra roxa (valor 4). Efetuando a multiplicação de 3×4 , obtivemos 12 de resultado, que é o valor equivalente de uma barra laranja (valor 10) somada a uma vermelha (valor 2).

8ª Fase: Eles aprenderão a divisão e alguns casos envolvendo equações com incógnitas.

Atividade 11: Eu e mais quatro amigas fomos a um restaurante. No final a conta deu R\$ 45,00, que foi dividida igualmente entre nós. Qual foi o valor que cada uma pagou?

Figura 21: Conta do Restaurante

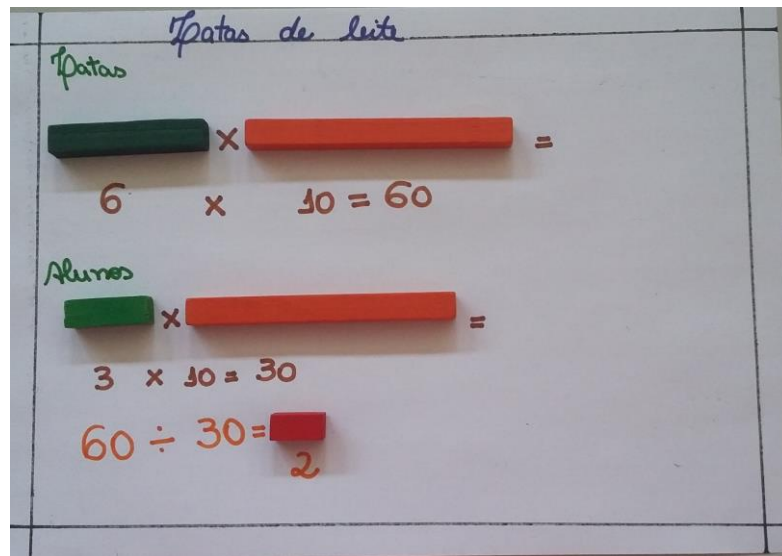


FONTE: At. Al Propri (2016)

Utilizamos uma barra branca (valor 1) somada a uma barra roxa (valor 4) e obtivemos uma barra amarela (valor 5). Novamente utilizamos uma barra roxa (valor 4) que multiplicada por uma barra laranja (valor 10) resultou 40. Somando este resultado a 5, temos 45. Como essa atividade é de divisão, dividimos 45 por 5, obtendo, assim, uma barra azul (valor 9).

Atividade 12: Em uma gincana promovida pelo Colégio Aprender, os alunos do 6º ano arrecadaram 60 latas de leite em pó, que foram doadas a instituições assistenciais. Sabendo que na sala possui 30 alunos, quantas latas cada aluno arrecadou?

Figura 22: Gincana na escola



Nesta atividade inicialmente utilizamos uma barra verde-escura (valor 6) multiplicada por uma laranja (valor 10) para representar o total de latas arrecadadas ($6 \times 10 = 60$). A seguir utilizamos uma barra verde-clara (valor 3) multiplicada por uma barra laranja (valor 10) para chegarmos ao total de alunos que é 30. Como precisamos descobrir a quantidade de latas que cada aluno doou, vamos ter $60 \div 30$, que resulta no equivalente a uma barra vermelha (valor 2).

As atividades apresentadas neste capítulo é somente uma simples e sucinta exibição do potencial da Escala Cuisenaire no ensino da Matemática. Apesar de que o trabalho enfatizou somente operações aritméticas básicas que poderão servir de subsídios para professores que ensinam Matemática principalmente para ser aplicados nos anos iniciais do ensino fundamental, existem trabalhos publicados formidáveis enfatizando a utilização deste material em níveis de ensino mais elevado.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a pesquisa e elaboração deste trabalho, foi possível fazer uma reflexão sobre a importância da utilização dos materiais manipuláveis no ensino na Matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para a área de Matemática no ensino fundamental também enfatizam a importância do uso de materiais manipuláveis e destacam que:

Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática. (BRASIL, 1997, p. 19)

Nos levantamentos bibliográficos analisados pela pesquisa, percebemos que os autores analisados possuem forte tendência em defender a utilização desses materiais no ensino da Matemática apontando potencialidades e fragilidades em relações a sua utilização.

Bittar e Freitas (2005) argumentam que:

Alguns cuidados devem ser tomados pelo professor para evitar o uso inadequado desses materiais, pois sendo os conceitos matemáticos de natureza abstrata, corre-se o risco deles exercerem o papel inverso ao que desejamos. Acreditamos que o material didático funciona mais ou menos como o “gesso“, material utilizado para recuperar fraturas de ossos na Ortopedia, ou seja, ele pode ser muito útil em determinadas situações, mas deve ser retirado no momento adequado. É também importante observar que o uso de material concreto não dispensa em modo algum a passagem para o abstrato, e é justamente essa passagem que deve ser cuidadosamente planejada pelo professor. O trabalho realizado com material concreto deve subsidiar a construção dos conceitos abstratos: assim, ao usar um material para que o aluno aprenda o conceito de sistema de base dez, à medida que são efetuadas trocas com o material deve-se representar essas trocas em linguagem matemática. O uso de material concreto deve permitir, entre outras coisas, que o aluno construa conhecimentos que precisam, muitas vezes, ser aplicados em situações que exigem abstração. (BITTAR E FREITAS, 2005, p. 20)

Azevedo (1999) alerta para práticas inadequadas contendo a utilização de materiais manipuláveis, visto que certas posturas metodológicas ficam na superficialidade e não constroem o conceito Matemático.

Evidentemente, a aprendizagem de um repertório básico de cálculos não se dá pela simples memorização de fatos de uma dada operação, mas sim pela realização de um trabalho que envolve a construção, a organização e, como consequência, a memorização compreensiva desses fatos.” (BRASIL, 1997, p.70)

Um importante estudo realizado por Rodrigues e Gazire referente à utilização dos MD manipuláveis no ensino da matemática, constatou:

Os estudos revelam que ao utilizar o MD manipulável o professor deverá estar ciente de que nenhum material sozinho é garantia de sucesso no processo ensino aprendizagem. O sucesso na utilização do MD, por parte do professor, depende muito da concepção de Educação/Ensino, bem como também de uma proposta pedagógica que venha nortear a utilização desse material na prática docente. (GAZIRE, 2012, p.195)

Com relação à utilização do material manipulável Cuisenaire, pudemos perceber através de experiências sua utilidade na construção de conceitos matemáticos fundamentais, mas, por mais que seja formidável sua aplicabilidade prática em sala de aula, não podemos dispensar a construção do conceito via algoritmos deletérios às propostas curriculares para a Matemática.

Foi ainda possível concluir, através da abordagem apresentada pelos autores, que o material Cuisenaire é uma ótima ferramenta pedagógica, pois alia contextos matemáticos intrínsecos a outros do mundo real.

Tendo em vista a importância e a necessidade deste conceito, tanto para o ensino básico quanto para o superior na formação de professores que ensinam Matemática, espera-se que este trabalho sirva de subsídio para professores e alunos que pretendam estudar o assunto.

REFERÊNCIAS

- AZEVEDO, V. R. **Jogando e Construindo Matemática: a Influência dos Jogos e Materiais Pedagógicos na Construção dos Conceitos em Matemática.** 2ª ed. São Paulo: VAP, 1999.
- BASTOS, A. A. (ORG). **Explorando a Matemática: Oficinas de Formação Continuada para Professores dos Anos Iniciais.** Anais do IV EIEMAT, ISSN: 2316-7785. 2014.
- BITTAR, M. e FREITAS, M, L. J. **Fundamentos e Metodologia da Matemática para os Ciclos Iniciais do Ensino Fundamental.** 2ª. ed. Campo Grande-MS: Editora da UFMS, 2005.
- BOLDRIN, I. M. **Barrinhas de Cuisenaire: Introdução à construção dos fatos fundamentais da adição.** São Paulo – SP. 2010. Disponível <https://pedagogiafmu.files.wordpress.com/2010/09/barrinhas-de-cuisenaire-introducao-a-construcao-dos-fatos-fundamentais-da-adicao1.pdf>. Acesso em : 19/05/2016
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura/Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Fundamental: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997.
- COELHO, B. E; COSTA, P. A; TAVARES, C. L; ALVES, C. C. **Dossier Pedagógico Barrinhas do Ludo, o Sonhador – Imagina, Constrói e Sonha com o Cuisenaire: Metodologia e Finalidades de Exploração.** BRAGA – PT: Instituto da Educação: Universidade do Minho – 2010.
- LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** 3ª ed. Campinas – SP: Autores Associados, 2010.
- MORAIS, Z. I. **Os Materiais Manipuláveis no Ensino de Matemática, com Ênfase na Formação de Docentes.** São José dos Pinhais-PR: Secretaria de Estado e Educação do Estado do Paraná/SEED, 2008.
- OLIVEIRA, M. R de. **Apostila a Evolução da Vida.** Prefeitura Municipal de Cianorte 2015. Disponível: <http://pt.slideshare.net/michelarolim/apostila-evolucao-da-vida>. Acesso em: 01/09/2016
- PAIS, L. C. **Uma análise do Significado da Utilização de Recursos Didáticos no Ensino da Geometria.** Reunião, Caxambu, 2000. Disponível em <http://www.anped.org.br/reunioes/23/textos/1919t.PDF>. Acesso em: 28/07/2016
- PASSOS, C. L. B. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática.** In: LORENZATO, Sérgio (org.). O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2010.

POWELL, A. B; GATTEGNO. **C A Famous Mathematics Educator From Africa** Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática-RBHM. ISSN 1519-955, vol 1, p. 199-209, 2007 .

RODRIGUES, C. F; GAZIRE, S. E. **Reflexões Sobre o Uso de Material Didático Manipulável no Ensino de Matemática: Da Ação Experimental à Reflexão.** Florianópolis – RS: REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática. 2012.

SABINO, C. E; FELICE, J. **Oficinas: A Construção Numérica Explorando o Material Didático – Escala Cuisenaire.** Nova Andradina – MS: Secretaria Municipal de Educação e Cultura de Nova Andradina – MS. 2010.

SILVA, D. V. L. A. **Instrumentação do Ensino da Aritmética e Álgebra.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

SOARES, G. A. S. **Uma Experiência com Frações e Régua Cuisenaire na Formação de Professores dos Anos Iniciais.** Rio de Janeiro – RJ: Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – Faculdade de Educação – Curso de Pedagogia. 2014.

VIGOTSKY, S. L. **A Formação Social da Mente: o Desenvolvimento dos processos psicológicos Superiores.** 7ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007. Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche.

WALLON, H. **A Evolução Psicológica da Criança.** 1ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007. Tradução Claudia Berliner.