UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE CAMPO GRANDE
PROPP- PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM EDUCAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL DA UEMS

DANISE REGINA RODRIGUES DA SILVA

PRÁTICA DIDÁTICA DOS PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: ESTUDO DE FRAÇÕES NA PERSPECTIVA DOS MODELOS DOCENTES DE GASCÓN

Campo Grande/MS
2016

DANISE REGINA RODRIGUES DA SILVA

PRÁTICA DIDÁTICA DOS PROSFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: ESTUDO DE FRAÇÕES NA PERSPECTIVA DOS MODELOS DOCENTES DE GASCÓN

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Educação, área de concentração Formação de Educadores da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. Unidade Universitária de Campo Grande - MS, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Sales.

Campo Grande/MS
2016

DANISE REGINA RODRIGUES DA SILVA

PRÁTICA DIDÁTICA DOS PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: ESTUDO DE FRAÇÕES NA PERSPECTIVA DOS MODELOS DOCENTES DE GASCÓN

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Educação da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Unidade Universitária de Campo Grande-MS, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Educação. Área de concentração: Formação de Educadores.

Aprovada em 30/11/2016.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Antonio Sales (Orientador)
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS)

Profa. Dra. Samira Saad Pulchério Lancilloti
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS)

Profa. Dra. Helenara Regina Sampaio Figueiredo
Universidade Norte do Paraná (UNOPAR)

S579p Silva, Danise Regina Rodrigues da
Prática didática dos professores que ensinam matemática: estudo de frações na perspectiva dos modelos docentes de Gascón/ Danise Regina Rodrigues da Silva – Campo Grande, MS: UEMS, 2016.
159f.

Dissertação (Mestrado Profissional) – Educação – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, 2016.
Orientador: Prof. Dr. Antonio Sales.

1. Prática docente 2. Frações – estudo 3. Modelos docentes 4. Matemática – estudo e ensino I. Título
CDD 23. ed. - 372.7

A minha querida mãe, Nadeíde Rodrigues da Silva, que esteve ao meu lado em todos os momentos com muita dedicação tranquilizando-me diante dos meus esforços e limitações na escrita de cada linha desse trabalho.

Ao meu esposo, Miguel Bazan Ivulic e meus filhos Victor Augusto e Marco Antônio, que souberam compreender a minha ausência durante dias e finais de semana, com muita paciência e companheirismo.

Em especial, a minha irmã Vânya Regina Rodrigues da Silva, que contribuiu com leituras, pontuações, dedicação e sabedoria.

Aos meus irmãos, Dênnis, Dânya, Tânya, Vanise, Janise e Adelquianne, que amo de coração.

Ao meu amado irmão Paulino Francisco e ao meu querido pai Euclides Ferreira, *In Memorian*.

Aos amigos e amigas que me acompanharam e ajudaram com palavras de conforto, positivas e fortalecedoras.

AGRADECIMENTOS

Ao orientador Prof. Dr. Antonio Sales pela dedicação, empenho, consideração, disposição, serenidade nas orientações. Um ser humano ímpar que não mediu esforços de leitura, releituras e pontuações significativas na produção deste material;

Aos professores Dra. Samira Saad Pulchério Lancilloti e Dra. Helenara Regina Sampaio Figueiredo, Dra. Marilena Bittar e Dr. Walter Guedes da Silva pelo aceite, atenção prestada e empenho para tecer observações pontuais para este trabalho durante o Exame de Qualificação, bem como pela apreciação do texto presente na etapa de Defesa;

Aos professores do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Mestrado Profissional da UEMS pelas contribuições brilhantes durante as discussões nos encontros presenciais;

À Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, por ofertar um curso com tamanha importância, ao encontro da promoção do fortalecimento da Educação Brasileira;

Aos professores colaboradores deste estudo que apontaram seus olhares, suas vivências e seus dilemas, contribuindo para que nossa pesquisa tomasse forma;

Aos colegas de trabalho, docentes, educadores e orientadores de caminhos para a nossa juventude, todos aqueles que contribuíram de alguma forma para que esse trabalho se concretizasse.

RESUMO

Esse estudo tratou de investigar a prática didática dos professores que ensinam matemática em uma escola pública municipal de Campo Grande-MS. Para isso, traçou como objetivo descrever e analisar as práticas didáticas dos professores do 5º e 6º ano, na perspectiva dos modelos docentes de Gascón. Além disso, buscou estudar as transformações que ocorrem em torno do conceito de fração desde o saber acadêmico, passando pelos documentos oficiais como PCN, referencial curricular da rede municipal de ensino, livros textos adotados pela escola e saber ensinado pelos professores, com o intuito de verificar como abordam as frações, em especial o ensino da operação de adição com denominadores diferentes. Os sujeitos pesquisados foram quatro professores, sendo um dos anos iniciais e três dos anos finais do ensino fundamental. Recorreu-se a uma metodologia qualitativa de cunho etnográfico, por esta possibilitar analisar um fenômeno que corre num contexto social e particular. Os dados foram obtidos por meio de fontes bibliográficas e entrevistas gravadas e posteriormente transcritas. Por se tratar da prática didática, recorreu-se á Teoria Antropológica do Didático que possibilita estudar as relações entre o saber e uma instituição, além disso concebe que toda prática humana pode ser descrita por um modelo, denominado por praxeologia. Em consonância com essa teoria, buscou-se subsídios nos momentos didáticos, no conceito de transposição didática e os modelos docentes de Gascón. Os estudos revelaram que as dificuldades dos alunos com números fracionários não é particular da unidade escolar. No 5º ano, o professor é centralizador do ensino; a resolução de problemas é utilizada para dar sentido ao que está sendo ensinado; não se trabalha adição de frações por meio de equivalência como sugerem o PCN, referencial curricular e livro texto. O professor costuma passar exemplos, mostrar uma técnica e passar exercícios e problemas para reforçá-la. No que se refere ao sentido de frações, a ênfase é para o sentido parte- todo. No 6º ano os professores recebem os alunos como se todos já soubessem somar frações com denominadores iguais, dedicando-se apenas a adição de frações com denominadores diferentes. Em geral destinam pouco tempo na abordagem das operações, possuem uma didática também centralizadora, no sentido da pedagogia tradicional. Constatou-se um aligeiramento do ensino de fração, tanto no 5º ano como no 6º ano e uma prática com características do modelo docente clássico. Além de um distanciamento entre as orientações curriculares e a prática dos professores. Diante desse quadro foi elaborada como produto desse estudo, uma sequência didática para ser aplicada com professores dos anos iniciais, com o intuito de propiciar situações envolvendo resolução de problemas, equivalência, de maneira que vislumbrem a possibilidade de novas formas de abordagens.

Palavras-Chave: Prática docente. Adição de frações. Modelos docentes.

ABSTRACT

This study investigated the didactical practice of Mathematics teachers from a municipal public school in Campo Grande-MS. Therefore, the objective of the present research is to describe and analyze didactical practices of 6th and 7th grade teachers, based upon Gascón teaching approach. In addition, this work deals with changes that have happened in fraction concept since academic learning, including official documents like PCNs, curriculum framework from municipalty teaching, textbooks adopted for school and knowledge taught by teachers, focused on understanding how fractions are addressed by them, especially operations with different denominators. The research subjects were four teachers, as being one early childhood teacher and three 6th to 9th grade teachers. This work is a quantitative study based on ethnographic approach, once this methodology offers the possibility of analyzing the context of both social and private phenomenon. Data were collected by means of bibliographic sources, and recorded interviews that were transcribed. The Anthropological Theory of the Didactic was used, once the investigation deals with didactical practice. The mentioned theory allows the study of the connection between knowledge and institution. Furthermore, it assumes that each human practice can be described by a model, called praxeology. In accordance with this theory, the research was focused on didactical moments, on didactic transportation and on Gascón teaching models. The present research showed that students with learning difficulties concerning fraction numbers do not belong to a specific school. In the 5th grade, teacher centralizes teaching; mathematical solving-problem is used to promote meaningful learning to what is being taught; adding fractions is not studied through equivalent fractions as suggested by PCN, curriculum framework and textbook. Teacher usually gives examples, shows a particular technique and assigns exercises and problem-solving in order to reinforce the technique presented. Concerning fractions sense, the emphasis is part-whole meaning. 6th grade teachers welcome their students as if all of them have already known adding fractions with common denominator, so they deal with adding fractions with different denominators only. Teachers in general employ little time during operations approach, using a centralizing didactic. Alleviation in the fractions teaching was observed in both 5th and 6th grades. A classical teaching practice model was also identified. Therefore, a distance between curriculum guidance and teachers' practice was noted as well. In this manner, the present study brought up a didactic sequence in order to be applied to early childhood education teachers, with the aim of providing problem-solving tasks, equivalent fractions, willing to embrace new approach possibilities.

Keywords: Teaching practice. Adding fractions. Teaching models.

LISTA DE ABREVEATURAS E SIGLAS

SED – Secretaria de Estado de Educação

SEMED – Secretaria Municipal de Educação

REME – Rede Municipal de Ensino

TAD – Teoria Antropológica do Didático

OM – Organização Matemática

OD- Organização Didática

QG – Questão Geratriz

PCN – Parâmetro Curricular Nacional

PROMOVER – Programa Municipal de Avaliação Externa de Desempenho de Alunos da Rede Municipal de Ensino de Campo Grande, MS.

PPP – Projeto Político Pedagógico

PDE – Plano de Desenvolvimento Escolar

TSD – Teoria das Situações Didáticas

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Ser professor é estar em constante desafio frente a tantas desigualdades de gênero, social e econômica que afetam direta ou indiretamente a educação escolar. Como professora de Matemática do Ensino Fundamental e Médio há mais de 15 anos, sempre busquei novos caminhos para lidar com as situações adversas que se apresentam em sala de aula, pois existe uma certa aversão das crianças, adolescentes e jovens em realizar cálculos, raciocinar e resolver problemas, além do apego excessivo pelas novas tecnologias como computador, celular e as redes sociais.

Há oito anos iniciei o trabalho com alunos do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Campo Grande - MS. Na época foi um grande choque lidar com alunos do 6º e 7º anos, muito inquietos e com grande defasagem de conceitos Matemáticos básicos como por exemplo, o domínio das quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão. Diante dessa nova realidade, percebi que precisava mudar minha prática didática, trocar as aulas expositivas por algo mais dinâmico e atrativo, para poder lidar de maneira eficaz com tanta energia e ao mesmo tempo tanta disposição para aprender coisas novas.

Foi por meio dessa experiência que me confrontei com as dificuldades dos alunos do 6º ano em aprender as operações com frações. Poucos sabiam somar frações com denominadores iguais, fazer representações relacionadas ao conceito parte-todo, representar ou operar com número decimal, encontrar frações equivalentes, entre outros. Apesar de saber das dificuldades, havia pouco tempo para sanar essas lacunas, pois tinha, enquanto professora da rede municipal, de cumprir uma ementa curricular, extensa, com tantos tópicos para serem cumpridos em 200 dias letivos, pouquíssimo tempo! Penso que uma das grandes dificuldades do professor de Matemática seja selecionar, dentre tantos conceitos, o que deve ou não ser ensinado durante o ano letivo.

Na tentativa de melhorar o ensino público, a Prefeitura Municipal de Campo Grande, MS, por intermédio da Secretaria Municipal, instituiu em 25 de dezembro de 2005, por meio da Lei 4.358, o Sistema de Avaliação de Desempenho Escolar da Rede Municipal de Ensino, com o propósito de contribuir com a tomada de decisão dos gestores, fornecer dados para verificação efetiva do sistema de ensino da rede municipal, garantindo com isso, sua qualidade. (PROMOVER, 2011).

Assim, em consonância com o Sistema de Avaliação, a Secretaria de Educação implantou o Programa Municipal de Avaliação Externa de Desempenho de Alunos – PROMOVER, que tem "[...] por finalidade fornecer aos gestores das unidades escolares os resultados avaliativos a fim que possam tomar decisões e aperfeiçoar suas práticas educacionais" (PROMOVER, 2011, p.10).

As avaliações ocorrem nos "[...] três anos de escolaridade do Ensino Fundamental, com prioridade aos anos iniciais, o meio e o final do processo de ensino e aprendizagem, ou seja, os 3ºs, 4ºs e 8º anos" (PROMOVER, 2011, p. 34). Trata-se de uma avaliação anual, realizada preferencialmente no penúltimo mês do ano letivo.

A avaliação externa contempla as disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática. Cabe ressaltar que o programa fornece no ano posterior referente à aplicação da avaliação, um relatório com a média de proficiência do aluno, bem como seu desempenho em cada descritor.

De posse dos resultados, a coordenação escolar em parceria com a direção e professores traçam as ações de melhoria que fazem parte do Plano de Desenvolvimento Escolar-PDE. Nos últimos quatro anos, as médias de proficiência em Matemática da unidade escolar pesquisada, ficaram em torno de 5,4 a 5,7, não atingindo a meta de proficiência 6,0 (seis), almejada no PDE.

Como já mencionado anteriormente, no ano seguinte toda escola municipal recebe um relatório com a média de proficiência da unidade escolar e o desempenho de cada aluno conforme os descritores, disponível no Anexo B, contemplados na avaliação. Foi a partir da análise desse documento que se constatou que maioria dos alunos do 6º ao 9º ano possuíam dificuldades em conceitos envolvendo os números racionais.

Entretanto, em 2011 por motivo de saúde precisei me ausentar da sala de aula recebendo uma nova função na unidade escolar: a de auxiliar pedagógico da coordenação. Nessa nova função em parceria com a coordenadora e com tempo mais livre para colocar em prática algumas ideias relacionadas ao ensino e aprendizagem de frações, surgiu à ideia de elaborar simulados que contemplassem os descritores considerados críticos no relatório da Rede Municipal de Ensino-REME.

O resultado do simulado era tabulado de maneira que fornecesse, por descritor, a situação de acertos de cada turma, para que o professor, junto com a coordenação, pensasse em estratégias didáticas que melhorassem o desempenho da sala. Dentre os resultados no ano de 2012, um fato chamou a atenção da equipe pedagógica, foi o caso da questão envolvendo adição de frações com denominadores diferentes, em que, todas as salas do 6º ao 9º anos, obtiveram menos que 10% de acertos.

Além disso, percebeu-se que os alunos assinalaram o item que correspondia ao procedimento errado de somar o numerador e o denominador das parcelas, como se fossem números naturais, conforme o exemplo $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{3}{8}$.

Frente ao exposto, sentiu-se a necessidade de realizar um projeto envolvendo uma sequência didática e a utilização de disco de frações para superar a dificuldade identificada. A sequência foi aplicada em todas 8 (oito) turmas do período matutino. O resultado desse trabalho serviu para reafirmar o que a equipe pedagógica já havia percebido por meio do simulado, que os alunos dos 6º aos 9º anos, não haviam se apropriado dos conceitos de parte-todo e equivalência necessários para apreensão do cálculo de adição de frações com denominadores diferentes.

Diante disso, surgiram as seguintes questões: por que no final dessa etapa de ensino os alunos dessa unidade escolar não conseguem efetuar operações de adição de frações com denominadores diferentes? Quais são as práticas didáticas para o ensino das operações com frações nessa unidade escolar? Quais são os obstáculos didáticos presentes nessa prática que geram dificuldades tanto de ensino quanto de aprendizagem do conceito de frações?

Essas questões configuraram a seguinte problemática: por que o ensino de frações, em especial, a parte aritmética, no 5º e 6º ano do Ensino Fundamental, em uma escola municipal de Campo Grande, MS, não contribui de forma efetiva na apreensão do conceito de frações?

Para elucidar esse problema e diante da necessidade de delimitar a pesquisa traçou-se como objetivo descrever e analisar as práticas docentes para o ensino das frações na unidade escolar. Para isso, utilizou-se a Teoria Antropológica do Didático, Teoria dos

Momentos Didáticos, os Modelos Docentes de Gascón e o conceito de Transposição Didática.

Por se tratar de um estudo *in loco* com a presença constante do pesquisador e com uma questão bem definida, é que se elegeu uma metodologia qualitativa de cunho etnográfico. O estudo contou com a entrevista de quatro professores, sendo um pedagogo e três especialistas, gravada e transcrita, além da utilização de dados bibliográficos.

A proposta de pesquisa está inserida no Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* - Mestrado Profissional em Educação, da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, oferecido pela Unidade Universitária de Campo Grande, MS. É um programa direcionado para formação de educadores que prima por estudos que busquem a melhoria da qualidade do ensino na educação básica. Assim sendo, tem como diferencial, a elaboração de um projeto de intervenção ou produto articulado a pesquisa, porém como parte integrante do texto dissertativo, para ser desenvolvido na escola. Acredita-se que esta proposta seja o elo que faltava entre as produções acadêmicas e a escola.

O primeiro capítulo destinou-se a realizar um breve histórico da origem do conceito de frações, tratar sobre a importância dos diferentes sentidos de fração na construção do conceito de números racionais e traçar um panorama das pesquisas relacionadas ao ensino, aprendizagem e práticas didáticas envolvendo os números racionais na forma fracionária.

No segundo capítulo buscou-se apresentar os caminhos da pesquisa discorrendo sobre a problemática, objetivo geral e específico, o referencial teórico e metodológico, a coleta de dados, o material utilizado e foco da análise.

O terceiro capítulo tratou dos caminhos do saber acadêmico até o saber a ensinar, com a finalidade de reconstruir possíveis organizações Matemática e Didática em torno do ensino de frações, a partir dos documentos oficiais que norteiam o ensino da REME e do planejamento quinzenal dos professores participantes.

O quarto capítulo representa a parte experimental do estudo, é a parte destinada a transcrição e análise da prática dos professores que ensinam Matemática, também com a finalidade de reconstruir Organizações Matemáticas e Didáticas, bem como classificar as práticas em conformidade com os modelos docentes clássico, empírico e construtivista.

Por fim, discorre-se sobre as considerações finais e apresenta-se uma proposta de intervenção para ser aplicada futuramente na unidade escolar.

CAPITULO 1 - OS NÚMEROS RACIONAIS E O ENSINO DE FRAÇÃO

1.1 História das frações

As necessidades práticas da civilização humana, desde os primórdios, deu origem ao primeiro conjunto numérico, os naturais. É sabido que os homens primitivos se agrupavam em cavernas e tinham a preocupação em caçar para se alimentar. Com o passar do tempo, saíram das cavernas e se organizaram em pequenas comunidades. Nesse período praticavam pequenos cultivos e criavam poucos animais, o que permitia o controle da quantidade dos rebanhos, utilizando as partes do corpo, como os dedos das mãos e dos pés.

Com o aumento gradativo dos animais, para controlar o rebanho foi necessário abandonar os dedos e buscar outros objetos para a contagem como as pedras, entretanto, estas, não permitiam consolidar as informações referentes a ação de enumerar. Diante disso, o homem primitivo registrava o número fazendo marcas em bastões ou ossos. (BOYER, 1968).

Da mesma maneira que os números naturais, a ideia de números inteiros surgiu na antiguidade pré-histórica, enquanto as frações racionais surgiram bem depois, pois as tribos na antiguidade não encontravam necessidade práticas em utilizá-las (Ibid., 1968). Para Boyer, "[...] entre as tribos primitivas parece não ter havido nenhuma necessidade de usar frações. Para as necessidades quantitativas o homem prático poderia escolher unidades suficientemente pequenas para eliminar a necessidade de usar frações [...]" (BOYER, 1968, p.4).

Como todos os números, os fracionários surgiram da necessidade humana de quantificar ou medir coisas que não eram mais possíveis com os números naturais e inteiros. Os egípcios antigos por volta do ano de 2000 a.C. já utilizavam os números fracionários sempre que não conseguiam exprimir resultados exatos na divisão de números inteiros, utilizando a representação fracionária do tipo $\frac{a}{b}$ com a e b pertencentes aos conjunto do inteiros, com $b \neq 0$. Conforme Domingues (1991) os egípcios já utilizavam as frações para operar com sistemas de pesos e medidas. O autor observa ainda que nesta época eram utilizados com frequência as frações unitárias, como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, ... , $\frac{1}{45}$, com exceção das frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$. No problema de número 24 do papiro de Rhind cerca de 700 a. C. encontra-se o resultado de uma divisão usando a notação atual, para responder um problema que solicitava realizar a divisão de 19 por 8, tendo como resposta $2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ (DOMINGUES, 1991).

O uso das frações unitárias era também utilizada pelos babilônicos cerca de 2000 a.C., porém por não contarem com a representação simbólica para o zero e outro para separatriz entre os símbolos numéricos, ocorria certa ambiguidade, pois não conseguiam ampliar o valor posicional para o sistema de base 60 (DOMINGUES, 1991). Mesmo assim, segundo Ifrah, foram eles que atribuíram às frações uma notação racional, convertendo-as em “frações sexagesimais (cujo denominador é igual a uma potência de base 60) e exprimindo-as mais ou menos como se exprimem as frações de horas em minutos e segundos” (IFRAH, 2001, p. 327). Para ilustrar essa situação o autor apresenta como exemplo: 33 min 45s que é igual a $\frac{33}{60}\text{h} + \frac{45}{3600}$ h. Ele adverte ainda, que apesar do feito, os povos babilônicos não conseguiram chegar ao uso da vírgula para diferenciar os inteiros das frações sexagesimais (IFRAH , 2001).

Os Gregos também tentaram atribuir uma notação geral para as frações ordinárias, mas não obtiveram êxito em consequência da numeração alfabética. De acordo com Ifrah (2001) a notação moderna das frações ordinárias é proveniente dos povos hindus, que faziam uso de um sistema de numeração com valor posicional. Sendo este um fator importante para chegaram na notação $\frac{34}{1265}$, onde 34 era o numerador e 1265 o denominador da fração. Mas, foram os árabes, no século 12 d. C., que inventaram a barra horizontal, que atualmente é utilizada para separar o numerador e denominador da fração.

Quando surgiu a ideia de fração, as mesmas não eram consideradas números. Entretanto, com a evolução do cálculo e da aritmética foi possível perceber que “as frações se submetiam as regras dos números inteiros” (IFRAH, 2001, p. 326), dando origem ao conjunto dos números racionais.

É possível perceber na história que as frações surgiram para suprir uma necessidade humana, num contexto social. Demandou certo tempo para que fossem concebidas como um número que pertence a um determinado conjunto numérico, neste caso, os racionais. Na sociedade atual os números na forma fracionária aparecem em situações que envolvem receitas, medidas e no setor financeiro, no qual a moeda possui subdivisões da unidade em centavos. Tais situações são pouco usuais para os alunos, porém conhecer os números racionais e realizar operações faz parte do currículo do Ensino Fundamental e Médio.

Porém, as situações de ensino dos números na forma fracionária não atendem as necessidades dos alunos, tendo em vista, ser mais comum, o contato com os números na forma decimal. Despertá-los para o conhecimento sobre um número que possui dois significados numa única representação, $\frac{a}{b}$, em que b se refere ao denominador, que representa a quantidade de partes que o inteiro foi dividido e a corresponde ao numerador, que enumera a quantidade de partes do inteiro a considerar, não é algo elementar, necessita dispor de certo tempo para aprendizagem e de metodologias que retome o conceito em várias situações Matemáticas e nos diferentes níveis de ensino.

1.2 O conceito de números racionais e o ensino de frações

A palavra fração significa: partir, quebrar, fragmentar, ação de dividir algo em partes menores (AMORA, 1998). Porém, não se trata de qualquer pedaço ou fragmento, no caso do objeto Matemático fração, esses pedaços são iguais em relação ao todo ou unidade original.

Diferente dos números naturais, os números racionais na forma fracionária são pouco utilizados em situações cotidianas, em geral aparecem em receitas e medidas, que não são situações corriqueiras para crianças entre 6 a 9 anos. Entretanto, na vida escolar o contato com situações envolvendo números na forma fracionária começa a ser ensinado a partir do 3º ano, do Ensino Fundamental, com ênfase na divisão do todo em partes iguais, leitura e registros de frações simples como $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, etc.

Os Parâmetros Curriculares de Matemática reforçam essa ideia de que a fração deve ser trabalhada visando a ampliação dos números naturais para os racionais por meio de diferentes representações e significados, pois o conceito de fração é importante na formação do campo conceitual dos números racionais e deve ser trabalhado de maneira que leve o aluno a perceber as diferentes categorias dos números em prol da resolução de problemas que o homem teve ou tem que resolver (BRASIL, 1997).

Todavia, o conceito de números racionais não é algo simples. Para Kieren (1980), se trata de um conceito Matemático que pode ser utilizado de diferentes maneiras, se referindo a um objeto ou a uma classe de objetos. O autor define um número racional como sendo um elemento x que satisfaz a sentença $ax=b$, onde a e b são dois números inteiros, com $b \neq 0$.

De acordo com Kieren (1980) essa definição não é expressiva, no sentido de transmitir a complexidade que envolve a compreensão dos números racionais, uma vez que se refere a um conhecimento subjetivo que pode significar uma grande quantidade de coisas, atribuindo dessa maneira um status de mega conhecimento, atrelado a várias ramificações conceituais.

Para esse autor, a construção do conceito de números racionais deve incluir o controle de símbolos bidimensionais (frações versos decimais), saber operar nesse conjunto numérico, possuir capacidade funcional com classes de equivalência e do campo quociente e compor funcionalmente o vetor adicional (KIEREN, 1980).

Porém, para o aluno a convivência com elementos desse conjunto numérico é mais escassa em relação aos naturais, frente a isso, a escola deve promover experiências de ensino que envolvam várias construções como: medidas, partição, linguagem, etc. Além disso, por se tratar de uma gama de conceitos, o ensino deve considerar as diferentes interpretações atribuídas aos números racionais na forma fracionária: frações, decimais, classe de equivalência, medidas, quociente, operadores, razão e etc. Essas interpretações são denominados de subconstrutos do conceito de números racionais. (KIEREN, 1980).

Posto dessa maneira as interpretações desse conjunto conceitual, das estruturas cognitivas e de suas relações, surgiram as cinco ideias-chave de números fracionários necessários para a construção dos números racionais: a saber, parte-todo, quociente, medida, razão e operadores. Além disso, Kieren (1980) sinaliza que essas cinco subconstruções não são matematicamente e psicologicamente independentes, mas que "[...]

se apresentam como cinco padrões de números fracionários e racionais, separados" (KIEREN, 1980, p. 137)

Essas ideias são perseguidas nos Parâmetros de Matemática do Ensino Fundamental, enfatizando que as situações-problema cuja solução não se encontram no conjunto dos números naturais, sejam promovidas por algumas dessas subconstruções, como quociente, parte-todo e razão, na construção da noção de números racionais. Adverte ainda, que essas diferentes subconstruções mantenham inter-relações no processo de ensino (BRASIL, 1997).

Porém, a maneira que as frações são ensinadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental se restringem a divisão do inteiro em partes iguais e a relação entre si, conforme Nunes e Bryant (1997, p.191), nesta etapa "[...] as crianças são informadas que o número total das partes é o denominador e que o número das partes pintada é o numerador [...]". Os autores ressaltam que para alguns alunos, mesmo resolvendo uma atividade corretamente envolvendo a relação parte-todo, pode ser que não tenham compreendido o conceito. Ademais muitas das dificuldades no ensino podem ser apontadas pela maneira como se introduz a linguagem fracionária "[...] como um procedimento simples de contagem duplas em situações estáticas de parte-todo" (Ibid, 1997, p. 216).

A sugestão para minimizar essas dificuldades, conforme os autores é que os alunos sejam levados a resolver problemas cada vez mais complexos que permitam estabelecer conexões entre o conhecimento cotidiano e o escolar. Nesse sentido, o professor deve proporcionar problemas que envolvam a divisão de quantidades contínuas, "[...] nas quais ambas as variáveis são explicitamente representadas, a quantidade a ser distribuída e número de receptores" (NUNES; BRYANT, 1997, p. 217). Concluindo, com isso, que se a representação fracionária for introduzida dessa maneira existe a possibilidade dos alunos perceberem a conexão entre o conhecimento de fora da escola com os símbolos que aprendem na escola.

Portanto, o ensino do número fracionário não deve ser realizado por meio de conteúdos isolados, mas sim, num contexto desafiador que leve o aluno a refletir sobre os elementos numéricos envolvidos, bem como suas representações, valorizando situações-problema na qual os subconstrutos parte-todo, quociente, razão, medida e operador se relacionem a todo o momento. Ademais, deve levar em consideração que cada subconstruto possui suas particularidades e relações, e que são extremamente importantes na formação do campo conceitual do número racional.

Antes de começar a discorrer sobre a temática, considera-se importante reafirmar ao leitor que esse estudo teve origem a partir da constatação por parte da pesquisadora, que a maioria dos alunos, dos anos finais, do Ensino Fundamental, de uma escola municipal de Campo Grande, MS, não havia se apropriado de conceitos Matemáticos que envolvem os números racionais, tais como, parte-todo, fração de um número, porcentagem, equivalência, operações com frações, dentre outros.

Tendo em vista que, o ensino dos números fracionários na REME, em questão, tem início a partir do 3º ano do Ensino Fundamental, e vai se expandindo ao longo dessa etapa de ensino. Por que então, os alunos apresentam dificuldades em resolver problemas envolvendo números racionais?

1.3 Panorama de pesquisas envolvendo frações

Norteado por essa questão buscou-se num primeiro momento, conhecer por meio de pesquisas no âmbito da Educação Matemática, como vem ocorrendo o ensino e aprendizagem dos números racionais, mais especificamente em sua forma fracionária.

Assim, elegeu-se estudar as teses, dissertações, trabalho conclusão de cursos e artigos entre os anos de 2005 e 2015, para conhecer o que na última década foi pesquisado sobre o ensino e aprendizagem de frações no Ensino Fundamental.

O levantamento dos dados ocorreram no site de busca Google sob o comando das palavras-chave: números racionais, ensino de frações, adição e subtração de frações. Buscou-se ainda, a biblioteca de teses e dissertações da PUC, Capes, revista Zetetiké, Repositório digital LUME/ UFRGS.

A investigação limitou-se especificamente nos trabalhos sobre o ensino dos números racionais em sua forma fracionária. Nesta perspectiva foram identificadas, inicialmente 38 pesquisas, conforme dispostas no quadro do Anexo A.

Apesar de todas tratarem direta ou indiretamente das dificuldades de ensino e aprendizagem do conceito de números racionais na forma fracionária; optou-se em selecionar 8 pesquisas, dentre estas 4 dissertações, 1 tese, 3 trabalhos de conclusão de curso e 1 artigo, que nos permitem ter uma visão sobre como os professores compreendem os conceito em questão, bem como identificar as dificuldades e obstáculos didáticos presente nas práticas de ensino. No quadro 1, a seguir, constam algumas informações importantes sobre estes trabalhos.

Nível	Tema	Autor	Programa/Local	Ano
Dissertação	**O conceito de fração em seus diferentes significados um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental**	**Aparecido dos Santos**	**Programa de Pós-graduação em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade católica de São Paulo, SP/ PUC. https://sapientia.pucsp.br/**	**2005**
Tese	**Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino dos números racionais no Ensino Fundamental**	**Alécio Damico**	**Programa de Pós-graduação em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade católica de São Paulo, SP/ PUC. https://sapientia.pucsp.br/**	**2007**
TCC	**Aprendizagem de frações no Ensino Fundamental**	**Fernanda Bartz de Sá**	**Trabalho de conclusão de curso de Licenciatura em Matemática. UFRGS/ Porto Alegre, RS. http://www.lume.ufrgs.br/handle /10183/26448/browse?value=S%C3%A1%2C+ Fernanda+Bartz+de&type=author**	**2011**
Dissertação	**Obstáculos didáticos na Educação Matemática: o conceito de números racionais no 6º ano do Ensino Fundamental**	**Wander Mateus Branco Meier**	**Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE. Cascavel, PR. http://portalpos.unioeste.br/media/File/educacao/ Dissertacao%20Wander.pdf**	**2012**
	Saberes conceituais e didáticos de	**Larissa Eltisia de**	**Mestrado acadêmico em Educação**	**2012**

Dissertação	**pedagogos em formação acerca de fração**	**Lima Santana**	**da Universidade Estadual do Ceará/UEC. Fortaleza, CE. ww.uece.br/ppge/dmdocuments/Larissa.pdf**	
Dissertação	**Concepções e práticas de professores do Ensino Fundamental sobre o ensino de frações: um estudo em escolas de Cuiabá**	**Maria do Socorro Lucínio da Cruz Silva**	**Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal do Mato Grosso/UFMT. Cuiabá, MT. (s/f)**	**2013**
TCC	**Erros cometidos pelos alunos ao estudar números racionais em sua forma fracionária em uma escola pública em Vitória da Conquista**	**Ricardo da Silva Moreira**	**Trabalho de conclusão de curso em licenciatura plena em Matemática. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia / UESB, campus de Vitória da Conquista, Ba. http://www2.uesb.br/cursos/matematica/matematicavca/wp-content/uploads/Monografia-Ricardo-Pronta.pdf**	**2014**
Artigo	**Análise de erros em questões de adição e subtração com frações**	**Igor Augusto Sampaio da Costa de Melo e Pedro Henrique Freitas Andrade**	**Artigo - Revista WEB-MAT. Belém, vol. 1, n. 1, p. 51-60| Janeiro-Julho 2014. paginas.uepa.br/seer/index.php/web-mat/article/download/265/229**	**2014**

Quadro 1 - Pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de frações.

Para situar melhor o leitor será realizado um breve comentário de cada pesquisa do quadro 1, em ordem cronológica, destacando informações e resultados, considerados importantes para o desenvolvimento dessa pesquisa.

- **O conceito de fração em seus diferentes significados um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental (SANTOS, 2005)**

O trabalho desse autor corresponde à dissertação de mestrado que teve como proposito compreender o estado – concepções – em que se encontra o conceito de fração, especificamente, Santos (2005) realizou um estudo diagnóstico com professores que atuam no Ensino Fundamental.

O autor procurou compreender como eles pensavam, quais eram suas crenças e valores em relação ao conceito de fração. Para isso, os participantes elaboraram problemas envolvendo os diferentes significados desse conceito. A pesquisa envolveu 67 sujeitos, sendo 46, professores que ensinam Matemática (polivalentes) e 21 especialistas, de 07 escolas públicas da cidade de São Paulo, SP.

Os resultados mostraram que a concepção dos professores que ensinam Matemática e dos especialistas, eram bem próximas, em relação à elaboração de problemas envolvendo os diferentes significados de frações.

Além disso, conseguiam elaborar boas contextualizações com problemas que envolviam situações do cotidiano do aluno. Mas, por outro lado, apresentavam equívocos conceituais na elaboração dos mesmos. Sendo que os equívocos se acentuavam entre os professores que ensinavam Matemática (professores polivalentes). Em consequência disso, a maioria dos problemas elaborados foram considerados inconsistentes.

Para Santos (2005), tais equívocos, se justificam pelo fato dos professores terem tratado as situações envolvendo frações como se fossem “[...] extensão das situações envolvendo os números naturais” (Idem, p.188), porém sem nenhuma ressignificação.

Outro resultado importante dessa pesquisa, diz respeito aos fatos que: tanto os professores que ensinam Matemática quanto os especialistas, elaboraram problemas que valorizavam o uso de regras e técnicas, contemplavam apenas os significados parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo. Utilizavam quantidades contínuas e discretas e em momento algum foram abordadas as ideias de ordem e equivalência.

- **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino dos números racionais no Ensino Fundamental (DAMICO, 2007)**

A produção de Damico (2007) corresponde à tese de doutorado defendida pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Na pesquisa o autor tratou de investigar a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental. Num primeiro momento do trabalho Damico (2007) tratou de identificar os conhecimentos conceitual e processual dos estudantes de um curso de licenciatura em Matemática, bem como verificar se estes conhecimentos possuíam alguma relação com os cinco significados de fração, a saber: parte-todo, operador, quociente ou divisão indicada, medida e coordenada linear. Em outro momento, procurou identificar que conhecimentos pedagógicos esses estudantes possuíam em relação às operações básicas com frações.

Para isso, o autor dividiu sua análise em três unidades. A primeira que tratou da avaliação do conhecimento matemático, conceitual e processual, referentes aos cinco sentidos de fração anteriormente citados. A segunda unidade consistiu em analisar os conhecimentos pedagógicos em relação às quatro operações básicas e a terceira unidade destinou-se em apresentar os resultados da investigação sobre as formas de como os números racionais são introduzidos nas diferentes disciplinas dos cursos de licenciatura.

Os dados revelaram que mais de 40% dos alunos concluintes do curso de Matemática priorizam problemas que envolvem expressões com números racionais com forte tendência algorítmica. Além disso, a maioria dos problemas abordavam o sentido operador, seguido do sentido parte-todo, porém este, em menor frequência. Os sentidos divisão indicada e medida, apareceram com uma frequência menor que 8 %, e coordenada linear ficou praticamente esquecido.

Outra observação se refere aos conceitos de continuidade e descontinuidade. A pesquisa revelou que a maioria dos estudantes, futuros professores de matemática, somente identificam corretamente “[...] frações em modelos contínuos (barra de chocolate, pizza, bolos) quando estas estão associadas à situações simples, ou seja, representações em que o todo foi dividido em partes claramente congruentes” (DAMICO, 2007, p. 251). Além disso, apresentaram algumas concepções errôneas referentes ao sentido parte-todo. Os professores não conseguiram identificar corretamente o todo de suas partes, apresentaram dificuldades de ordem geométrica na identificação de áreas congruentes e cometeram erros no processo de dupla contagem (DAMICO, 2007).

Constatou-se ainda, que esses professores possuíam um entendimento conceitual precário sobre o sentido parte-todo; e que essa precariedade pode acarretar limitações didáticas no ensino dos números racionais, uma vez que “[...] o significado parte-todo pode ser utilizado como modelo de representação que facilita o entendimento de vários conceitos [...]" (Ibid, p. 252).

Observa-se ainda, que os futuros professores apresentaram certa dificuldade na resolução de problemas, quando estes, tratavam de conjuntos discretos que eram resolvidos como se fossem contínuos. Outra confusão observada foi na utilização da ideia de frações próprias em contextos totalmente inadequados.

Ao se referir sobre conhecimentos Matemáticos das operações básicas, Damico (2007) manifestou certa preocupação, pois em vários momentos da pesquisa, segundo o autor, houve "[...] um desequilíbrio acentuado entre o entendimento conceitual e processual". (Ibid., p.255). O que o levou a considerar que as dificuldades percebidas, no tocante as representações geométricas das operações com frações se originavam a partir da fragilidade dos conhecimentos apresentados pelos futuros professores, sobre os cinco sentidos de frações e suas correlações; pois, a "[...] compreensão completa dos racionais envolve não só o conhecimento de cada um dos subsconstrutos isoladamente, como também de sua compreensão de forma inter-relacionada em uma rede de significados" (DAMICO, 2007, p. 55).

- **Aprendizagem de frações no Ensino Fundamental (SÁ, 2011)**

O trabalho de Sá (2011) corresponde a um trabalho de conclusão de curso para obtenção do grau de licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul/UFRGS. O estudo diferente dos anteriores buscou investigar questões relacionadas ao ensino de frações. O autor procurou compreender como os alunos enxergam esse conceito e que ideias eles associam aos números fracionários. Além disso, tratou de investigar como ocorre o ensino de adição de fração em uma determinada escola.

Nesse estudo, Sá (2011) constatou a existência de uma predisposição para ensino do algoritmo do m.m.c., em contrapartida apresentou uma possibilidade de realizar o ensino da operação de adição por meio do conceito de equivalência. Os resultados da pesquisa revelaram que os alunos do 6º ano, possuem dificuldades em vários conceitos envolvendo números fracionários, expressos pelas nas habilidades de como: compará-los, representá-los na reta numérica. Ademais, não dominam o conceito de equivalência, condição necessária, de acordo com Sá (2011), para que os alunos efetuem a adição de frações sem a utilização do algoritmo do m.m.c. Para Sá, a resolução de problemas facilita o aprendizado de frações, pois dá sentido para o que estava sendo estudado.

Tais dificuldades se justificam, conforme o autor, devido a falta de aplicação em situações reais para comparar e operar com frações; as operações foram vistas como trabalhosas, difíceis de manipular; os alunos não gostam de fração, tem medo, aversão. Sá (2011, p. 75) adverte que o ensino das frações demanda paciência e tempo, visto que "[...] os alunos até então apenas têm conhecimento sobre números naturais".

- **Obstáculos didáticos na Educação Matemática: o conceito de números racionais no 6º ano do Ensino Fundamental (MEIER, 2012)**

Esse estudo corresponde à dissertação de mestrado do Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE, que teve por foco investigar os obstáculos didáticos na Educação Matemática, pontualmente verificar os obstáculos em torno do conceito de números racionais, no 6º ano do Ensino Fundamental.

Em conformidade com esse autor, os alunos, a partir do 3º ano, dos anos iniciais, começam a ter contato com conceitos envolvendo números racionais. Mas, que estes não são trabalhados de maneira adequada. Além disso, atribui a difícil compreensão dos números racionais, as metodologias que desvinculam o número, do objeto.

Outro fato citado nessa pesquisa reside na desvinculação dos conceitos. Para Meier (2012) os professores, nos anos iniciais, começam de forma compartimentada, ensinando os números naturais, depois fração e números decimais, sem realizar as devidas relações entre os mesmos, causando assim, obstáculos de origem didática. Pois, para Meier (2012, p. 66) "[...] não fica claro para o aluno que os inteiros podem ser representados por frações, bem como se perde a relação da forma decimal da fração e da forma fracionária do decimal".

Para ilustrar esse fato, recorremos ao ensino da divisão exposto por Meier (2012). O autor salienta que os professores apenas trabalham situações em que a divisão entre numerador e o denominador resulta num número inteiro, como $\frac{4}{4}$ e $\frac{2}{1}$, deixando de fora os casos em que o resultado da divisão, corresponde a um número decimal. Esse tipo de atitude didática pode levar o aluno a não perceber a existência de dois grupos de frações: “[...] as que podem ser divididas e as que não podem [...]” (Idem, p. 66). Fato este que o autor identifica como um possível obstáculo didático, pois o aluno não consegue perceber que a divisão resulta num número decimal, por exemplo, no caso da fração $\frac{3}{6}$, comete o erro de trocar o denominador pelo numerador para facilitar a divisão, $\frac{6}{3}$.

Para Meier (2012) se desde as séries iniciais fossem apresentados para os alunos situações de divisão que envolvesse esses dois grupos, ao chegarem no 6º ano, eles conseguiriam classificar com facilidade as frações em que a divisão resulta num número inteiro e as frações em que o resultado é um número decimal.

Outro possível obstáculo didático, citado por Meier (2012), envolve a inclusão de classes. Conforme o autor, o aluno desde cedo consegue distinguir objetos ao seu redor, classificá-los. Por exemplo, diante da situação: quatro bolas e dez brinquedos, o aluno consegue perceber que existe um conjunto de bolas e outro de brinquedos, que o conjunto de bolas é menor do que o conjunto de brinquedos, além de constatar que a bola faz parte do conjunto brinquedos, porque também é um brinquedo. Tal conhecimento, segundo Meier (2012), antecede a diferenciação entre os conjuntos numéricos natural, inteiro e racional, bem como a relação de inclusão existente entre eles. O autor salienta ser este um conhecimento que “[...] demanda certo grau de abstração” (Ibid., p.69). Assim, o obstáculo de origem didática reside em metodologias que não levam em consideração a relação existente entre os conjuntos numéricos.

- **Saberes conceituais e didáticos de pedagogos em formação acerca de fração - (SANTANA, 2012)**

Os saberes conceituais e didáticos de pedagogos em formação, acerca de fração é o titulo da dissertação mestrado, do programa de Pós-graduação em mestrado acadêmico da Universidade Estadual do Ceará/UEC. Neste estudo, o autor procurou identificar que conhecimentos Didáticos e Matemáticos que os alunos do curso de pedagogia, mobilizavam para ensinar fração. Além disso, identificar que conhecimentos possuíam em cada domínio Matemático, isto é, em cada sentido e significado atribuído a fração.

Para atingir os objetivos do estudo, o autor lançou mão do método denominado clínico piagetiano que consiste em apresentar aos sujeitos um conjunto de problemas, com vistas a conduzi-los à refletir sobre como desenvolvem " [...] suas ideias a respeito de um determinado fenômeno [...]" (SANTANA, 2012, p.86).

Em conformidade com o método clínico piagetiano, foram organizadas 11 (onze) questões subdivididas em dois blocos, a saber: domínio conceitual com finalidade de identificar os conceitos e representações de fração, mobilizados pelos alunos; e o domínio didático que serviu de subsídio para análise sobre a maneira de pensar e agir referente ao ensino de fração.

Dentre os resultados destacou-se que, os futuros professores apresentaram limitações no que concerne as representações dos números racionais. Fato este, segundo Santana (2012), se justifica pelas representações que são frequentemente associadas ao ensino tradicional, como: "[...] numérica fracionária (dois números separados por um traço) e a figural contínua (pizzas, barra de chocolates, tortas, etc.) [...]" (Ibid., p. 160).

Ademais, Santana (2012) observa que quando confrontados com representações diferentes das privilegiadas no ensino tradicional, os futuros professores apresentaram dificuldades, como identificar as frações em quantidades discretas, bem como o registro numérico decimal e na língua materna. Destaca ainda, que os professores realizaram aplicações de conhecimentos relativos aos números naturais para o conjunto dos números racionais. Como somar frações com denominadores diferentes utilizando o mesmo procedimento dos números naturais.

Diante disso, entende-se que romper com os conhecimentos que são naturalmente utilizados pelo aluno, no caso do conjunto dos números naturais, é algo difícil. Pois, neste, se estabelece certa zona de conforto, no sentido de seus elementos fazerem parte da rotina do aluno. O que a nosso ver, acarreta sólidas barreiras na aprendizagem de um novo conhecimento. Neste caso, os números racionais, que requerem uma gama de representações para dar-lhes sentido e significado.

Para Santana (2012), esse aspecto tem ganhado espaço nas literaturas sobre o assunto, pois, as práticas atuais não são eficientes na promoção de situações que acarretem as rupturas necessárias, na qual os alunos compreendam “[...] que ao lidar com frações se está lidando com um novo conjunto numérico” (Idem, p.161). Outras dificuldades foram observadas, tais como a não compreensão dos diferentes significados de fração; identificar corretamente a localização da fração em uma reta numérica; perceber a fração como um número; compreender a composição do todo composto por duas variáveis quando envolve medida. Ademais, o autor adverte que essas dificuldades, podem futuramente constituírem obstáculos didáticos.

Finalizando, Santana (2012) constatou que ao elaborar os problemas para o ensino de fração, os alunos de pedagogia utilizaram, em sua maioria, quantidades discretas; houve pouca diversidade de registros, porém com maior evidência para o figural e o numérico fracionário; o sentido operador multiplicativo foi o mais contemplado nos problemas, seguido do sentido parte-todo; os alunos possuíam uma visão sincrética sobre o ensino de frações.

- **Concepções e práticas de professores do Ensino Fundamental sobre o ensino de frações: um estudo em escolas de Cuiabá – (SILVA, M. , 2013)**

A pesquisa de Silva M. (2013) é um trabalho dissertativo em nível de mestrado defendida no programa de Pós-graduação em Educação, da Universidade Federal de Mato Grosso. A pesquisa tratou das concepções e práticas de professores sobre o ensino de frações. Com Silva M. (2013) buscou-se compreender como os professores dos anos finais do Ensino Fundamental concebem o ensino de frações. Este estudo investigou as concepções e práticas de professores nessa etapa de ensino. O autor procurou responder à problemática “[...] que concepções e que práticas, sobre o ensino e aprendizagem de frações, são reveladas por professores que atuam no Ensino Fundamental?” (Idem, p. 87).

Essas concepções e práticas foram analisadas nas perspectivas dos modelos tradicional e construtivista, porém cabe ressaltar que para Silva M.(2013) o modelo tradicional se caracteriza pela centralidade do professor no processo de ensino e aprendizagem, transmissor de informações, aulas resumidas e sistematizadas em exemplo e exercícios repetitivos, sequência linear de conteúdos. O autor salienta ainda, que nesse modelo a “[...] apropriação do saber se processa pela decoração/memorização de textos ou fragmentos de livros didáticos, pela repetição e treino de informações apresentadas (por modelos) na sala de aula” (Ibid., p. 85).

Outro modelo que serviu de análise dos dados foi o construtivista, que faz referência a educação que se preocupa “[...] com a cidadania e com o desenvolvimento dos alunos de modo a incluí-los no processo sócio educacional, considerando a diversidade e a especificidade de seu público” (SILVA, M., 2013, p. 86). Diante disso, o modelo se constitui por meio de práticas didáticas, no qual o centro do processo passa ser o aluno, cabendo ao professor apenas mediar situações que favoreçam a aquisição do conhecimento em jogo. Bem como, num processo ensino/aprendizagem que tende a valorizar o trabalho individual e coletivo na busca pelo conhecimento, centrado na criação de situações de aprendizagem (Idem, 2013).

Analogamente as pesquisas de Santos e Damico, já citadas nesse texto, às futuras professoras que ensinam Matemática (pedagogas), conforme Silva M. (2013), também cometeram equívocos ao falarem sobre fração. Além disso, possuem um conhecimento limitado sobre o assunto, pois, as mesmas relacionaram fração com “[...] à ideia de um número associado à partilha de um conjunto contínuo” (Ibid., p. 90). Apresentaram dificuldades em responder o que são quantidades discreta e contínua, demonstrando com isso, não haver domínio sobre esses conceitos.

Frente essa situação, Silva M. (2013) procurou saber como foi o aprendizado de frações durante a vida escolar dessas professoras. As respostas foram desanimadoras: “[...] não gosto de matemática, não vi o conteúdo de frações porque eram frações esquisitas, porque o ensino era tradicional”. Acrescenta ainda, que os futuros professores (polivalentes) apresentaram defasagem de conteúdos relacionados aos números racionais. E ao serem indagados sobre a maneira que encontravam para suprir as lacunas. Responderam que recorriam a colegas ou buscavam informação nos livros. Esta situação para o autor pode justificar as dificuldades no ensino de fração na primeira e segunda etapa do Ensino Fundamental.

Além dos futuros professores, Silva M., investigou as concepções dos professores licenciados em Matemática. O estudo revelou que estes também, apresentaram "[...] dificuldades nas definições mais elementares de frações" (SILVA, M. 2013, p. 117). Analogamente erraram ou confundiram os conceitos de quantidade contínua e discreta. Tornando-se "[...] evidente a falta de conhecimento dos mesmos" sobre o conceito em questão (Ibid., p. 118). Para Silva M. (2013), tantos os professores que ensinam Matemática quanto os especialistas não sabem definir fração, confundem quantidades contínuas com discretas e receberam uma formação, desde o nível fundamental, deficitária para o ensino desse conceito.

Segundo o autor, tal despreparo pode gerar possíveis obstáculos de ordem didática, pois esses professores utilizarão práticas didáticas condizentes com as limitações. Posto que, engendrados por conceitos errôneos e na maioria das vezes desconectados de outros conceitos importantes que envolvem as frações, pode acarretar ao aluno a não apropriação do conhecimento em jogo ou até mesmo gerar barreiras no aprendizado. Por isso, Silva M.(2013), acredita que o ensino das frações, no 6º ano, pode estar "[...] sendo feito de maneira deficitária" (Idem, 120).

Assim, consideramos importante ressaltar que os obstáculos didáticos, de acordo com Igliori (1999, p. 101) "[...] dependem somente das escolhas realizadas para um sistema educativo". Porém, considera-se que tais escolhas estão intrinsicamente relacionadas com os conhecimentos que o professor adquiriu ao longo de sua vida escolar, acadêmica e profissional. Assim, em conformidade com os estudos até o momento apresentado, concordou-se com Silva M. (2013) que o ensino de fração está sendo realizado de maneira deficitária.

Quanto à concepção, aprendizagem e prática dos professores especialistas, Silva M. (2013), constatou que ficavam transitando entre os modelos tradicional e construtivista, em alguns momentos tendendo mais para um, do que para outro e vice versa.

- **Erros cometidos pelos alunos ao estudar números racionais em sua forma fracionária em uma escola pública em Vitória da Conquista – (MOREIRA, 2014)**

Erros cometidos pelos alunos ao estudar números racionais em sua forma fracionária foi um trabalho que resultou em um trabalho de conclusão de curso em licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia / UESB. Moreira (2014) diferentemente das pesquisas anteriores focou na identificação de erros dos alunos ao estudar os números racionais na forma fracionária. Os sujeitos investigados foram 27 alunos, do 7º ano do Ensino Fundamental.

O autor identificou várias dificuldades dos alunos em torno do conceito, tais como: ao identificar a quantidade que representava o numerador e o denominador, a maioria trocava a ordem, ficando evidente que não se apropriaram do conceito parte-todo. Ademais, trocavam o traço da fração pela vírgula.

No caso do sentido operador significativo, as dificuldades foram quase às mesmas apresentadas no sentido parte-todo, 28% não multiplicou o quociente da divisão pelo numerador, 16% trocou o numerador pelo denominador, 4 % trocou o traço da fração pela vírgula, 36% não foi possível compreender o raciocínio empregado na resolução. (MOREIRA, 2014).

As dificuldades também se efetivaram na resolução de problema envolvendo o sentido quociente. Neste caso, 40% alunos não conseguiram identificar o numerador e o denominador na situação proposta; 25% apresentaram dificuldades nas operações básicas, 15% utilizaram subtração; 10% trocaram o traço de fração pela vírgula e 10% não souberam resolver (MOREIRA, 2014).

No sentido razão, as dificuldades foram maiores, pois nenhum aluno conseguiu resolver, corretamente, o problema proposto; sendo que 48% usaram subtração, 26% valores incorretos, 19% trocaram o numerador pelo denominador, 7% trocaram o traço de fração pela vírgula. (MOREIRA, 2014).

- **Análise de erros em questões de adição e subtração com frações – (MELO; ANDRADE, 2014)**

Os autores buscaram em um artigo analisar os erros em questões de adição e subtração de frações, por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. O resultado apontou que a maioria dos alunos possuem dificuldades em somar e subtrair frações com denominadores diferentes, pois somam ou subtraem os numeradores e os denominadores, como se estivessem operando com números naturais. Além disso, verificaram a existência de erros “[...] decorrentes da má formação do conceito de fração, interpretação de problemas e erros nas operações fundamentais com inteiros” (MELO; ANDRADE, 2014, p. 60).

1.4 Considerações sobre as pesquisas

Por meio dessas pesquisas percebe-se que o ensino e aprendizagem dos números racionais não é elementar, apresenta dificuldades tanto para o professor quanto para o aluno. Há tempos o corpo científico tem se dedicado ao assunto, porém não se tem ainda, um ensino eficiente, parece que os resultados obtidos nesse meio, não chegam até as escolas.

O programa de mestrado profissional da UEMS, em Campo Grande - MS, procura justamente promover o elo entre o saber científico e a vivência escolar ao disponibilizar parte de suas vagas aos docentes da educação básica. O diferencial desse programa é a preocupação com a afloração de um problema a partir da realidade do profissional atuante na escola. Esta integração é extremamente significativa, uma vez que permite dissertar sobre algo vivenciado pelo pesquisador. Foi nessa perspectiva que se buscou num primeiro momento compreender o que ocorre com o ensino de frações, objeto de investigação, em outras instituições escolares.

Notoriamente percebeu-se a fragilidade na formação inicial de professores pedagogos e licenciados em Matemática para o ensino de frações e seus diferentes significados. Sendo que os pedagogos apresentaram maiores erros conceituais, pois fazem confusão entre quantidades continua e discreta. Todavia estes profissionais, na vida escolar, não tiveram boas experiências com a Matemática e com o conceito de fração.

As pesquisas revelaram que os professores licenciados em Matemática também apresentam erros conceituais nas definições mais elementares. Que ambos profissionais, licenciados em Matemática e pedagogos tiveram na formação inicial, o contato com os números racionais em sua forma fracionária, bem distante da realidade, de como deve ser ensinado esse conceito no Ensino Fundamental (SILVA, M., 2013). A Matemática escolar parece ser outra bem diferente da acadêmica.

Esse distanciamento entre saber acadêmico e o escolar pode acarretar escolhas didáticas pouco eficazes, uma vez que o professor, principalmente o pedagogo, tem que aprender os números racionais para o contexto escolar por intermédio da prática.

Considerando que o conhecimento numérico ocorre de maneira gradativa durante a vida escolar, os números devem proporcionar ao aluno significados dentro e fora da Matemática, como reconhecer a ordem, os símbolos, quantidades ou resolver uma operação, equação, problema entre outros. Desta forma os conceitos como parte-todo, decimal, operador numérico, porcentagem, fração de um número, número fracionário, operações com frações, equivalência, etc, devem ser sempre trabalhados articuladamente, entre si, e, sobretudo dialogarem com os conjuntos numéricos. Pois, a maneira desarticulada de tratar os conjuntos numéricos pode gerar futuros obstáculos didáticos (MEIER, 2012).

Considera-se, que apesar de estudos como de (OKUMA, 2010; LIMA, 2013; OLIVEIRA, 2015), promoverem intervenções didáticas para minimizar as dificuldades dos alunos do Ensino Fundamental, tais esforços não tem sido suficiente, é preciso que as mudanças ocorram desde a formação inicial do professor pedagogo e licenciado em Matemática, para que a prática para o ensino de frações se torne eficaz.

CAPÍTULO 2 - CONSTITUIÇÃO DA PESQUISA

Esse capítulo destina-se a apresentar os caminhos que conduziram a problemática da pesquisa, a definição do objeto e objetivos a serem alcançados; discorrer sobre os referenciais teóricos que subsidiaram a coleta e análise dos dados, bem como tratar da metodologia utilizada na condução desse estudo.

2.1 Problemática da pesquisa

O conceito de frações, na rede municipal de Campo Grande, MS, começa a ser trabalhado nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir do 3º ano, entretanto as operações de adição e subtração passam a fazer parte da ementa curricular REME no 5º ano. No 6º ano, ambas são retomadas em conjunto com a multiplicação, divisão e potenciação.

Nesse contexto, entende-se que um aluno ao iniciar o 6º ano, deveria reconhecer um número racional; saber identificar o numerador e o denominador de uma fração; reconhecer frações equivalentes; compreender que só é possível somar ou subtrair frações quando representam a mesma quantidade do inteiro.

Diante disso, surgiram as seguintes questões: por que no final dessa etapa de ensino os alunos de uma escola municipal não conseguem efetuar operações envolvendo frações com denominadores diferentes? Quais são as práticas didáticas para o ensino das operações com frações nessa unidade escolar? Quais são os obstáculos didáticos presentes nessa prática que geram dificuldades tanto de ensino quanto de aprendizagem do conceito de frações?

Foi diante desse conjunto de questionamentos que se originou a seguinte problemática: por que o ensino de frações, em especial, a parte aritmética, no 5º e 6º ano do Ensino Fundamental, em uma escola municipal de Campo Grande - MS, não contribui de forma efetiva para apreensão do conceito frações?

É sabido que o conteúdo de frações é extenso e constitui um conhecimento Matemático importante para a formação do conceito de números racionais, pois envolve outros conceitos tais como decimal, porcentagem, quociente, parte-todo, operador, bem como a diversidade simbólica para representá-lo. Cada qual com suas especificidades e dificuldades tanto de ensino e quanto de aprendizagem. Nesse sentido, a problemática de pesquisa proporciona olhares importantes para o ensino, aprendizagem, concepções dos professores e alunos, formação do professor, obstáculos didáticos e epistemológicos, dentre outros.

Nessa perspectiva considerou-se necessário delimitar a pesquisa com a finalidade de realizar um estudo sobre as práticas didáticas dos professores da unidade escolar para o ensino de frações.

2.2 Objetivo Geral

Descrever e analisar as práticas docentes para o ensino das frações na perspectiva dos Modelos docentes de Gascón.

2.2.1 Objetivos específicos

- ✓ Realizar levantamento de pesquisas relacionadas ao tema;
- ✓ Reconstruir organizações matemáticas;
- ✓ Descrever a prática de professores para o ensino das frações;
- ✓ Elaborar uma proposta de intervenção visando contribuir para a minimização das dificuldades em torno desse conceito.

2.3 Referencial teórico e metodológico

Buscou-se nesse estudo utilizar teorias que fornecessem elementos suficientes para estudar as práticas didáticas dos professores de uma escola municipal para o ensino de frações e, que além disso, respondessem à problemática em questão. Nesse caso, envolve tanto os conhecimentos didáticos quanto matemáticos desse profissional. Frente a isso, a

Teoria Antropológica do Didático (TAD), por meio dos conceitos de praxeologia, permite descrever e analisar as maneiras de ensinar e os conhecimentos matemáticos do professor em relação ao conceito de fração. Além dessa, recorreu-se ainda a teoria dos Momentos Didáticos, os Modelos Docentes de Gascón, bem como a ideia de Transposição Didática.

No que diz respeito à metodologia, atribuiu-se um enfoque qualitativo de cunho etnográfico, por entender tratar-se de uma investigação no ambiente natural, neste caso, a escola. Ademais, o estudo possui questões bem definidas sobre a temática, pois, são estas questões que constituirão uma descrição do alcance da pesquisa, bem como estabelecerão "uma área preconcebida da atuação que representa o projeto inicial da investigação" (ESTEBAN, 2010, p. 162).

Assim, as questões que nortearão esse estudo são: como os professores que ensinam matemática organizam o ensino de frações? Como esses professores administram o processo de ensino? Quais são os recursos didáticos mobilizados nessa prática? Que organizações Matemáticas envolvem o ensino de adição de frações?

2.4 A teoria Antropológica do didático – TAD

A teoria escolhida para esse estudo advém de uma concepção antropológica, a qual atribui ao homem a subjetividade do conhecimento produzido em um meio cultural num determinado tempo. Nessa perspectiva que se insere a Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard.

Chevallard é " um didata francês do campo do ensino das matemáticas, que leciona atualmente no Institut Universitaire de Formation des Maîtres de l'Académie d'Aix-Marseille, onde coordena também a pesquisa na área da formação docente em matemática" (LEITE, 2004, p. 45). Autor das obras: Théorie des séries (1979); La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné (1981); La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado (1991); Regards croisés sur le didactique: un colloque épistolaire (1996); Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje (1997); Education et didactique (2007).

A Teoria Antropológica do Didático-TAD, concebe que a atividade humana se constrói histórica e socialmente, assim varrer uma casa, lavar um copo, subir uma escada, etc, são tarefas (t) humanas, bem como somar dois números, resolver uma equação, traçar uma reta também são tarefas, porém matemática.

Ademais, a TAD parte do princípio de que toda atividade humana pode ser descrita por um modelo denominado por praxeologia. Termo este, que de maneira sucinta pode ser compreendido pelo conjunto de quatro elementos: tipos de tarefa (T), técnica (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ), e estes por sua vez, subdividem-se em dois blocos: o da *práxis*, o saber fazer [T, τ] e o *logos*, que corresponde a justificativa teórica dessa prática, [θ, Θ].

Assim, na atividade Matemática encontram-se inúmeras praxeologias Matemáticas ou Organizações Matemáticas (OM) e suas respectivas Organizações Didáticas (OD), sendo a primeira a representação da parte estática de uma praxeologia, isto é, corresponde aos tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias Matemáticas e a segunda a parte dinâmica, que corresponde a ação de estudar do sujeito ou coletivo, alguma coisa, nesse caso, Matemática. Para clarear esse conceito de OM recorreu-se ao tipo de tarefa (T), e uma tarefa (t), a seguir:

T: somar dois números naturais, a e b.

Uma tarefa (t) pertencente a esse tipo de tarefa (T), proposta para o 2º ano, dos anos iniciais do Ensino Fundamental, pode ser:

t: somar 2 + 4

Nesse caso o aluno pode utilizar a técnica τ_1: desenhar as quantidades separadas e depois contar o total, conforme figura 1, a seguir:

$$\boxed{||\quad ||||= 6}$$

Figura 1 - Aplicação de τ_1

A tecnologia, θ_1, isto é, a justificativa do saber fazer de τ_1, é a contagem, uma das formas mais naturais de quantificar objetos. Outra maneira de resolver essa tarefa, pelo aluno, poderia ser por meio da técnica τ_2, denominada por algoritmo da adição, explicitada na Figura 2.

$$\begin{array}{rl} & 2 \ \text{parcela} \\ + & 4 \ \text{parcela} \\ \hline & 6 \ \text{total} \end{array}$$

Figura 2 - Aplicação de τ_2

Nesse caso, τ_2, se justifica pela tecnologia θ_2, agrupamento de dez em dez, em unidades, dezenas, centenas, etc. Ambas as tecnologias se justificam por uma teoria maior, Θ, a aritmética, formando assim, uma praxeologia matemática ou organização matemática OM, conforme o esquema a seguir.

$$\begin{tikzcd} & \tau_1 \arrow[r] & \theta_1 \arrow[dr] & \\ \mathrm{OM} = \mathrm{T} \arrow[ur] \arrow[dr] & & & \Theta \\ & \tau_2 \arrow[r] & \theta_2 \arrow[ur] & \end{tikzcd}$$

Figura 3 - Organização matemática

Conforme a complexidade dos componentes de uma praxeologia, Higueras e Garcia (2010) classificam-nas, em:

Praxeologia pontual ou organização Matemática pontual quando a mesma é constituída em torno de pelo menos um tipo de tarefas, uma técnica e um discurso tecnológico e teórico.

Uma praxeologia local é aquela que resulta da integração de várias praxeologias pontuais, e são justificadas pelo mesmo discurso tecnológico.

As praxeologias regionais são obtidas mediante a articulação das praxeologias locais, porém justificadas pela mesma teoria.

As praxeologias globais, por sua vez, resultam da articulação das praxeologias regionais, por meio da integração de diferentes teorias.

Num ambiente escolar, em consonância com organização matemática emergem as organizações didáticas, também com seus tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias, porém didáticas.

As praxeologias didáticas ou organizações didáticas se configuram a partir das ações de estudo, em uma instituição concreta - nesse caso a escola; de um aluno, um grupo de alunos, com ou sem ajuda de um professor. As organizações didáticas são em geral cooperativas, surgem na construção ou reconstrução de uma organização matemática que se configura por meio dos momentos de estudo.

Numa organização didática as tarefas de ensino são fáceis de definir, tais como ensinar a somar frações, resolver um exercício, corrigir um caderno, entre outros. Porém, a técnica, assim como o discurso tecnológico-teórico não é tão elementar. Conforme Higueras e García (2010) descrever uma organização didática é muito mais complexo, pois as técnicas didáticas são ainda muito obscuras, possuem natureza discursiva em relação as técnicas Matemáticas e dependem fortemente do contexto institucional no qual a ação didática está inserida.

2.5 Momentos de didáticos

A noção de Momentos Didáticos foi proposta por Chevallard (1999) para descrever a ação de estudo em torno de um objeto Matemático. Trata-se de seis dimensões ou momentos de estudo denominados por: momento do primeiro encontro, momento exploratório, momento tecnológico-teórico, momento do trabalho da técnica, momento da institucionalização e momento da avaliação. Almouloud (2007) considera que os momentos didáticos são

> [...] primeiramente, uma realidade funcional do estudo, antes de ser uma realidade cronológica. Quando se pretende descrever uma organização didática em torno de um objeto matemático, qualquer que seja o caminho desse estudo, certos tipos de situações, momentos de estudo ou momentos didáticos estão necessariamente presentes [...] (ALMOULOUD, 2007, p. 124).

Almouloud (2007) ressalta que esses momentos não ocorrem de maneira linear, podendo até aparecer simultaneamente ou repetirem-se no decorrer do estudo.

De acordo com esse autor o momento do primeiro encontro ocorre numa praxeologia quando o aluno tem contato com uma tarefa ou problema, é o momento que vai "[...] orientar o desenvolvimento das relações institucionais e pessoais com o objeto. Estas relações são construídas ao longo de todo o processo de estudo e têm um papel importante na aprendizagem [...] ”(Ibid, 2007, p. 124). Em síntese, trata-se do momento que o aluno tem contato com o primeiro tipo de tarefa correspondente a organização Matemática em curso.

O segundo momento se refere a exploração da tarefa, é um momento importante, é quando o professor deixa a cargo do aluno, iniciar ou elaborar pelo menos uma técnica que resolva a tarefa em questão. Essa técnica pode inicialmente resolver a tarefa, mas deve ser ampliada e generalizada para resolver todos os problemas que envolvem a tarefa. Segundo Almouloud (2007, p. 124), estudar “[...] problemas de certo tipo é um meio permanente de criar e aprimorar uma ou mais técnicas que se tornarão o meio para se resolver de maneira quase rotineira [...]”, esse conjunto de problemas.

O terceiro momento diz respeito ao entorno tecnológico-teórico que tende a ser construído desde o primeiro contato do aluno com a organização matemática. É o momento que deve propiciar condições para que seja construído um discurso justificativo para a técnica inicial. Esse momento mantém uma relação estreita com os demais. Em geral, estabelece um “[...] processo dinâmico e atemporal na evolução do processo desencadeado pela organização matemática e que é foco do estudo da organização didática [...]” (Ibid, 2007, p. 124). No ensino tradicional geralmente esse momento acontece quando as tarefas aparecem com aplicação de um teorema ou definição (ALMOULOUD, 2007).

O quarto momento deve ser destinado ao trabalho da técnica sobre diferentes tarefas. É o momento em que o professor transfere para o aluno a responsabilidade na busca pelo menos uma maneira de resolver a tarefa, e, a partir disso, evoluir para chegar numa técnica que resolve um conjunto de tarefas.

O quinto momento, o da institucionalização é aquele em que a organização Matemática é definida. É o momento que os elementos elaborados durante todo o processo, se constituem na organização Matemática ou são descartados por meio da justificativa do aluno ou do professor.

O sexto momento a avaliação, se configura de acordo com Almouloud (2007), em dois aspectos: o pessoal e o institucional, ambos relacionados ao objeto e as técnicas construídas. Essa é uma fase importante na TAD porque supõe que seja o momento “[...] no qual o professor toma por objeto de estudo as soluções produzidas por seus alunos [...]”. O aluno observa as técnicas envolvidas no processo, analisando e avaliando, a fim de elaborar sua própria técnica (ALMOULOUD, 2007). Cabe ressaltar que os momentos não ocorrem de maneira linear, mas a todo processo de ensino e até mesmo concomitantemente.

2.6 Modelos docentes de Gascón

Toda prática didática que norteia o processo de ensino e aprendizagem da Matemática provém de tendências de ensino que tem suas raízes nos modelos epistemológicos gerais do saber matemático: o euclidiano e o quase empírico (GASCÓN, 2001a). Para esse autor é possível vislumbrar indícios destas epistemologias nas práticas didáticas contemporâneas, sob o olhar relativo das organizações matemáticas versus momentos didáticos.

O Programa Euclidiano, durante muito tempo defendeu o racionalismo, por acreditar que todo conhecimento Matemático poderia ser deduzido a partir de um conjunto de axiomas trivialmente verdadeiros que se justificavam, por si só, como verdades puras e indiscutíveis. Dessa corrente de pensamento, conforme Gascón (2001a) se configuram atualmente os modelos docentes: teoricismo e tecnicismo, que apesar das peculiaridades tendem a reduzir o processo de ensino da Matemática em algo “ [...] mecânico e trivial, totalmente controlável pelo professor” (GASCÓN, 2001a, p. 133, tradução nossa).

No teoricismo as práticas didáticas concentram esforços na apresentação de definições, teoremas ou axiomas, possuem ingenuamente a ideia de que “[...] ensinar e aprender matemática é o mesmo que ensinar e aprender teorias [...]” (Idem, 2001a, p.134). Em decorrência dessa visão de ensino e aprendizagem, a atividade de resolver problemas fica em segundo plano, servindo apenas para dar sentido à teoria que se pretende ensinar (GASCÓN, 2001).

Em oposição à ênfase teórica atribuída pelo teoricismo, emergem os modelos docentes que primam pelo ensino de técnicas, o tecnicismo. Motivados pela crença de que saber aplicar uma técnica, era bem mais importante no processo de aprendizagem do que compreender uma teoria, e esta, por sua vez, seria consequência da aplicabilidade da técnica, pois ensinar e aprender Matemática nessa concepção é “[...] o mesmo que ensinar e aprender técnicas (algorítmicas) [...]” (GASCÓN, 2001a, p. 136, tradução nossa). Em consequência dessa visão didática a resolução de problemas, tem uma nova configuração, os esforços didáticos são direcionados para a promoção de situações problemas que levassem o aluno a escolher a técnica mais adequada para resolvê-las (GASCÓN, 2001a).

Essa perspectiva didática concedeu a certas técnicas o status de objeto de ensino, como no caso da fatoração, produtos notáveis, a técnica do mínimo, múltiplo comum, seguidos de uma sequência de exercícios repetitivos. Segundo Gascón (2001a) a supervalorização da técnica é que levou o modelo ao extremismo.

Destaca-se ainda, nesse modelo o fato dos alunos apenas conseguirem resolver problemas que são resolvidos por técnicas algorítmicas, quando confrontados com problemas Matemáticos diferentes do costumeiro, do tipo olimpíadas, que exigem mais reflexão por parte dos mesmos, em geral, não são bem sucedidos (GASCÓN, 2001a).

Para suprir tal deficiência, conforme Gascón (2001a) surgiu à necessidade de resgatar a própria atividade de resolução de problemas, ignorada nos modelos teoricismo e tecnicismo, de tal maneira, que essa atividade passasse a ser o foco principal no processo didático, originando desta forma o modelo docente modernista, também conhecido por modernismo.

Segundo o autor anteriormente citado, nas instituições que predominam esse modelo, a atividade Matemática consiste na exploração de problemas mais sofisticados, que o aluno não saiba de antemão uma maneira de resolver, uma técnica. Trata-se de problemas bem diferentes daqueles encontrados nos livros textos. Existe uma valorização do momento exploratório, atribuindo ao aluno à responsabilidade em resolvê-los.

Essa maneira de conduzir o ensino se justifica de acordo com Gascón (2001a, p. 140), pelo entendimento dos professores de que ensinar e aprender Matemática, é o mesmo que “[...] ensinar e aprender atividade exploratória e criativa de problemas não elementares [...]”. Percebe-se dessa maneira uma reação a ideia de que ensinar matemática é algo simples, mecânico e totalmente controlado pelo professor, fortemente presente no teoricismo e tecnicismo. A tentativa de superar a maneira de resolver problemas presente nos modelos anteriores, o modernismo agravou mais ainda o isolamento e descontextualização dos mesmos (GASCÓN, 2001a).

Nessa perspectiva, Gascón (2001a) considera que os modelos teoricismo, tecnicismo e modernismo sejam extremamente reducionistas, no sentido de enfatizarem apenas um dos momentos de estudo, deixando os demais no esquecimento. Para facilitar a compreensão do leitor sobre a relação do modelo docente com o momento didático, utilizou-se a figura 4, a seguir.

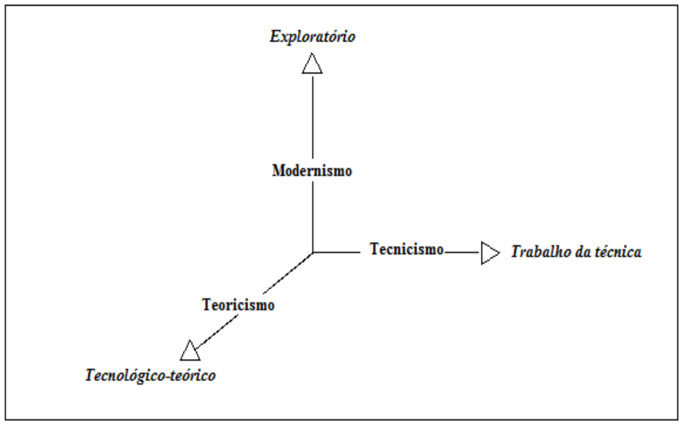


Figura 4 - Modelos docentes unidimensionais.
Fonte: Adaptação do modelo tridimensional de Bosch e Gascón,, 2004.

Na realidade os modelos docentes teoricismo, tecnicismo e modernismo não conseguiram didaticamente levar o aluno a escolher uma técnica adequada, criar condições para a construção de estratégias de resolução de um problema mediante adequação de duas ou mais técnicas, bem como desenvolvê-las nas mãos dos alunos. (GASCÒN, 2001a).

Na tentativa mudar esse quadro, surge o modelo docente procedimentalista, também denominado por procedimentalismo. Para esse autor, nas instituições que predominam esse modelo para a resolução de problemas devem ocorrer estratégias didáticas que leve o aluno a dominar um sistema estruturado de procedimentos matemáticos, que possa ser lapidado ou não, num padrão de resolução de problemas atribuído por Polya.

Cabe lembrar o leitor que George Polya foi “[...] o pioneiro no estudo da arte de resolver problemas matemáticos” (FREITAS; MONGELI, 2008, p. 19). Para estes autores, os estudos de Polya permitiram identificar estratégias de resolução de problemas e classificá-las em 4 etapas fundamentais pelos quais devem passar o estudante: “a compreensão, elaboração de um plano de solução, execução e retrospecto (ou análise de solução obtida no processo)” (Idem, p. 19).

Nesta perspectiva, conforme Gascón (2001a) o modelo docente procedimentalista surgiu para complementar o tecnicismo e o modernismo. No primeiro para ampliar o campo de problemas, incluindo aqueles que podem ser resolvidos por técnicas não algorítmicas. Enquanto no segundo, para colocar limites no universo de problemas potencialmente utilizáveis, na exploração descontrolado que na prática pode se traduzido em tratar cada problema absolutamente isolado um dos outros. É um modelo de segunda ordem ou bidimensional, porque consegue integrar funcionalmente duas dimensões da atividade Matemática: o exploratório e o trabalho da técnica. (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001).

Por fim, Gascón (2001a), nos remete a uma terceira raiz epistemológica do conhecimento matemático: o construtivismo, que tem seu germe embrionário impulsionado pela insuficiência dos dados históricos produzidos pela história da ciência, para justificar os modelos empíricos. Dessa corrente ideológica surgem dois modelos docentes: o construtivismo psicológico e o construtivismo matemático. Esses modelos tendem a integrar funcionalmente dois momentos do estudo: o momento da exploratório da atividade matemática e o momento tecnológico teórico que busca elaborar justificativas e interpretações a respeito dessa prática.

No construtivismo psicológico o momento do trabalho da técnica é pouco enfatizado ou até mesmo esquecido. Esse momento inicia como rotineiro, porém à medida que vai se desenvolvendo a atividade matemática, passa a ser o elemento integrador das outras dimensões do estudo. Além disso, atribui à atividade de resolução de problemas um papel fundamental da atividade matemática, partindo da premissa que a resolução de situação-problema se origina “[...] em função do conceito ou conhecimento que se queira que o aluno construa, apenas como instrumento de origem dos conceitos” (GASCÓN, 2001a, p. 148, tradução nossa). Nesse sentido o momento do trabalho da técnica permanece sendo ignorado tanto na atividade Matemática quanto na resolução dos problemas. (GASCÓN, 2001a).

Por outro lado o modelo docente construtivista matemático surge para resgatar o momento do trabalho da técnica. Pois, parte do princípio de que descontextualizar um problema matemático, nada mais seja que separar o problema propriamente dito do sistema matemático ou extramatemático[1], a partir do qual o problema se tornará natural em uma atividade matemática (GASCÓN, 2001a). Esse modelo concebe que "aprender matemáticas equivale a um processo de construção dos conhecimentos matemáticos relativos a um sistema matemático ou extramatemáticos, por meio da utilização de um modelo Matemático correspondente a esse sistema" (GASCÓN, 2001a, p. 148, tradução nossa), denominado por modelização Matemática. Segundo Gascón (2001a), apesar das tentativas de integração do momento do trabalho da técnica, prevaleceu nesse modelo docente o bloco (exploratório x tecnológico-teórico).

Como podemos observar a partir da integração funcional de dois momentos de estudo surgem três outros modelos docentes ideais: o clássico, o empirista e o construtivista. O modelo clássico tende a integrar funcionalmente o momento tecnológico-teórico e o momento do trabalho da técnica. O empirista que corresponde ao modelo ideal que integra os momentos: exploratório e do trabalho da técnica e o construtivista que integra funcionalmente o momento exploratório e o momento tecnológico-teórico, conforme ilustrado na figura 5, a seguir.

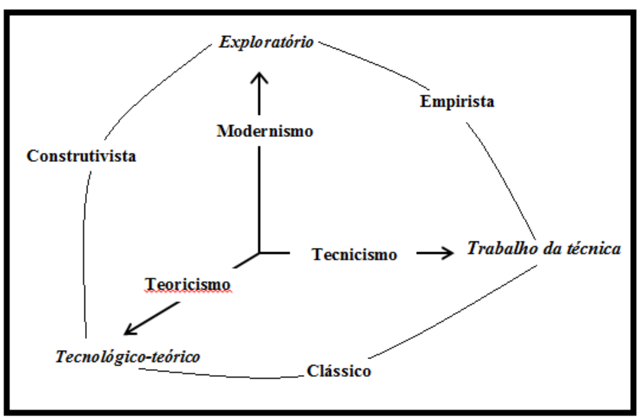


Figura 5 - Modelos docentes ideais.
Fonte: Adaptação do modelo tridimensional de Bosch, Chevallard e Gascón, 2001.

Segundo Gascón (2001b) os modelos epistemológicos gerais permitiram idealizar modelos docentes num sentido mais amplo, relativos a todos os tipos de organizações matemáticas, denominados também de organizações didáticas ideais, porque jamais podem

---

[1] Sistema Extramatemático corresponde aos elementos de um problema que não são matemáticos como pessoas, brinquedos, etc.

ser encontradas em seu estado puro. O autor postula que

> [...] um dos tipos de restrição específica que provem do modelo epistemológico geral, são as de origem, do que é denominado, de modelos epistemológicos específicos, isto é, modelos das diferentes organizações matemáticas que são estudadas nas instituições escolares" (GASCÓN, 2001b, p. 5, tradução nossa).

Ademais, alerta que por mais que as pesquisas comecem a proporcionar certa evidência empírica da teoria, é necessário muito mais investigações para "[...] precisar a dependência mutua entre os modelos epistemológicos específicos, os modelos docentes ideais e as organizações didática possíveis para estudar uma organização matemática, em uma determinada instituição [...]" (Idem, 2001b, p. 5).

Assim sendo, deixa-se claro para o leitor que nesse estudo não se pretende classificar as práticas didáticas da unidade escolar, mais sim, fazer possíveis aproximações com os modelos docentes ideais expostos na Figura 5. Para isso, descreveremos a seguir, algumas características dos modelos docentes clássico, empírico e construtivista.

- ✓ **Modelo docente clássico**

Esse modelo docente tende a resumir o processo de ensino na apresentação de um corpo teórico (definições, teoremas, axiomas), seguidos de exemplos e exercícios voltados para a compreensão da teoria e aplicação de técnicas. Segundo Gáscon (2001a), a prática da docência atribui à atividade de resolução de problemas uma importância secundária. Devido a isso, centram o processo de estudo no momento do primeiro encontro[2], que se realiza no instante em que o professor apresenta aos alunos um corpo de conhecimentos prontos e acabados (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001). Além disso, atribuem pouca ou nenhuma importância para o momento do trabalho da técnica. Nesse modelo a prática didática é centralizadora no sentido da pedagogia tradicional.

[2] Momento do primeiro encontro faz parte da Teoria dos Momentos Didáticos que compreende seis momentos da atividade de estudo, sendo estes: o momento do primeiro encontro com um tipo de problema, o momento exploratório de um tipo de problema, o momento do entorno tecnológico-teórico, o momento do trabalhado da técnica, o momento de institucionalização e o momento de evolução. (DELGADO; QUINTANA, 2015).

Na maioria das vezes quando primam pelo trabalho da técnica, essa primazia se restringe a minimizar o aforismo teórico atribuído por alguns autores de livros textos ou de atribuir-lhes o status de objeto de ensino, seguido de um conjunto de problemas que podem ser solucionados por meio de certas técnicas, porém ficando na incumbência do aluno apenas o trabalho de identificar os modelos matemáticos presentes em tais problemas e associá-lo a uma técnica adequada. Em geral, nessa perspectiva, os professores tendem a dispor um considerável tempo para exercícios repetitivos, planejados com o intuído de levar os alunos ao domínio de técnicas exclusivamente algorítmicas.

Pesquisas recentes assinalam que os docentes com afinidades nesse modelo não discutem as dificuldades de aprendizagem, porque elas não existem. Pois, o que existe para eles “[...] é a falta de estudo, a falta de motivação, a falta de vontade, a falta de tempo ou a falta de uma boa definição [...]” (SALES, 2010, p.4).

- ✓ **Modelo docente empírico**

Esse modelo docente consegue integrar funcionalmente duas dimensões da atividade Matemática: o exploratório e o trabalho da técnica (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001). Tal modelo possui raiz epistemológica na experimentação, defendendo fortemente a ideia de que “tanto a origem como o método da Matemática e inclusive sua justificação, devem provir, assim como as outras ciências, da experiência” (GASCÓN, 2001a, p.137, tradução nossa). Nesse contexto, surge o modelo docente modernista, que tende a promover situações que levem o aluno a resolver problemas.

De acordo com Gascón (2001a) esse modelo docente surgiu para recuperar a atividade matemática no processo de estudo, transferindo gradativamente a responsabilidade da resolução de problemas aos alunos, cabendo ao professor administrar o processo ensino, guiando-os na escolha das técnicas adequadas, bem como propiciando-os condições para que ocorra o desenvolvimento de pelo menos uma técnica pelas mãos deles.

Assim, quando a atividade de resolução de problema é utilizada pelos professores como recurso didático, ocorre em decorrência da concepção de que a exploração das técnicas versus resolução de problemas pode ser um dos meios para a construção do conhecimento. Porém, cabe ressaltar que, na maioria das vezes, as técnicas mobilizadas pelos alunos são, em sua maioria, técnicas algorítmicas. Por outro lado, a supervalorização do desenvolvimento de atividades matemáticas nas mãos dos alunos, acaba deixando em segundo plano a sistematização do conhecimento em jogo (GASCÓN, 2001a). A prática docente nesse modelo tende a valorizar dois momentos didáticos, o da exploração de problemas e a do trabalho da técnica.

✓ **Modelo docente construtivista**

A prática do professor no modelo docente construtivista tende a concentrar as atividades matemáticas na resolução de problemas. Aborda os conteúdos a partir destes, atribui extrema importância a criação de modelos matemáticos, como elemento fundamental para a incorporação das técnicas e teorias, acredita que a ação de explorar a atividade matemática seja um fator determinante no processo de ensino e aprendizagem. De acordo com Gascón (2001a), esse modelo envolve vários momentos do processo de estudo, evidenciando a exploração da atividade Matemática, mas com fins da incorporação e justificativa teórica. Diante disso, se entende tratar de um modelo mais sofisticado em relação aos outros apresentados anteriormente.

Assim, um professor com um perfil construtivista é um mediador em todo o processo de ensino e atividade, organiza metodologias adequadas para cada situação proposta, retomando e articulando os conteúdos de forma a ampliar o gradativamente o grau de dificuldade das atividades matemáticas no decorrer de todo o processo, dialogando, questionando, sistematizando, interagindo constantemente com o aluno e o saber em jogo. Além disso, valoriza a resolução de problemas provenientes de sistemas matemáticos e não matemáticos. Em geral, planeja as ações de ensino, com base em teorias da aprendizagem (GASCÓN, 2001a).

2.7 Transposição do saber matemático

As relações entre o didático e o matemático, δ(OM), conforme Almouloud (2007, p. 127) ocorrem quando se pretende elaborar uma praxeologia associada a um saber matemático. Entretanto, adverte sobre a importância de “situar esse saber em uma escala hierárquica na qual cada nível refere-se a uma realidade e serve para determinar a ecologia das organizações matemáticas e didáticas relativas a esse saber”. De acordo com Almouloud a ideia ecológica de “[...] nicho, habitat, ecossistema busca explicar as relações entre os objetos e o estudo do objeto em si mesmo [...]” (ALMOLOUD, 2007, p. 113).

Dessa maneira, os níveis de coodeterminação didática, são organizados em uma escala hierárquica conforme figura a seguir.

sociedade ⟹ **escola** ⟹ **pedagogias** ⟹ **disciplinas** ⟹ **áreas** ⟹ **setores** ⟹ **temas** ⟹ **questões**

Figura 6 - Níveis de coodeterminação didática.
Fonte: Adaptado em Chevallard, 2001.

Para Chevallard (2001), “[...] cada nível corresponde a um nível de estruturação de uma OM, e cada um deles possuem restrições particulares que pode ou não ser ensinável em uma sala de aula [...]” (Idem, 2001, s/p). Diante disso, questiona-se: como se configuram as condições do que é ensinável sobre fração, em especial, a operação de adição com denominadores diferentes, no 5º e 6º ano do Ensino Fundamental?

Essas condições podem ser descritas por meio da TAD, pois para Bosch e Gascón (2004, p. 96), trata-se de uma teoria que “[...] define a Didática da Matemática como ciência das condições e restrições da difusão das praxeologias matemáticas”. Segundo os autores essa difusão pode ser percebida por intermédio dos processos transpositivos entre diferentes tipos de instituições, na qual se configuram as condições e restrições de um saber.

Cabe salientar que para Almouloud (2007, p. 113) “o saber matemático organiza uma forma particular do conhecimento, produto da ação humana”. Sendo assim, uma Instituição se caracteriza por meio de “qualquer coisa que se produza, se utiliza e se ensina” (Idem, p. 113). Dessa maneira, o livro didático, o professor, o aluno, a escola, o PCN, dentre outros, são considerados instituições.

Tem-se ainda, que o termo transpositivo mencionado anteriormente refere-se à ideia de transposição didática que concebe que todo saber a ser ensinado sofre transformações de cunho adaptativo para torna-se objeto de ensino (CHEVALLARD, 1999). Conforme Bosch e Gascón (2001) tais transposições podem ser percebidas no estudo da evolução do saber em diferentes instituições, conforme explicitado na figura 7.

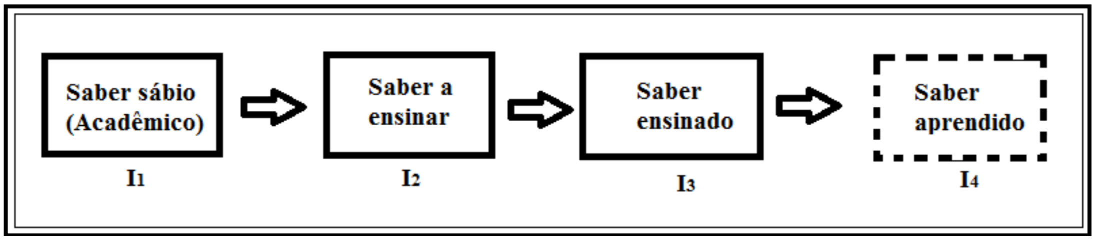


Figura 7 - Esquema da evolução do saber
Fonte: Adaptado do texto de Bosch e Gascón, 2004, p. 15.

Reportando-nos a figura 7 temos que I_1 corresponde à instituição produtora do saber, enquanto I2, I3 e I4, são as instituições relacionadas ao saber escolar, ambientes no qual o objeto saber sofre adaptações para tornar-se um objeto ensinável. Conforme Bosch e Gascón (2004), essas adaptações são possíveis de serem percebidas por meio das organizações matemáticas e didáticas que compõe cada instituição. Porém, esse estudo tratará da evolução do conceito de fração, nas instituições 1, 2 e 3.

Na primeira instituição buscou-se conhecer como os números racionais são abordados na esfera acadêmica, em especial como é tratada a adição de frações com denominadores diferentes. A segunda instituição corresponde aos documentos que ditam como um saber deve ser conduzido no âmbito escolar são estes, PCN, Referencial curricular, Livro texto, entre outros. Esta instituição nos permitirá conhecer os objetivos, metodologias e avaliações, bem como o caráter utilitário e social que envolve um determinado saber.

A instituição (I_3), o saber ensinado, trata da efetiva prática do professor para o ensino de frações. Nesse estudo, constituirá a parte experimental da pesquisa, por isso, será abordado num capítulo à parte. A quarta instituição se refere ao saber a ser aprendido, trata especialmente do conhecimento que o aluno possui sobre o saber em jogo, porém como esse estudo focaliza a prática do professor, esta instituição não será investigada.

2.8 Materiais escolhidos

Com o objetivo de estudar a prática dos professores para o ensino de frações, utilizou-se fontes bibliográficas como referencial curricular da rede municipal de ensino do município de Campo Grande - MS, os Parâmetros Curriculares de Matemática para os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, o caderno PROMOVER da rede municipal de ensino, artigos, monografias, dissertações e teses e o livro texto. Além, desses instrumentos de coleta recorreu-se ao planejamento quinzenal dos professores participantes.

Nos artigos, trabalhos de conclusão de cursos, teses e dissertações, buscou-se traçar um panorama do ensino e aprendizagem desse conteúdo matemático nas mais diversas vertentes.

Outro tipo de coleta de dados ocorreu por meio da entrevista com 4 (quatro) professores, sendo um do 5º ano e os demais do 6º ano. Cabe ressaltar que a escola conta com 3 (três) professores para o quinto ano e 3 (três) professores para o sexto ano. Todos foram convidados a participarem da pesquisa, porém apenas quatro aceitaram. A entrevista foi gravada para posteriormente ser transcrita.

Durante a pesquisa também houve conversas informais sobre a temática entre a pesquisadora e os demais professores que não participaram da entrevista com objetivo de elucidar um ponto obscuro durante o processo de investigação. Buscou-se saber se para eles, conforme o tópico da ementa curricular: adição e subtração com números racionais na forma decimal e na forma fracionária (por equivalência de frações), eles tinham o entendimento de que deveriam ensinar no 5º ano, a somar frações com denominadores diferentes, uma vez que a obrigatoriedade está implícita no destaque (por equivalência de frações).

2.9 Foco da análise

Para analisar os documentos oficiais que norteiam das frações concentrou-se em compreender como deve ser o ensino das frações para o 5º e 6º ano do Ensino Fundamental, bem como reconstruir possíveis organizações matemática e didática, referentes a soma de adição de frações com denominadores diferentes.

A segunda parte da análise concentrou-se em descrever a prática didática, bem como considerar resquícios dos Momentos didáticos na fala dos professores, a fim de responder a questão: que relação existe entre o saber sábio e saber ensinado em torno da operação de adição de frações com denominadores diferentes? Por fim, classificar a prática desse professor conforme os modelos docentes Clássico, Empírico e Construtivista.

CAPÍTULO 3 - TRANSFORMAÇÕES DO SABER MATEMÁTICO

Existem diferentes instituições pelas quais o saber matemático percorre até o seu ensino em sala de aula. O saber científico sofre transformações adaptativas até tornar-se um objeto ensinável, essas modificações são chamadas por Chevallard (1999) de transposições didáticas, conceito já mencionado nesse estudo no capítulo destinado a parte teórica. Entretanto, quando se trata do ensino das frações parece haver novas configurações na noosfera[3] que envolvem o ensino dos números racionais na forma fracionária. Frente ao exposto, elegeu-se a questão geratriz (QG) que conduzirá, nesse capítulo, o conhecimento sobre frações desde o saber sábio até o saber ensinado.

Q_G: que relação existe entre o saber sábio e o saber ensinado em torno do ensino de adição de frações, com denominadores diferentes?

3.1 Saber sábio

O número racional consiste na divisão em Z, por meio da seguinte definição: "[...] sejam a, b $\in$ Z, b $\neq$ 0. Se a é múltiplo de b, então existe um único c $\in$ Z de maneira que a = bc. Este elemento é chamado de quociente de a por b [...]" (DOMINGUES, 1991, p. 180). Representado também, da seguinte forma:

$$c = \frac{a}{b} \text{ ou } c = a : b$$

Como podemos observar a definição não retrata todos os sentidos atribuídos as frações. Segundo Kieren (1980), essa definição formal não revela a amplitude do conceito de números racionais, pois para esse autor o conhecimento dos racionais é algo subjetivo, uma vez que pode significar uma variedade de coisas. Daí a necessidade de transformar esse saber em algo ensinável.

[3] Noosfera compreende os parâmetros curriculares, referenciais de ensino, livros texto. É a noosfera que se encarrega de realizar a interface entre a sociedade e as esferas da produção dos saberes (LEITE, 2004 , p.60).

Nessa perspectiva, Kieren (1980) ao analisar os números racionais e fracionários sugeriu sete interpretações: frações, decimais, classes de equivalência, medidas, quociente, operadores e razão. Pois, para o autor são elementos importantes de um conjunto conceitual, necessários para a construção de estruturas cognitivas. Assim, a partir da relação entre os elementos surgiram as cinco ideias de números fracionários, denominados por sub-construtos, a saber: parte-todo, quociente, medida, razão e operadores. Consideramos que essas subconstruções sejam as primeiras adaptações didáticas, na etapa fundamental, para que números racionais se configurem objeto de ensino.

Outra definição dos números racionais se refere à partição de classes de equivalência. Expresso da seguinte maneira: "[...] seja $Z^* = \{m \in Z \ / \ m \neq 0\}$ e consideremos sobre $Z \times Z^* = \{ (m, n) / m \in Z, n \in Z^*\}$ a relação ($\sim$) é definida por $(m, n) \sim (p.q)$ se, e somente se, $mq = np$". (Ibid., p. 181). Tal definição vem seguida das propriedades que caracterizam uma relação de equivalência.

Para Moreira e David (2010) essa definição corresponde a definição de Q "[...] como o conjunto de classes de equivalência da relação $\sim$, isto é, Q é um conjunto ($Z \times Z^*$ / $\sim$." (2010, p. 63). Os autores advertem ainda que nesta leitura os números racionais se materializam por meio das frações aritméticas ensinadas no Ensino Fundamental. E, além disso, o ensino das operações configuram a constatação das propriedades da adição e multiplicação no âmbito acadêmico.

Sendo assim, como aparece a operação de adição nessa instituição, I_1? A adição em Q, se define da seguinte maneira: "[...] sejam $a = \frac{m}{n}$ e $b = \frac{r}{s}$ elementos de Q. Chama-se *soma* de a com b e indica-se a + b o elemento de Q definido da seguinte maneira: $a + b = \frac{ms}{ns} + \frac{nr}{ns} = \frac{ms+nr}{ns}$". (DOMINGUES, 1991, p. 182)

Frente ao exposto, elaboraremos o primeiro tipo de tarefa, T, dessa instituição, porém nos limitaremos aos tipos de tarefas referentes a adição de frações com denominadores diferentes, conforme segue:

<u>OM sábia (I_1)</u>

T_1 : Calcular a soma de dois números racionais, $\frac{m}{n}$ e $\frac{r}{s}$, com $n \neq 0$ e $s \neq 0$.

A técnica, τ_1, que resolve esse tipo de tarefa corresponde a multiplicar a primeira parcela $\frac{m}{n}$, pelo número racional, $\frac{s}{s}$, igual ao denominador da segunda parcela, obtendo a fração equivalente $\frac{ms}{ns}$. Analogamente a segunda parcela, será multiplicada pelo número racional, $\frac{n}{n}$, igual ao denominador da primeira parcela, obtendo a fração equivalente $\frac{nr}{ns}$. Transformando as duas parcelas em frações que correspondem a mesma divisão do inteiro, podendo dessa maneira ser somada as partes $\frac{ms+nr}{ns}$.

Entende-se que a técnica é aplicável utilizando a ideia de que, dados dois ou mais números racionais, só podemos somá-los se fizerem parte a mesma divisão do inteiro. Em consequência disso, temos que o conceito de classe de equivalência sendo empregado. A teoria maior que justifica essa tecnologia corresponde a aritmética. Dessa maneira resumimos nossa primeira OM pontual, no quadro 2, a seguir:

OM	
T_1	Calcular a soma de dois números racionais, $\frac{m}{n}$ e $\frac{r}{s}$, com $n \neq 0$ e $s \neq 0$. .
τ_1	Aplicar classe de equivalência
ϴ	Classe de equivalência
Θ	Aritmética

Quadro 2 - Organização matemática Sabia.

3.2 O Saber a ensinar

O ensino da Matemática escolar se estrutura a partir das orientações norteadoras como PCN e o referencial curricular da rede de ensino. A escola por sua vez seleciona os conteúdos a serem trabalhados de acordo com o seu Projeto Político Pedagógico (PPP) adequando a sua realidade. Além desses documentos, nesse estudo, será acrescentado o livro texto adotado como fontes de dados para a compreensão do saber a ser ensinado pelo professor.

Dessa maneira, os próximos tópicos foram destinados a investigar como ocorre o ensino dos números racionais em sua forma fracionária, especificamente no diz respeito ao cálculo de adição de frações com denominadores diferentes.

3.2.1 De acordo com o PCN

O Parâmetro Curricular Nacional (PCN) do Ensino Fundamental é um documento que trata da função social, da atividade, do ensino e da aprendizagem Matemática, discorrendo sobre a maneira de como devem ser abordados os conteúdos em todo território nacional. Nossa intenção é reconstruir a OM a ensinar, com seus tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias, bem como a relação didática existente na reconstrução de uma OM.

No Ensino Fundamental, dos anos iniciais aos finais, o ensino da Matemática a partir do primeiro ano, deve ser pensado de maneira que proporcione ao aluno a revisão de conceitos trabalhados nos anos anteriores, bem como ampliá-los para que possam estabelecer relações com os novos conhecimentos. No caso do ensino dos números racionais em sua forma fracionária, as estratégias didáticas devem promover situações que levem o aluno a perceber que não é mais possível usar um número natural na resolução ou representação de determinadas situações, pois o ensino dos números racionais no Ensino Fundamental

> [...] tem como objetivo levar os alunos a perceber que os números naturais são insuficientes para resolver determinadas situações-problema como o que envolvem a medida de uma grandeza e o resultado de uma divisão[...] (BRASIL, 1998, p. 101)

Para isso, o documento sugere a utilização de “[...] problemas históricos envolvendo medidas que deram origem a esses números com um bom contexto para o ensino [...] (Idem, p. 101), e consequentemente proporcione significado as operações.

Nesse sentido as operações devem servir para consolidar o novo conjunto numérico, a partir do trabalho envolvendo os números naturais, porém por intermédio de novas situações com vistas à ampliação de cada uma delas. (BRASIL, 1998).

Frente a isso, como deve ser conduzido o ensino de adição de frações com denominadores diferentes? O documento destina poucas linhas a esse respeito, porém deixa claro sua intenção didática, ao sinalizar que o cálculo pode ser realizado por meio da transformação de "[...] frações com o mesmo denominador (não necessariamente o menor), aplicando as propriedades de frações equivalentes". (Ibid. 1998, p. 104).

Além de indicar que o cálculo de adição deve ser realizado por intermédio da equivalência, é sugerido o uso de resolução de problemas na abordagem de todos os conteúdos Matemáticos. Porém, cabe ressaltar que a estratégia didática de resolver problemas deve levar em consideração que:

> [...] o ponto de partida da resolução de problemas não é a definição, mas o problema. [...] o problema certamente não é um exercício [...] só há problema se o aluno for levado a interpretar a questão [...] aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema [...] o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num **campo de problemas** [...] a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma **orientação** para a aprendizagem [...] (BRASIL, 1997, p. 43, grifo nosso)

Nesse sentido, os tipos de tarefas matemáticas, devem ser mais abrangentes, sempre partindo de um problema e, a partir dele, construir outros tipos de problemas (tarefas) pontuais, porém com a mesma tecnologia resultando em uma organização Matemática local.

Paralelamente, a tarefa didática referente à adição de frações com denominadores diferentes teria como ponto de partida um conjunto de situações-problema que abrangesse diferentes representações, proporcionando ao aluno a apreensão de um campo conceitual que envolve os números racionais. Deixando a cargo deste, pensar em estratégias de resolução. Frente a isso, a resolução de problemas configura-se, segundo o entendimento da pesquisadora o motor propulsor da situação didática.

3.2.2 De acordo com o referencial curricular

No referencial curricular da REME, o ensino das frações encontra-se no eixo números e operações. Esse conteúdo tem início no 3º ano do Ensino Fundamental, porém as operações de adição e subtração de frações são destinadas ao 5º ano, sendo no 6º ano retomadas e introduzidas mais três operações, a multiplicação, divisão e potenciação de frações. Procuramos então investigar como esse documento se manifesta sobre o ensino da adição de frações com denominadores diferentes no 5º e 6º anos, do Ensino Fundamental.

As operações com frações iniciam-se no 5º ano, por meio da indicação do conteúdo adição e subtração de frações com números racionais na forma fracionária. Logo a seguir, no tópico relevância social da aprendizagem dos conteúdos é sugerido que no final do processo de ensino o aluno saiba "[...] resolver operações de adição e subtração com números racionais na forma fracionária e decimal, utilizando conceitos de frações equivalentes" (CAMPO GRANDE, MS, 2008, p. 101).

No 6º ano acontece a partir do tema operações com números fracionários, conforme pode ser constatado na Figura 8.

7. Conteúdos propostos para o 6° ano do ensino fundamental

7.1 Eixo - Números e operações

- Sistema de Numeração decimal;
- sistema de Numeração não decimal (Romano, Egípcio, Grego...);
- situações-problema envolvendo expressões numéricas;
- reta numerada englobando os números Naturais;
- números Racionais na forma fracionária;
- operações com números fracionários;
- situações-problema envolvendo Máximo Divisor Comum (MDC);
- mínimo Múltiplo Comum (MMC); Números primos;
- situações-problema envolvendo números fracionários e números decimais e porcentagem;
- reta numerada envolvendo números fracionários e decimais;
- noções de razão associando escala de plantas e mapas;
- noções de radiciação e potenciação.

Figura 8 - Ementa curricular da Rede Municipal

Fonte: Referencial Curricular da Rede Municipal de Ensino, 2008, p. 103.

Cabe ressaltar que no 6º ano, além da adição e subtração são incluídas as operações de multiplicação, divisão e potenciação de frações. Sem menção a respeito da maneira de saber fazer ou a técnica para somar frações com denominadores diferentes. O documento enfatiza que no final do 6º ano o aluno

> [...] seja capaz de comparar, ordenar os números naturais e racionais; transformar os números fracionários para a forma decimal e vice–versa; resolver problemas envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números naturais [...]. Espera–se, ainda, que seja capaz de resolver problemas envolvendo porcentagem e frações, estabelecendo relações entre o valor porcentual e o número fracionário que o representa. (CAMPO GRANDE, MS, 2008, p. 103).

Da forma que esta posta no documento, o trabalho com as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, a nosso ver, não é tão relevante. O aluno tem que aprender, sim, as operações, mas juntamente com a resolução de problemas, para que possa atribuir significados, as mesmas.

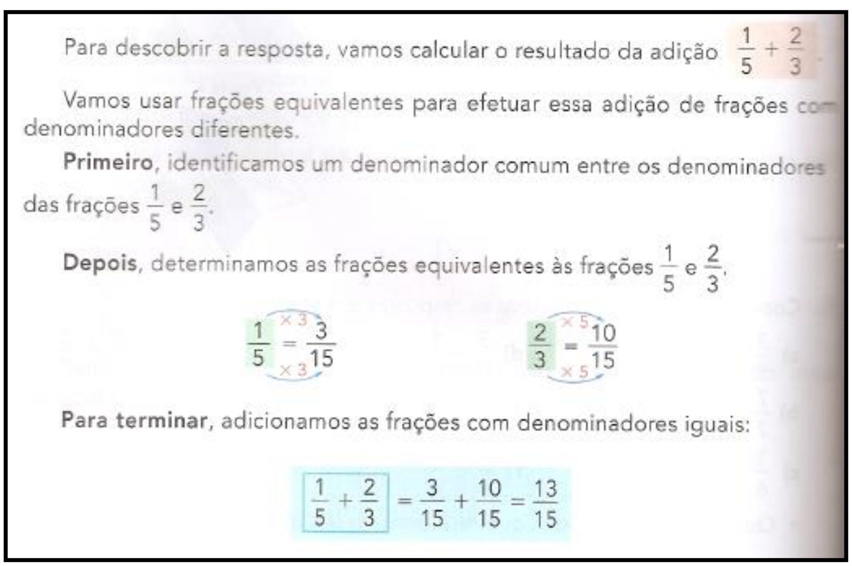
3.2.3 De acordo com livro texto

O livro texto é o instrumento didático mais utilizado pelo professor, por isso procuramos investigar como ocorre o ensino de adição de frações nos livros adotados pela unidade escolar. No 5º ano foi utilizado o livro Projeto coopera: matemática 5º ano, das autoras Eliane Reame e Priscila Motenegro e, no 6º ano o livro Projeto Teláris: Matemática de Luiz Roberto Dante.

Neste documento a reconstrução das praxeologias referentes ao tipo de tarefa: somar dois números racionais com denominadores diferentes dar-se-á primeiramente pela organização matemática e depois a organização didática.

- ✓ **Do 5º ano**

No livro texto adotado para o 5º ano, as operações devem ser iniciadas com adição de frações com denominadores iguais seguido do tópico adição de frações com denominadores diferentes. A técnica indicada para resolver esse tipo de problema pode ser percebida na figura 9, a seguir:


Para descobrir a resposta, vamos calcular o resultado da adição $\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$

Vamos usar frações equivalentes para efetuar essa adição de frações com denominadores diferentes.

Primeiro, identificamos um denominador comum entre os denominadores das frações $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{3}$.

Depois, determinamos as frações equivalentes às frações $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{3}$.

$\frac{1}{5} \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{15}$ $\qquad$ $\frac{2}{3} \xrightarrow{\times 5} \frac{10}{15}$

Para terminar, adicionamos as frações com denominadores iguais:

$\boxed{\frac{1}{5} + \frac{2}{3}} = \frac{3}{15} + \frac{10}{15} = \frac{13}{15}$

Figura 9 - Técnica matemática.
Fonte: REAME; MONTENEGRO, 2004, p. 224.

Conforme a figura, esse tipo de problema deve ser resolvido utilizando frações equivalentes. Essa maneira de saber fazer será denominada pela técnica, $\boldsymbol{\tau}_{\mathbf{a}}$, da seguinte maneira:

$\boldsymbol{\tau}_{\mathbf{a}}$: aplicar equivalência

1º: Encontrar o denominador comum

2º: Determinar frações equivalentes

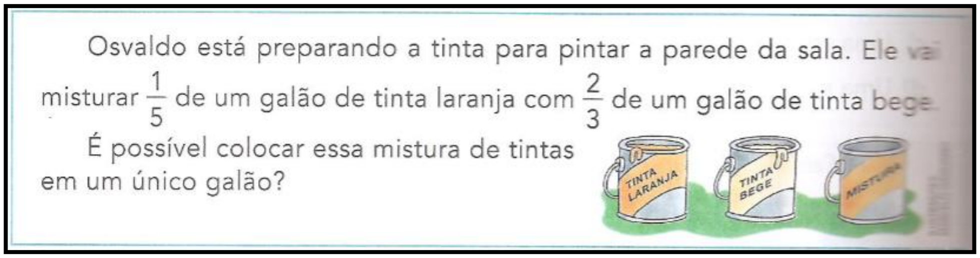
3º: Adicionar as frações com denominadores iguais

A justificativa dessa técnica consiste nas propriedades aritméticas dos números racionais, no campo da aritmética. É bom relembrar que no PCN a adição de frações deve ser realizada por meio da equivalência, porém não é necessário que o denominador seja o menor (BRASIL, 1998). Nesse exemplo fica evidente que o autor usou a equivalência, mas não explicitou que poderia haver outras representações das parcelas e consequentemente dos resultados. Tais como, $\frac{9}{45}+\frac{30}{45}=\frac{39}{45}$ ou $\frac{6}{30}+\frac{20}{30}=\frac{26}{30}$., que são representações diferentes da adição $\frac{3}{15}+\frac{10}{15}=\frac{13}{15}$, dando desta forma sentido a equivalência.

Desta maneira considera-se ocorrer uma limitação nessa maneira de ensinar, perdendo de vista a ideia de infinito do conjunto numérico em questão, além da abertura de um leque de possibilidades de respostas e, a compreensão, do porquê, se obter como resultado uma fração irredutível.

Organização didática

A organização didática do livro texto apresenta o primeiro encontro com a obra matemática, adição de frações com denominadores diferentes, para isso, foi utilizado como recurso o problema a seguir:


Osvaldo está preparando a tinta para pintar a parede da sala. Ele vai misturar $\frac{1}{5}$ de um galão de tinta laranja com $\frac{2}{3}$ de um galão de tinta bege.

É possível colocar essa mistura de tintas em um único galão?

Figura 10 - Problema envolvendo adição de frações. com denominadores diferentes.
Fonte: REAME; MONTENEGRO, 2014, p. 224.

Apresenta uma maneira de resolver, isto é, a técnica de equivalência, que pode ser pensada, como o momento do trabalho da técnica. Em seguida, faz questionamentos e apresenta outros problemas.

E então, "É possível colocar essa mistura de tintas em um único galão?".

Figura 11 - Problema envolvendo adição de frações.
Fonte: REAME; MONTENEGRO, 2014, p. 224.


Agora, misture $\frac{2}{5}$ de um galão de tinta laranja com $\frac{3}{4}$ de um galão de tinta bege. É possível colocar essa mistura em apenas um único galão?

$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = ?$

Figura 12 - Problema envolvendo adição de frações.
Fonte: REAME; MONTENEGRO, 2014, p. 224.

Nas figuras 11 e 12, configura-se um ensaio do momento exploratório. Não identificou-se o momento tecnológico-teórico (definições, teoremas, etc). Após os dois exemplos resolvidos são apresentados vários exercícios e problemas para ser praticada a técnica: aplicar a equivalência, conforme apresentado na figura 8, exposta na página 60.

De maneira geral, por meio desse instrumento didático é possível vivenciar os momentos do primeiro encontro, do trabalho da técnica e o exploratório. Porém, é importante salientar que a dinâmica do ensino, por meio desse instrumento didático, depende das escolhas feitas pelo professor.

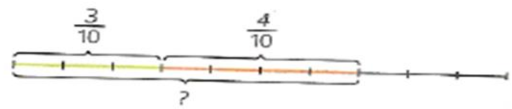
- ✓ **Do 6º ano**

No livro do 6º ano, o ensino das frações se organiza da seguinte maneira, são apresentadas algumas ideias de fração como parte de uma figura ou objeto, fração como comparação de dois números naturais, fração de um número, frações de medidas, fração como quociente de dois números naturais. Possui uma unidade especialmente para tratar de equivalência, envolvendo simplificação de frações até a propriedade fundamental de proporção. Outra, que se refere a comparação de frações e, enfim, uma unidade contendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações. Uma sequência de aproximadamente 30 tópicos envolvendo esse conceito.

Na unidade destinada às operações de frações, o autor inicia com a seguinte chamada "[...] vamos recordar, ampliar e aprofundar os conhecimentos sobre operações com frações que você já estudou nos anos anteriores" (DANTE, 2013, p. 172). Chamando atenção do leitor para o fato de que, operar frações, não é algo novo, mas que nesse nível de ensino será retomado e aprofundado.

O tópico tem início com adição e subtração de frações com denominadores iguais. São apresentados quatro problemas sobre medida e a ideia de completar e unir que envolvem uma adição. O Autor recorre em cada situação, a dois tipos de registros para auxiliar a associação da operação de adição com as ideias de completar ou unir.

Um ônibus de viagem percorreu $\frac{3}{10}$ de uma distância de manhã e $\frac{4}{10}$ à tarde. Nos dois períodos, ele percorreu que fração dessa distância? Observe o diagrama. Copie e complete o que falta:



$$\frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$$

Figura 13 - Atividade de adição de frações.
Fonte: DANTE, 2013, p. 172.

Além disso, observa-se uma intenção didática nesse material, de levar o aluno a perceber por meio da situação que ao somar frações com denominadores iguais, significa somar os numeradores e repetir o denominador comum.

Reúna-se com um colega e respondam: quando as frações têm o mesmo denominador, o que fazemos para somá-las? Resposta pessoal.

Figura 14 - Atividade de adição de frações com denominadores iguais.
Fonte: DANTE, 2013, p. 172.

Fechando o ciclo de atividades com a seguinte sistematização:

Para somar (ou subtrair) duas frações de uma mesma unidade que tenham o mesmo denominador, conserva-se o denominador e somam-se (ou subtraem-se) os numeradores.

$$\frac{2}{9} + \frac{3}{9} = \frac{5}{9} \qquad \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

Figura 15 - Atividade de adição de frações com denominadores iguais.
Fonte: DANTE, 2013, p. 172.

Em seguida, aparece o tópico adição e subtração de frações com denominadores diferentes. O autor inicia o tópico com a seguinte indagação: “o que você acha que devemos fazer nestes casos?” (DANTE, 2013, p. 173).

São apresentadas duas situações problemas, uma envolvendo adição e a outra subtração de frações, conforme ilustrado na Figura 16, a seguir:

Pela manhã, uma balsa percorreu $\frac{2}{3}$ de uma distância e à tarde, $\frac{1}{4}$. Que fração da distância ela percorreu nos dois períodos?

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = ?$$

Figura 16 - Atividade de adição de frações com denominadores diferentes.
Fonte: DANTE, 2013, p. 173.

Para resolver esse tipo de situação o autor sugere duas técnicas diferentes, a primeira resolve a situação encontrando as frações equivalentes a $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$, conforme figura 16, a seguir.

Para fazer essa adição, precisamos reduzir as frações ao mesmo denominador. Faremos isso de duas maneiras:

Usando frações equivalentes

Escrevemos as frações equivalentes a $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$ até encontrarmos duas com denominadores iguais.

$$\frac{2}{3} \longrightarrow \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \boxed{\frac{8}{12}}, \frac{10}{15}, \ldots$$

$$\frac{1}{4} \longrightarrow \frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \boxed{\frac{3}{12}}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}, \ldots$$

Assim:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \boxed{\frac{11}{12}}$$

Figura 17 - Técnica de equivalência.
Fonte: DANTE, 2013, p. 173.

A segunda técnica consiste em decompor os números naturais em fatores primos, para encontrar as frações equivalentes, ilustrada na figura 17.

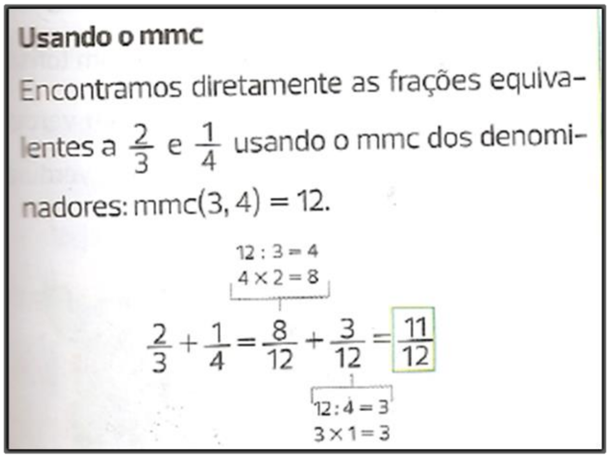


Figura 18 - Técnica do mínimo, múltiplo comum.
Fonte: DANTE, 2013, p. 173.

A técnica de aplicar equivalência é a mesma τ_a, apresentada anteriormente na análise do livro do 5º ano. A segunda técnica será denominada por $\boldsymbol{\tau_b}$.

$\boldsymbol{\tau_b}$: encontrar o m.m.c.

1º: encontrar o mínimo, múltiplo comum por meio da decomposição em fatores primos;

2º: trocar o denominador de cada fração, pelo menor múltiplo comum encontrado;

3º: dividir o menor múltiplo comum pelo denominador da fração original e multiplicar o resultado pelo numerador.

4º: somar os numeradores e repetir os denominadores.

5º: responder o problema, se for o caso.

A justificativa dessa técnica consiste no fato de que todo número natural pode ser escrito como um produto de fatores primos, e a fatoração de dois ou mais números, ao mesmo tempo, permite encontrar o menor fator comum entre eles. Tem-se dessa forma uma tecnologia amparada no campo da aritmética.

Assim, para somar frações com denominadores diferentes foram identificadas duas organizações matemáticas, OM1 e OM2.

<u>OM1</u>

Tipo de tarefa (T): somar dois números racionais, na forma fracionária.

Técnica ($\tau_{a)}$: aplicar a equivalência

Tecnologia (ɵ): se justifica pela classe de equivalência

Teoria (Ɵ): Aritmética

<u>OM2</u>

Tipo de tarefa (T): somar dois números racionais, na forma fracionária.

Técnica ($\tau_{a)}$: encontrar o m.m.c.

Tecnologia (ɵ): decomposição de um número natural em fatores primos, para achar o menor múltiplo comum entre eles.

Teoria (Ɵ): Aritmética

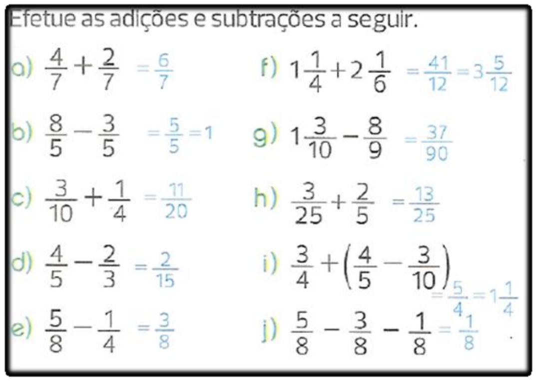
Percebe-se que o autor sugere duas técnicas para resolver o mesmo tipo de tarefa, porém com tecnologias diferentes e justificadas pela mesma teoria. Parece que pretende partir de algo mais simples para o mais complexo, em termos de economia de tempo e do espaço.

Além disso, buscou integrar os sentidos medida e parte-todo, como propõe o PCN, entretanto de maneira sucinta.

Organização didática

O autor promove o momento do primeiro encontro do aluno com a obra matemática por meio do tópico adição e subtração de frações. Esse momento corresponde aos dois exemplos resolvidos, um de adição de frações e o outro sobre subtração de frações com denominadores iguais.

Contempla o momento do trabalho da técnica ao apresentar duas maneiras diferentes de resolver tarefas que envolvem somar frações com denominadores diferentes. Percebe-se ainda, suscintamente o momento de exploração, em uma sequência de exercício e problemas presentes no final do capítulo, conforme figura 19 e 20.


Efetue as adições e subtrações a seguir.

a) $\frac{4}{7}+\frac{2}{7}$ $=\frac{6}{7}$

b) $\frac{8}{5}-\frac{3}{5}$ $=\frac{5}{5}=1$

c) $\frac{3}{10}+\frac{1}{4}$ $=\frac{11}{20}$

d) $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}$ $=\frac{2}{15}$

e) $\frac{5}{8}-\frac{1}{4}$ $=\frac{3}{8}$

f) $1\frac{1}{4}+2\frac{1}{6}$ $=\frac{41}{12}=3\frac{5}{12}$

g) $1\frac{3}{10}-\frac{8}{9}$ $=\frac{37}{90}$

h) $\frac{3}{25}+\frac{2}{5}$ $=\frac{13}{25}$

i) $\frac{3}{4}+\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{10}\right)$ $=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$

j) $\frac{5}{8}-\frac{3}{8}-\frac{1}{8}$ $=\frac{1}{8}$

Figura 19 - Exercícios de fixação.
Fonte: DANTE, 2013, p. 174.

Os exercícios de fixação fazem parte do momento do trabalho da técnica, que tem por objetivo tornar a técnica rotineira para os alunos.

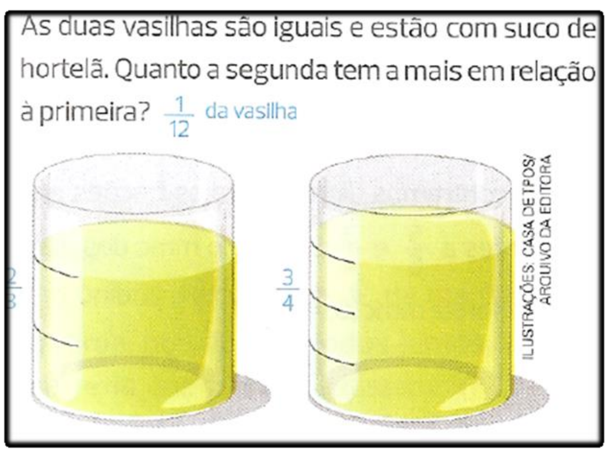


Figura 20 - Atividade de resolução de problema.
Fonte: DANTE, 2013, p. 174.

Os problemas podem ser selecionados e ou reformulados conforme as necessidades de cada turma, ampliando dessa maneira as possibilidades de exploração. Cabe ressaltar que, a organização do livro texto é algo estático, a vivência dos momentos de estudo nesse instrumento didático dependerá da ação do professor.

3.3 Considerações sobre as organizações matemática e didática do Saber a ensinar

A maneira de conduzir o ensino no PCN e no referencial curricular da REME, se aproxima do modelo modernista que atribui à resolução de problemas o foco principal da atividade matemática, nessa perspectiva o professor deve atribuir responsabilidades ao aluno, fazendo-o refletir sobre a resolução, levando-o elaborar “[...] um ou vários procedimentos de resolução como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses; comparar seus resultados com o de outros alunos e validar seus procedimentos”. (BRASIL, p. 41, 2001).

No caso dos livros textos analisados, ambos estão em consonância com as orientações curriculares e os parâmetros, pois indicam que resolução de adição ou subtração de frações deve ser realizada por meio da equivalência, enfatizando alguns sentidos de fração como parte-todo e medidas.

Nesse instrumento didático ocorre a presença do momento do primeiro encontro com a obra matemática, adição e subtração de frações, o início do momento exploratório que se configura na apresentação de um problema com a respectiva resolução, questionamentos, seguido de uma sequência de exercícios e problemas, que podem ou não, serem resolvidos conforme o exemplo, tudo dependerá das escolhas do professor.

Cabe enfatizar que nos livros textos analisados, em nenhum momento percebeu-se a indicação do autor de que ao efetuar uma adição ou subtração de frações pode haver infinitas representações, equivalência, como indica o saber sábio (acadêmico), a resposta se restringe a uma fração irredutível, que pode ser obtida por meio de uma simplificação, essa escolha didática, a nosso ver, pode restringir aluno quanto a resolução das operações e a utilização do conceito de equivalência. Considera-se que essa escolha didática possa restringir o ensino de equivalência.

Neste sentido, acredita-se necessário que o professor proponha situações que levem o aluno a refletir sobre as diferentes representações de uma adição como $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}$ ou $\frac{6}{12}+\frac{4}{12}$ ou $\frac{12}{24}+\frac{8}{24}$,..., Além disso, aceitar todas as respostas $\frac{5}{6}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{20}{24}$,..., para então escolher a fração irredutível como resposta canônica[4].

[4] É uma maneira simples de apresentar algum objeto matemático, seja fórmula, equação, fração, etc.

CAPÍTULO 4 - O SABER ENSINADO

O saber ensinado corresponde a todas as práticas matemáticas de uma instituição escolar em torno do ensino de frações. Pretende-se nesse capítulo traçar um perfil dos professores envolvidos e da unidade escolar. Além disso, descrever e analisar as práticas dos professores.

4.1. Perfil dos professores

Participaram da pesquisa, como já foi mencionado, quatro professores com idades entre 30 e 65 anos. Denominados nesse estudo por P1, P2, P3 e P4.

P1 foi o participante mais jovem da pesquisa. Graduado em Pedagogia, possui especialização em psicopedagogia e mestrado em educação pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Trata-se de um profissional com aproximadamente 10 (dez) anos de regência, nos anos iniciais do Ensino Fundamental. É comprometido com a prática, participa de todas as formações oferecidas pela Secretaria de Municipal de Educação-SEMED, procura inovar em aulas, trocar ideias com os colegas, sabe ouvir e se posicionar de maneira crítica, mas polida quando não concorda com algum posicionamento referente à sua prática. É responsável pelas turmas do 5º ano, do período matutino e vespertino. Faz parte do quadro efetivo de professores da unidade escolar.

O segundo professor possui formação em licenciatura Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro-UFRJ, desde 1974, com especialização em Gestão escolar e mais de 30 anos de experiência no magistério. Porém, assumiu o concurso público na REME em 2008. Desde então, é responsável por administrar as turmas do 6º e 7º ano do período matutino da unidade escolar.

É um profissional em final de carreira, com pouco diálogo com a coordenação e os demais professores. É assíduo e pontual, participa apenas de cursos oferecidos pela SEMED.

O terceiro professor não faz parte do quadro efetivo da escola. Com licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Mato Grosso do Sul-UFMS, participou de vários cursos de extensão e oficinas de Matemática durante a graduação. Possui 6 anos de docência. Em sala de aula sempre foi muito dinâmico, proporcionando aos alunos, na medida do possível, contato com materiais manipuláveis, resolução de problemas, entre outros. Muito sensível com o efetivo desempenho cognitivo de cada aluno.

O último participante entrevistado, concluiu o curso em licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de São José do Rio Preto- UNESP/SP. Possui especialização em trabalho pedagógico pela UNIDERP/2007. Além disso, obteve título de mestre pelo programa de mestrado profissional em Matemática-PROFMAT no ano de 2015. Trabalhou durante um bom tempo no Colégio Militar de Campo Grande - MS. Trata-se de um professor do quadro efetivo, dinâmico, aberto ao diálogo, muito disciplinado no sentido de buscar por resultados positivos para o ensino da Matemática. Esta há quatro anos na unidade escolar e possui 11 anos de experiência em sala de aula.

4.2 Perfil da unidade escolar

A escola municipal está localizada na região sul do município de Campo Grande - MS, possui aproximadamente 900 alunos, distribuídos nos três turnos, matutino, vespertino e noturno. Oferece Educação Infantil, Ensino Fundamental e a modalidade de Educação de Jovens e Adultos, porém esta, apenas na etapa do Ensino Fundamental, anos iniciais e finais.

Os alunos são oriundos de famílias de classe baixa e media baixa, com pais trabalhadores, mas que conseguem conciliar trabalho e acompanhamento escolar dos filhos em casa e na escola. Em geral, estudam desde o pré-escolar até o 9º ano do Ensino Fundamental, criando assim forte vínculo com todos os profissionais envolvidos em sua educação escolar. (PROJETO POLÍTICO PEDAGÓGICO, 2015).

Quase 80% dos professores da unidade escolar são do quadro efetivo, acarretando com isso, pouca rotatividade e um entrosamento entre estes e os alunos. Duas direções:

administrativa e adjunta, cinco coordenadores, além de quatro professores readaptados que auxiliam pedagogicamente.

4.3 Análise da entrevista dos professores

A unidade escolar conta com uma equipe de seis professores para o ensino de matemática do 5º e 6º anos. Todos foram convidados a participar da pesquisa, porém apenas quatro aceitaram, dentre estes, um do 5º ano e três do 6 º ano.

A entrevista ocorreu individualmente no horário de planejamento de cada professor. Informou-se inicialmente que se se tratava de uma pesquisa sobre a Prática didática dos professores do Ensino Fundamental, referente ao conceito de fração, conforme descrito no termo de consentimento livre esclarecido que consta no Anexo C.

Após a leitura e assinatura do documento, foi entregue uma folha de papel sulfite para que o professor escrevesse ou falasse, conforme sua facilidade. Deixando claro que o mais importante era que ficasse a vontade para descrever sua prática.

As entrevistas foram gravadas e filmadas, para posteriormente serem transcritas, conforme constam no Apêndice A.

Para coleta e análise dos dados, os professores participantes, foram denominados por P1, P2, P3 e P4. É importante ressaltar, que analisamos no vídeo a fala, os gestos e o rascunho do professor, pois todos estes elementos podem revelar dados importantes numa leitura etnográfica.

Sendo assim, nos imbuímos da responsabilidade de investigar em que realidade está envolto o ensino desse conceito, bem como classificar a prática didática, de acordo com os modelos docentes propostos por Gascón (2001).

Todavia a análise dos dados ocorreu por meio de duas unidades. A primeira, que consistiu em identificar os momentos tecnológico teórico, exploratório e do trabalho da técnica na prática do professor. E a segunda unidade, identificar a organização matemática e didática em torno da tarefa somar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

4.3.1 Descrição e análise da entrevista do professor P1 (Apêndice B)

Antes de começar a descrição e análise, cabe ressaltar que boa parte do texto já foi publicado pelos autores D. Silva e Sales (2015) , no artigo intitulado Prática docente: uma análise do ensino das frações com base nos modelos docentes de Gascón.

Iniciamos as entrevistas com o professor regente do 5º ano do período matutino e vespertino da unidade escolar, P_1, ao ser convidado a participar da pesquisa, aparentou estar tranquilo, seguro. Iniciou-se a entrevista solicitando que explicasse ou escrevesse como trabalha o conceito de frações. P_1, ao mesmo tempo em que falava, fazia um esboço do seu trabalho em tópicos, de maneira tranquila.

Primeiro eu procuro identificar os conhecimentos prévios dos alunos. Quais são suas perspectivas, primeiro o que é uma fração e para que eles utilizam isso no meio social, cotidiano [...]. (P_1)

Em seguida, segundo ele, faz uma análise das respostas dos alunos para a realização de uma avaliação diagnóstica, contendo dados com números naturais e conhecimentos prévios sobre os decimais.

Depois que eu analiso isso, eu passo a mexer com o conceito de fração, eu trabalho o conceito. O que é o conceito? O que é fração e para que a gente utiliza. Primeiro trabalho as[frações] próprias e depois as [frações] improprias. (P1)

Gesticula com a mão dando ideia de idas e vindas das frações próprias às improprias, e faz a seguinte afirmativa.

Sempre escalono. Depois que eu fiz esse conceito, eu começo a trabalhar a fração de um número. O que é isso? É saber se eles conseguem trabalhar o número, ou seja, se eles conseguem trabalhar a ideia. Ideia do quê? Se eles conseguem tirar o número natural de lado e pensar na ideia de números fracionário e decimal. (P1)

Segundo o professor, depois de trabalhar o conceito de fração, precisa trabalhar a conversão de números fracionários para decimal, enfatizando a divisão e depois a conversão do número decimal para fração. Essa necessidade de mostrar para os alunos como se faz, de exemplificar, fornecer modelos matemáticos é procedimento característico do modelo docente teoricista.

Eu começo a trabalhar o quê? É a fração realmente nula. Começo a trabalhar a situação problema. Tenho uma pizza comi 6 pedaços ou falo de frações, num total de 8 pedaços comi $\frac{2}{3}$ *dessa pizza. Quanto comi dessa pizza***?** *E também trabalho na prática, pego uma pizza coloco lá, aonde eu pego e mostro para eles o conceito mínimo, do que é uma fração, para que eu utilizo [...] (P1).*

O professor acredita que trabalhar com objetos ou coisas do contexto dos alunos, contribui para deixá-los menos apreensivos para estudar as frações. Para ele, os alunos no 5º ano reclamam que não compreendem o que é numerador e denominador porque não sabem sua função, demonstram receio em trabalhar com esse tipo de número.

De acordo com Bertoni (2009), esse estado é justificável, pois não é elementar para o aluno compreender que o número de partes que o inteiro foi dividido recebe um nome, uma denominação, meio, terços, quartos, quintos, sextos, etc., e que as partes consideradas do inteiro são quantificadas, ou enumeradas, corresponde ao numerador, demanda tempo e situações que possibilitem tal apreensão.

Apesar de utilizar o termo situação problema, considera-se que nas condições relatadas, não caracterizam um problema a ser resolvido, mas sim, uma tentativa de dar sentido à teoria apresentada, isto é, um problema de aplicação típico no modelo teoricista.

Tem-se ainda que P1 segue uma sequência de conteúdos que acredita ser necessário para que os alunos compreendam a operação de adição de frações com denominadores diferentes, diferente do que propõe a ementa curricular do 5º ano.

-Números racionais na forma fracionária e na forma decimal
-Reta numérica: números naturais e racionais
-Frações equivalentes
-Adição e subtração com números racionais na forma decimal e na forma fracionária (por equivalência de frações)

Figura 21 - Ementa curricular do 5º ano .
Fonte: Projeto Político Pedagógico da Escola, 2015.

Na transcrição da entrevista a seguir, pode observar essa discrepância.

Trabalhei a fração de um número, eu vou pra mais um tópico, que é a simplificação desse número, mostrando que a simplificação é um método que nós devemos utilizar [...]. Começo a trabalhar a comparação, entre frações. Trabalhei a comparação, aí sim! Eu vou lá, começo a trabalhar as operações com frações. De certa forma, quando eu começo a trabalhar a fração de um número eu já começo a introduzir a multiplicação entre frações, entre frações e número natural. Mas, aqui é onde eu entro no grau de operação. (P1)

A ação de ensinar, transmitir o conhecimento sobressalta na fala desse docente. Não de maneira radical, como se o ensino fosse algo trivial e totalmente controlável por ele, mas de forma espontânea, como se estivesse ocorrido uma reflexão teórica sobre o processo que procura controlar. Considerou-se estar implícito nessa maneira de conduzir o ensino o modelo clássico que resulta da junção do teoricismo com o tecnicismo.

Em seguida, solicitou-se que P1 mostrasse como ensinaria seus alunos, somar $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$.

Segundo ele, é necessário chamar a atenção dos alunos para esse tipo de adição, quando os denominadores são diferentes, subtende-se que com os denominadores iguais eles não apresentam dificuldades.

Pessoal quando você se deparar com frações que tem denominadores diferentes, o que é que a gente tem que fazer? Primeira coisa, ***observar quem [sic] são esses denominadores****.* ***Sempre achar os múltiplos desses denominadores,*** *porque nesse caso eles ainda não trabalham com aquela regrinha de fatoração. Achou-se os múltiplos, nós vamos* ***verificar os que são menores comuns.*** *Como assim menores? Entre dois e três Se tiver mais de um, você sempre se guia pelo menor, no caso aqui é o 6. Achou o 6, você* ***coloca o 6 como denominador*** *[...].* ***Pega o três e multiplica pelo numerador mais o próximo número,*** *pega o 6 e divide por três que dá dois vezes um é igual a dois [...]. (P1) (Destaques da pesquisadora).*

Ao concluir a explanação perguntou-se ao professor, por que utiliza o método do mínimo múltiplo comum para ensinar a somar $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$? Ele respondeu que utiliza essa técnica, “[...] porque, na verdade, é o meio mais prático na cabeça do aluno, para ele entender! ” (P1). Presença forte do modelo teoricista no sentido de mostrar a aplicação de uma técnica que resolve um conjunto de problemas.

Para finalizar relatatou-se ao professor, que nos dois últimos anos, a coordenação tem realizado avaliações bimestrais, do 6º ao 9º ano, e que por meio desse instrumento avaliativo, constatou que mais de 90% dos alunos dos anos finais dessa etapa de ensino, não sabem somar frações com denominadores diferentes. Na sua opinião, a que se deve esse fato?

Para P1, isso se justifica pela maneira errada que é ensinado as frações nos anos anteriores. Relatando que esse conteúdo começa a ser trabalhado no terceiro ano, dos anos iniciais do Ensino Fundamental. É quando os alunos têm o primeiro contato com os números racionais, por meio de apresentação de metades, terços, quartos, ..., frações simples, segundo ele.

Porém, P1 considera que seja atribuída uma extrema valorização no ensino da representação das partes de um inteiro. Os professores esquecem de trabalhar outras ideias que envolvem esses números, como: adição, subtração, resolução de problemas. Parece que para esse professor, a aprendizagem das frações depende de como o professor ensina, no sentido de mostrar teorias, característico do modelo docente teoricista.

No trecho da transcrição a seguir, é possível perceber a ideia de que o professor é um transmissor informações.

Acho que, começa desde o início, lá no terceiro ano quando eles começam a ver isso [...].Se você pegar lá o referencial do terceiro ano, eles vão começar a introduzir, ahh...em fatias, começam a trabalhar fração bem simplificada. Só que o professor se preocupa em trabalhar representação, esquece dessa parte de adição, de subtração. E ***enfiar na cabeça deles*** *que o número fracionário também tem situação-problema, tem o cotidiano. Traduzir isso em fala para os alunos.[...]. São vários fatores que contribuiem para o aluno chegar lá no 6º ano e não conseguirem, porque ele não se adaptou, não se [sic]eternizou com aquela didática da fração [...]. (P1) (Destaques da pesquisadora).*

Ressaltamos que para esse professor, o problema de aprendizagem dos alunos está na maneira como o conteúdo é ensinado. Numa reflexão teórica, fica implícito que para ele, ensinar matemática nada mais é do que ensinar teorias e técnicas, pois concebe o aluno como uma caixa vazia, onde o conteúdo tem que ser depositado em sua “cabeça”. Essa concepção é apercebida por meio da frase, "[...] enfiar na cabeça deles" (P_1). Além disso, parte do pressuposto de que a autonomia dos alunos é decorrente da repetição de técnicas (GASCÓN, 2001a). Uma mistura de modelos, onde é possível que ocorra uma dissocição entre discurso e prática. A prática pautada pelo modelo clássico e o discurso pelo modelo modernista.

De maneira geral, a análise da prática exposta, permitiu identificar características dos modelos teoricista e tecnicista, que a todo momento, se entrelaçam no processo de ensino. Diante disso, consideramos que a prática docente de P1 se aproxima do modelo docente clássico proposto por Gascón (2001a).

Organização didática de (P1)

Na segunda parte da análise buscou-se identificar as tarefas e técnicas didáticas em torno da tarefa matemática de somar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. Assim, a organização didática de P1 resumiu-se conforme segue:

- Mostrar uma situação problema que envolve adição de frações;
- Apresentar graficamente as frações por meio de círculos e retângulos;
- Chamar atenção para esse tipo de situação, quando as frações possuem denominadores diferentes;
- Apresentar a técnica que resolve a adição de frações com denominadores diferentes, por meio da utilização do menor múltiplo comum;
- Aplicar exercícios que envolvem o cálculo de adição de frações;
- Resolver problemas de aplicação da técnica ensinada.

Buscou-se nesse momento o planejamento de P1, com a finalidade de identificar outras tarefas propostas para somar frações com denominadores diferentes. Constatou-se que no ano de 2015, P1 havia apenas ensinado somar frações com denominadores iguais. conforme ilustrado nas figuras 22 e 23, a seguir:

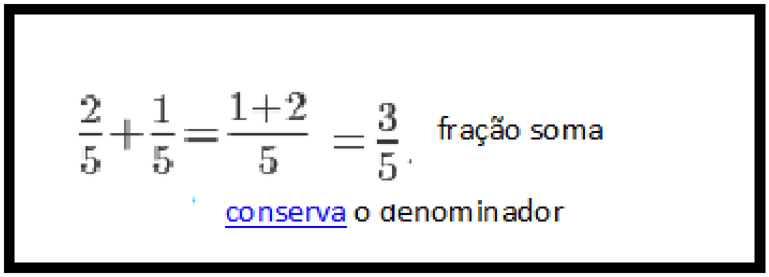


Figura 22 - Exemplo de adição de frações com denominadores iguais.

Fonte: Planejamento quizenal do professor/2015.

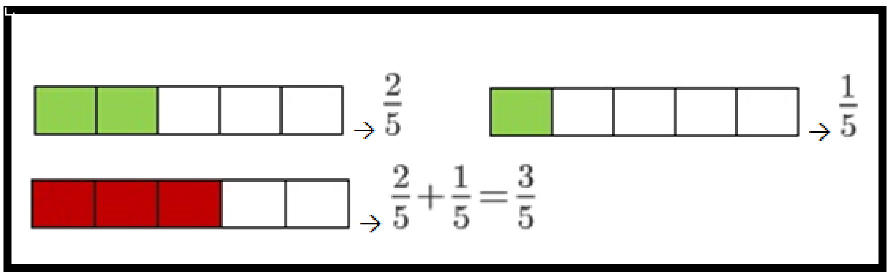


Figura 23 - Exemplo de adição de frações com denominadores iguais.

Fonte: Planejamento quizenal do professor/2015.

Esse fato levou-nos a querer saber o porquê de o professor não ter trabalhado adição de frações com denominadores diferentes. Segundo o P1, não havia feito abordagem, porque este não era um conteúdo obrigatório para ser ministrado no 5º ano.

Frente ao exposto procurou-se conhecer que conteúdos devem ser abordados no 5º ano dessa unidade escolar. Para isso, buscou-se no Projeto Político Pedagógico da unidade escolar, a ementa curricular. De acordo com esse documento somar frações deve ser ensinado no 4º bimestre, do 5ºano escolar, escrito da seguinte maneira: “[...] adição e subtração com números racionais na forma decimal e na forma fracionária (por equivalência de frações)” (Projeto Político Pedagógico, 2015).

Pode-se observar que somar frações com denominadores diferentes está implícito, ao ser solicitado usar a equivalência. Surgiu então à dúvida sobre a clareza do enunciado, será que está confuso ou o não entendimento se tratava de um caso particular?

Considera-se que houve uma quebra de contrato didático[5], quando o professor resolve trabalhar apenas adição de frações com denominadores iguais, uma vez que, a ementa escolar indica que seja ensinado a somar frações com denominadores diferentes no 5º ano.

Apesar de não ser o foco da análise pode-se considerar que P1, valorizou a ideia parte todo de maneira compartimentada, com valorização de exemplos discretos. Além disso, constatou-se um aligeiramento no ensino desse conteúdo, contrariando o entendimento de Merlini (2005) e Sá (2011) que consideram que ensinar frações demanda paciência e tempo, visto que, os alunos até então, possuem apenas conhecimento sobre números naturais.

Diante do exposto, entende-se que P1 promoveu o primeiro encontro com a obra matemática, mas de maneira muito sucinta, pois suas ações resumiram-se em apresentar a exemplos resolvidos (momento do primeiro encontro), seguido de exemplos de como resolver a tarefa sem promover nenhum tipo de exploração. Contempla momento do trabalho da técnica. Considera-se que a resolução de problema conforme exposta pelo professor, tem objetivo aplicar a teoria ou tornar o tema mais próximo do cotidiano do aluno.

Considerações da análise de (P1)

Em suma, a análise do planejamento de P1 indica que não atende as orientações do PCN, muito menos do referencial curricular da REME, pois não ensina a somar frações com denominadores diferentes utilizando a equivalência. Não promove situações-problema que permitam ao aluno buscar soluções e testar resultados, bem como confrontá-los com diferentes representações. Constrói uma organização Matemática de acordo com o que acredita ser a maneira mais fácil de entendimento do aluno para esse tipo de tarefa. Suas escolhas didáticas indicam uma quebra de contrato didático.

[5] Conjuntos de comportamentos específicos do professor esperados pelos alunos, e o conjunto de comportamentos específicos dos alunos esperado pelo professor. [...] ele pode também se estabelecer em relação a um conjunto de situações em um nível de ensino [...] (ALMOULOUD, 2007, p. 89)

Ademais, valoriza apenas o sentido parte-todo trabalhando de maneira estanque sem conexão com os outros sentidos de fração; existe uma aligeiramento no ensino das operações; não consegue integrar os diferentes sentidos atribuídos às frações, ação importante na apreensão do conceito de números racionais. A resolução de problemas não é utilizada como metodologia conforme propõe o PCN e o Referencial Curricular da REME.

Sua prática contempla de maneira sucinta os momentos do trabalho da técnica e o tecnológico–teórico entrelaçando-se a todo o momento. A resolução de problemas ocorre apenas para dar sentido a ideia de fração. Dispõe ao ensino das operações de adição e subtração de frações pouco tempo. Sua prática possui características próximas do modelo docente Clássico.

4.3.2 Descrição e análise da entrevista do professor P2 (Apêndice B)

A segunda entrevista foi com um professor especialista em Matemática do 6º ano do período matutino. Após apresentar a temática da pesquisa foi solicitado que ele lesse e assinasse o termo de consentimento. Para então, solicitar que explicasse ou escrevesse como abordava as frações no 6º ano do Ensino Fundamental.

P2 inciou seu discurso, enfatizando a necessidade de fazer com que os alunos percebessem que existem outros números para quantificar ou representar grandezas, e que nem tudo pode ser quantificado ou medido só por números naturais.

Procurando dar sentido ao que pretende ensinar, recorre a exemplos relacionados a comida, pois segundo seu entendimento, esse tipo de situação ajuda na compreensão do conceito de frações, essa tentativa de contextualizar ou dar sentido para o ensino dos números fracionários, pode ser percebida em parte da entrevista transcrita a seguir.

Bom, primeiro a ideia de que (pausa), que não exite [...], eles começam o problema de contagem sempre com o número natural, certo? Ele acha que tudo é número natural, então a necessidade de usar a metade, a gente não compra um pedaço de chocolate. É sempre bom fazer com comida, coisas que eles gostam, chocolate, pizza. Então você comeu metade ou você come a pizza inteira? [...]. (P2)

Após tais questionamentos P2 utiliza recursos gráficos como círculos e retângulos.

Ao utilizar a pizza, desenha um círculo dividindo-o em duas partes iguais e pinta uma delas, para representar a fração $\frac{1}{2}$. Em seguida, chama a atenção da pesquisadora, para esse momento em que associa a representação da fração, número, ao desenho da pizza, e que, ao mesmo tempo, explica o significado do traço da fração.

Faz o desenho da metade e o que significa o traço da fração,$\frac{1}{2}$ *, dividiu a pizza, em duas partes e comeu uma parte da pizza. Ele tem que entender o que é uma fração [...]. (P2).*

Essa maneira simplista de mostrar o que significa o traço da fração, nos remete a ideia de uma prática reducionista, uma implicação do tipo basta mostrar que o aluno aprende. Pesquisas mostram que o significado de quociente atribuido a fração, depende do contexto em que é apresentado ao aluno, pois não existe na representação um indicativo de divisão (DAMICO, 2007). Considera-se que apesar de P2, demonstrar certa preocupação com o sentido quociente, não faz a integração com o sentido parte todo, de maneira a dar significado a situação exemplificada.

Outra situação que merece ênfase, reside no fato da aplicação de exercícios para reforçar a teoria. A aula de P2 é planejada partindo de definições, teoremas, exercícios de fixação. A atitude desse professor em antecipar um corpo de conhecimento cristalizado por uma teoria é típica do modelo teoricista. (GASCÓN, 2001).

Depois disso feito, o que significa o traço de fração, que é a divisão [...] Depois fazer exercícios com eles, de vários formatos, de vários jeito aí é que a gente vai começar (pausa) [...]. (P2).

Após explanar como faz a abordagem das frações, solicitou-se que P2 mostrasse como ensinaria a seus alunos somar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. Segundo ele, para ensinar a somar essas frações, é necessário introduzir o conceito de equivalência. Pois, ao mostrar o desenho de $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$, os alunos devem perceber que não é possível realizar a soma de pedaços que não são iguais. Essa importância, de utilizar a equivalência na soma da fração é evidenciada no trecho da transcrição a seguir:

Então tem primeiro que introduzir o conceito de frações equivalentes. O que vem a ser? A gente fala na pizza de novo. Comi metade da pizza, João comeu $\frac{2}{4}$ *da pizza, quem comeu mais? O joão. Eles acham por que aumentou o número em cima, aumentou embaixo, aumentou o pedaço (risos) (P2).*

Após ter mostrado como somar frações recorrendo a equivalência, é que é intoduzida a técnica do mínimo multiplo comum,a qual denomina de maneira prática, pois só assim , segundo P2, os alunos conseguiram compreender o porquê de utilizá-la. Todavia para P2, a utilização dessa técnica é necessária para otimizar o tempo quando eles se depararem com situações de adição envolvendo mais de duas parcelas. Nesse caso, encontrar a aquivalência demandaria tempo.

*Pelo menos ele vai entendendo o que ele está fazendo, já melhora muito. Aqui para ter os pré requisitos necessários para fazer essa conta, você não vai ficar fazendo toda hora fração equivalente. Certo? O **m.m.c**. entre dois e três é seis, divide pelo denominador e multiplica o resultado pelo numerador [...] depois você **ensina**, ai vai ver direitinho que vai dar fração equivalente. Eu acho muito importante, ele entender o que ele está fazendo. Isso é que falta nos alunos, eles têm que entender o que eles estão fazendo. (os alunos) (P2). (Destaques da pesquisadora)*

Nesse trecho, destacamos ainda que, para P2 o ensino da técnica algorítmica se justifica pela economia de tempo. Sendo assim, todos os recursos didáticos foram reduzidos na aplicabilidade da técnica do m.m.c. Essa maneira reducionista de conceber a atividade matemática, advém da concepção de que ensinar e aprender matemática nada mais é que ensinar e aprender técnicas (algorítmicas) (GASCÓN, 2001a). Por isso, considera-se que as ações didáticas de P2 se aproximam do modelo docente tecnicista.

Para finalizar a entrevista, relatou-se que nos dois últimos anos, a coordenação havia realizado avaliações bimestrais, do 6º ao 9º ano, e que por meio desse instrumento avaliativo, constatou-se que mais de 90% dos alunos dos anos finais dessa etapa de ensino, não sabem somar frações com denominadores diferentes. Frente ao exposto, perguntou-se: na tua opinião a que se deve esse fato? (P2) respondeu conforme trecho transcrito logo a seguir.

Primeiro, porque eles não sabem o que estão fazendo; segundo é difícil saber (pausa), Matemática não é fácil! (risos)(pausa), porque falta interesse, falta de...humm. Fica uma pergunta assim, meio difícil de responder. Tem que insistir, matemática tem que insistir, ficar fazendo, não dá para deixar buraco. Se não aprendeu, por exemplo, eu dou uma matéria, se eu vejo que não sabe eu tenho que voltar [...], não tem jeito, tem que voltar! Matemática a gente vive revisando, você concorda? Não tem jeito, não é uma coisa que vai acontecer, não é um milagre assim que vai acontecer, que a escola é boa, que você vai [Pausa]. (P2)

Parece que para P2 não existe problema de aprendizagem em relação a operação de fração e que o erro dos alunos se justifica pela falta de interesse. O professor com essa postura não concebe a existência de dificuldade de aprendizagem. Segundo Sales (2010, p.5) esse é um dos motivos de evitar discussão a esse respeito, pois para ele "o que existe é a falta de estudo, a falta de motivação, a falta de vontade, a falta de tempo ou a falta de uma boa definição". Característica peculiar do modelo docente teoricista. Analogamente ao primeiro professor, P2 em alguns momentos apresenta-se no modelo teoricista em outros no modelo docente tecnicista, levando-nos a classificar sua prática didática no modelo docente Clássico.

Organização didática de (P2)

A análise didática em torno da tarefa Matemática somar $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$, permitiu identificar as tarefas didáticas:

- Apresentar uma sequência de exemplos envolvendo adição de frações com denominadores diferentes;
- Apresentar graficamente as frações por meio de círculos e retângulos;
- Apresentar equivalência de frações para resolver adição;
- Apresentar a técnica do m.m.c. para somar frações com denominadores diferentes;

- Aplicar exercícios que envolvem o cálculo de adição de frações;
- Utilizar exemplos do livro texto resolvendo os exercícios;
- Resolver problemas envolvendo mínimo, múltiplo comum e o máximo divisor comum.

Buscou-se outras tarefas no planejamento de P2, entretanto não encontrou-se detalhamento das ações, mas sim, os objetivos propostos para cada quinzena seguido de exemplos xerocopiados do livro texto e vários exercícios para serem resolvidos em sala de aula. Constatou-se que os contéudos são seguidos de acordo como são apresentados no livro texto, assim como as atividades propostas. Cabe ressaltar que, nem todos os exemplos desse instrumento didático são suficientes para que os alunos resolvam com tranquilidade todos os exercícios e problemas solicitados por (P2).

De acordo com análise do planejamento foi possível perceber que (P2) teve a intenção de trabalhar o sentido parte-todo, quociente e medida, porém contemplados em exercícios e problemas. Todavia, não é pertinente afirmar que houve um tratamento adequado desses conceitos. Uma coisa é mandar fazer a atividade, outra é favorecer ao aluno o entendimento dessas diferentes formas que se apresentam os números racionais em sua forma fracionária.

P2 em sua fala deixa transparecer conhecimento sobre o conceito em questão, mas demonstra pouca preocupação com a aprendizagem. Remete a ideia de que ensinar frações é algo muito simples, basta mostrar, exemplificar, para que aconteça a aprendizagem. O que vai na contra mão das pesquisas que apontam ser esse um dos contéudos mais dificeis de ser ensinado e aprendido no Ensino Fundamental (SANTOS, 2005; DAMICO, 2007; SÁ, 2011).

Entretanto, P2 ao apresentar os exemplos do livro texto promoveu o momento do primeiro encontro com a obra matemática, apresentou uma técnica e uma sequência de exercícios para torná-la rotineira (momento do trabalho da técnica), porém, sem promover nenhum momento de exploração de tarefas e técnicas. Considera-se, além disso, que a atividade de resolver problemas, apenas é utilizado como um recurso para dar sentido à teoria ou definição (momento tecnológico-teórico).

Considerações da análise de (P2)

Em suma, para ensinar a somar frações com denominadores diferentes P2, segue as sugestões dos documentos oficiais que sinalizam o ensino seja realizado por meio do conceito de equivalência, demonstrou dominar o conteúdo ensinado. No que se refere à atividade de resolver problemas foi utilizada apenas para dar sentido à definição ou teoria a ser ensinada. Abordou diferentes sentidos de fração como parte-todo, quociente e medida, porém submersos a uma sequência de atividades do livro texto, sem o devido tratamento ou articulação entre si. Demonstrou oscilação didática entre os modelos teoricista e tecnicista. Permitindo, dessa maneira, classificar sua prática no modelo docente Clássico.

4.3.3 Descrição e análise da entrevista do professor P3 (Apêndice B**)**

A terceira entrevista foi com uma especialista em Matemática em regime temporário na unidade escolar, responsável pelas turmas dos 8º e 9º anos. Analogamente aos outros professores, solicitou-se que P3 explicasse ou escrevesse como abordava as frações para o 6º ano.

Segundo P3, geralmente começa a ensinar esse conteúdo apresentando frações mais simples, por meio de desenhos e da manipulação de recursos didáticos, para facilitar compreensão de $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, ..., em seguida apresenta uma situação-problema para ser resolvido com auxílio de material manipulável, pois P3 considera extremamente importante que os alunos manipulem qualquer objeto que possa ser fragmentado em partes iguais, salientando, conforme segue:

O bom é quando se tenham um material para manipular. Pode ser até um pedaço de papel para eles manipularem. No decorrer desse tempo que eu tenho de aula, cada vez eu estou tendo mais certeza de que eles tem que tocar, eles têm que sentir. Se não, só desenhar na lousa eles não conseguem entender. Eles falam que sim! Sim! Mas logo em seguida, eles não conseguem (os alunos) [...]. (P3)

Como se pode observar P3 demonstra uma postura diferentes em relação as práticas de P1 e P2 ao transferir a responsabilidade da atividade matemática para os alunos. Nesse tipo de atitude o docente se preocupa com a participação deles, de maneira efetiva, no processo de aprendizagem.

Por isso, propõe um problema e destina certo tempo para que os alunos possam refletir sobre este e propor soluções, utilizando como já foi mencionado o material manipulável. Os problemas inicialmente são simples, porém seguidos de questionamentos de forma que o nível de dificuldade vá aumentando gradativamente. No discurso desse professor, a atividade de resolução de problemas é o ponto de partida da atividade Matemática.

Começo com uma coisinha bem básica como: um barrinha de chocolate para ser dividida por um determinado número de pessoas. então eu coloco, se for dividido por duas pessoas, quanto receberá cada uma dessas pessoas? (P3)

Entretanto, P3 buscou com a situação-problema também dar sentido a ideia parte-todo. Isto posto, considera-se que seu discurso tende a identificar a atividade Matemática com a resolução de problemas, fato esse, característico do modelos docentes modenista,em que aprender Matemática, significa aprender mediante a exploração de probelmas (GASCÓN, 2001a).

Em seguida solicitou-se que P3 mostrasse como ensinaria somar $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$. Segundo esse professor, geralmente costuma recorrer à figuras para trabalhar a ideia de fração equivalente, sempre com objetos do cotidiano, como tabuleiro de bolo, pizza, etc., mostrando visualmente as diferentes representações numéricas de uma mesma quantidade. A estratégia didática é construir frações equivalentes a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$. Pelo menos duas ou três representações. Logo após, solicitar que os alunos identifiquem qual é a representação de $\frac{1}{2}$ e de $\frac{1}{3}$ que tem o mesmo denominador, e que seja o menor comum entre os 2 e 3.

Essa estrategia didática, segundo P3 é muito importante para que eles pecebam, o porquê, do uso da técnica do mínimo, múltiplo comum, ressaltando que não gosta de trabalhar a regrinha (técnica do m.m.c.), prefere abrir um parêntese para falar sobre o mínimo múltiplo comum, o seu significado, nesse caso, entre 3 e 2, pois existe a preocupação de que os alunos compreendam cada termo que envolve a técnica.

Depois de todos esses procedimentos é que passa exercícios de fixação da técnica (m.m.c), uma vez que considera importante sua aplicação para que seus alunos adquiram agilidade em cálculos que exigiriam mais tempo se fossem resolvidos de outra maneira. A preocupação com o ensino do conceito de equivalência para somar frações, pode ser percebida no trecho seguinte.

Não gosto de ir direto na regrinha (a técnica do mínimo, múltiplo comum). O que vem a ser o mínimo múltiplo comum entre 2 e 3?[...]. Não adianta ficar falando, os alunos precisam compreender o que isso significa o mínimo múltiplo comum entre 2 e 3, [...]. vou fazer os múltiplos de 2, os múltiplos de 3, e perguntar qual é ***o menor*** *múltiplo comum entre 2 e 3. As vezes a gente fala* ***mínimo*** *múltiplo comum, eles não associam a palavra* ***mínimo a menor****, eles vão ver que o mínimo é menor múltiplo comum entre 2 e 3 é o 6. Também tem que frisar que o zero não entra nesse caso. [...]. No caso da resolução de problemas envolvendo adição, passo para eles tentarem usar sempre fração equivalente [...]. Faço a explicação e* ***deixo eles lá pensando*** *[...].(Destaques da pesquisadora).* (P3)

Analogamente ao que aconteceu nas entrevistas anteriores, P3 foi informado sobre a realização dos avaliações bimestrais, do 6º ao 9º ano, e que por meio desse instrumento avaliativo, constatou-se que mais de 90% dos alunos dos anos finais dessa etapa de ensino, não sabem somar frações com denominadores diferentes. Em seguida, Solicitou-se que opinasse, a que se deve esse fato.

Segundo P3, isso ocorre, porque os alunos não compreendem o conceito de equivalência de fração, eles não conseguem associar a representação (desenho) das frações que vão ser somadas e não tiveram contato com o material concreto. Conjunto de atividades, em sua opinião, necessárias para que os alunos consigam somar frações corretamente.

O ideal seria, que numa aula dessa, fosse levado um tabuleiro de bolo, uma pizza. Talvéz, isso ajudaria, ou até mesmo o material pedagógico. Isso faz falta, para mim, eu tenho certeza que é a falta disso. E eles chegam no ensino médio até, sem entender isso,se *eles não associam as frações equivalentes, eles vão continuar somando denominador [...].* (P3)

Na resposta de P3 fica evidente que a grande dificuldade dos alunos em somar frações é decorrente da não apropriação do conceito de equivalência. Atribui ao desempenho insatifatório como é ensinado esse conteúdo. Enfatiza que considera de suma importância, a participação do aluno, por meio da manipulação de material concreto.

De maneira geral, a prática didática de P3 possui características dos modelos docentes tecnicista e modernista, que se entrelaçam a todo momento. A descentralização do ensino e a atribuição de responsabilidades para o aluno, bem como ênfase na exploração de situações-problema são pontos relevantes para considerar essa prática didática próxima do modelo empírico. Uma vez que, nesse modelo o ensino de matemática, não é algo trivial, nem mecânico e muito menos controlável pelo professor.

Organização didática de (P3)

Ao ensinar somar $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$, P3 recorreu as seguintes tarefas didáticas:

- Apresentar situação-problema;
- Promover aos alunos momentos de reflexão sobre a resolução;
- Utilizar material manipulável para explorar o problema;
- Iniciar com o problema simples e aumentar o grau de dificuldade;
- Recorrer a exemplos gráficos (círculos e retângulos) para ilustrar a fração;
- Utilizar o conceito de equivalência para somar frações com denominadores diferentes;
- Apresentar a técnica do (m.m.c.);
- Aplicar exercícios de fixação da técnica;
- Resolver problemas.

No caso de P3, não se recorreu ao planejamento para identificar outras tarefas, pois no ano de 2015 ficou responsável pela disciplina de Matemática dos 8º e 9º anos.

De maneira geral, P3 trabalha mais o sentido parte-todo segue as orientações dos documentos oficiais que sinalizam a utilização do conceito de equivalência para somar frações com denominadores diferentes. Descentraliza o ensino e deixa que os alunos explorem os problemas propostos fazendo uso de materiais manipulativos.

Ao propor um problema, promove o primeiro encontro dos alunos com a obra Matemática, somar frações. Envolve os alunos na resolução de problemas (momento exploratório), questionando outras situações de repartição do todo em relação as suas partes. Apresenta uma técnica e aplica exercícios para fixá-la. Atribui à resolução de problemas o foco da atividade Matemática. Tais procedimentos nos levou a considerar que essa prática didática possui características do modelo docente Empírico.

Considerações da análise de (P3)

Por meio da análise foi possível identificar três momentos de estudo: o primeiro encontro, tecnológico-teórico e do trabalho da técnica, no discurso de P3, constatar que utiliza o conceito de equivalência para somar frações como sugerem os documentos oficiais. Adota procedimentos que envolvem os alunos com a situação proposta, questionando-os constantemente para mantê-los envolvidos. Atribui à resolução de problemas o papel central da atividade Matemática, sendo assim sua prática se aproxima do modelo docente Empírico.

4.3.4 Descrição e análise da entrevista do professor P4 (Apêndice B)

Professor de Matemática do 8º e 9º ano do período matutino e 6º anos do período vespertino. Iniciou-se a entrevista perguntando como ele costuma abordar o conceito de frações no 6º ano.

Para P4 o primeiro passo é ensinar que fração representa uma única quantidade, enfatizar para os alunos que por mais apareçam dois números, eles representam uma parte do inteiro. Considera ainda, importante a utilização de material manipulável em sala de aula, como disco de frações para facilitar a compreensão da divisão do inteiro em partes iguais relacionando o significado dos números envolvidos, no caso, o numerador e denominador da fração. E aos poucos, conforme P4, retirar o material para que possam abstrair a ideia envolvida.

Solicitou-se que P4 explicitasse melhor, como costuma trabalhar o conceito de fração. Esse detalhe compõe parte da entrevista transcrita, a seguir.

É, eu vou trabalhar com eles a relação de número mesmo. O que é um número. A fração é qual tipo de número, entendeu? A gente... [pausa] é necessário fazer uma [sic] construçãozinha rápida do que é um número, né? O que é um número pra eles, né? Representa uma quantidade, é um símbolo que representa uma quantidade. E a partir daí trabalhar essa parte de frações, a ideia de parte-todo, que é uma das ideias. E depois dessa parte mostrar a relação da fração com o número decimal. Mostrar que a fração pode ser representada por um número decimal, passar da fração para decimal [...] (P4)

Nesse trecho percebe-se a preocupação de P4 com o entendimento da fração enquanto número. A abordagem do conceito parte-todo, bem como as representações fracionária e decimal, enfatizando a importância da transformação de fração em decimal e vice versa.

Em seguida perguntou-se como P4 vê na prática a resolução de problemas para trabalhar o conceito de fração. O professor respondeu que a “resolução de problemas [...] é um grande passo pra fazer com que o aluno entre no jogo da aula. Então é assim, entre no jogo no sentido de Brousseau” (P4).

Como se pode observar, diferentemente dos outros professores entrevistados, esse demonstrou conhecimento de teoria provenientes da Didática da Matemática, ao falar sobre a importância de fazer com que o aluno tome para si a resolução do problema, refletindo sobre e, buscando soluções. Atitude que vai ao encontro do que propõe o PCN e o referencial curricular da rede municipal. Para P4 a resolução de problema é a atividade mais importante no ensino da Matemática, mas no ensino de frações, se torna um pouco mais complexo, conforme justifica, no trecho da transcrição.

Porque as frações a gente não utiliza tanto no cotidiano, então isso não se torna significativo para os alunos. Eles veem as frações aqui na escola e raramente eles vão ver *em outro lugar, mas elas são importantes? São de extrema importância, porque os próximos conteúdos de matemática vão utilizar as fraçõe*s. (P4)

Concorda-se com P4 quando diz que a fração não é um número presente no cotidiano dos alunos, sendo assim, não tem sentido para eles, apesar da tentativa de aproximações dos professores recorrendo a chocolates e pizzas, sabe-se que dificilmente alguém vai dizer me dá um quarto de chocolate ou que quer comer um terço da pizza. Mas é um conceito importante dentro do contexto Matemático.

P4 salienta que nessa perspectiva didática é difícil encontrar no livro texto adotado pela escola, problemas interessantes, pois a maioria são estereotipados, por isso costuma recorrer a várias fontes. Geralmente inicia a aula com um probleminha fácil de ser resolvido, dispõe de 5 a 15 minutos para que os alunos pensem sobre como resolvê-lo, e vai gradativamente aumentando o grau de dificuldade dos problemas.

Continuando a entrevista, perguntou-se como P4 ensinaria os alunos do 6º ano a somar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

P4 respeondeu que começa mostrando no concreto a adição. Deixa que os alunos sintam a dificuldade de perto, por meio da manipulação de materiais como disco de frações ou fitas de papel, também recorre ao registro gráfico para ilustrar, nesse exemplo, as quantidades metade e um terço, sempre contemplando-os com questionamentos desafiadores “quanto vai dar a soma? Será que realmente é do mesmo tamanho? Quando é cada pedacinho desse? Representam a mesma quantidade?” (P4)

Depois de várias tentativas, questinamentos, respostas, P4 sistematiza o conhecimento almejado, porém no nível bem simples para que os alunos do 6º ano compreendam. “[...] agora então a gente pode somar as frações, por quê? Porque elas estão de tamanhos iguais”. (P4). Pois, só se pode somar ou subtrair frações que representam a mesma quantidade do inteiro. O professor chama atenção da pesquisadora, ressaltando que somente após os alunos terem compreendido essa maneira de resolver, ele passa a ensinar a técnica do m.m.c.

“[...] *Compreendido essa parte, aí sim a gente vai passar para o procedimento de cálculo do m.m.c. divide pelo de baixo, multiplica pelo de cima. Que eu acredito que seja o* *procedimento técnico. Então, essa parte técnica, eu deixo pra uma lista de exercícios que eles irão repetir várias vezes para adquirir agilidade. O que é mais importante? O mais importante é a compreensão do conceito, porque se ele compreender o conceito, ai sim, ele vai dar sequência ao aprendizado. ”* (P4)

Para finalizar a entrevista comunicou-se a P4 que durante dois anos seguidos a coordenação aplicou simulados e constatou que mais de 90 % dos alunos do 9º ano não sabem somar frações com denominadores diferentes. Sobre esta assertiva, questionou-se a que se deve esse fato?

P4 acredita que isso ocorre porque fração não possui significado para o aluno, que por mais que se estude na escola, com procedimentos corretos, não resolve! Porque o sistema é meio diferente, é um sistema que não permite cobrar bimestralmente do aluno, certo conceito, pois promove o ensino fragmentado, descontínuo. Discorda-se em parte deste posicionamento, pois há certo tempo literaturas em Didática da Matemática defendem que os conteúdos podem e devem ser trabalhados em espiral, mas o que significa isso? Conforme Freitas e Bittar (2004) trabalhar em espiral, significa retomar os contéudos anteriormentes ensinados incorporando novos elementos e aumentando, com isso, seu campo de aplicação.

No caso das frações, como P4, bem frisou são “[...] de extrema importância, porque os próximos conteúdos de matemática vão utilizar as frações. ” (P4). Por isso, as frações, em especial as operações, podem e devem ser retomadas em quase todos os temas pertinentes á Matemática do Ensino Fundamental, compondo um universo de problemas matemáticos que lhe deem sentido.

Organização didática de P4

A organização didática de P4, em torno da tarefa matemática somar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, se configura da seguinte maneira:

- Apresentar situação-problema;

- Promover aos alunos momentos de reflexão sobre a resolução;
- Utilizar material manipulável para explorar o problema;
- Iniciar com o problema simples e aumentar o grau de dificuldade;
- Recorrer a exemplos gráficos (círculos e retângulos) para ilustrar a fração;
- Utilizar o conceito de equivalência para somar frações com denominadores diferentes;
- Apresentar a técnica do (m.m.c.);
- Aplicar exercícios de fixação da técnica;
- Resolver problemas.

Buscou-se outras tarefas no planejemanto de P4, mas não foi possível por ele ter deixado, no momento da entrevista, administrar aulas no 6º ano.

O professor demonstrou domínio do conteúdo ensinado, somados a preocupação em envolver os alunos com as atividades de resolução de problemas, e conhecimento de teorias relacionadas á Didática da Matemática. Inicia suas aulas promovendo problemas, destinando um tempo para que o alunos reflitam sobre, e busquem solucioná-los.

Ficou claro na entrevista que P4 enfatiza o sentido parte-todo, a ideia de número racional, a transformação de fração em decimal e equivalência. P4 também prioriza a ideia de parte-todo, reforçando a constatação de Damico (2007), ser esse o sentido que os professores atribuem mais tempo ao ensinar frações.

No que se refere aos momentos de estudo, percebeu-se na organização didática de desse professor a vivência dos momentos do primeiro encontro com a obra matemática, o tenológico-teóricos, do trabalho da técnica e o exploratório. Sendo que, os dois últimos, ainda de maneira suscinta. Que sua prática oscila entre os modelos modernista e tecnicista, característico do modelo docente Empírico.

Considerações da análise de (P4)

O discurso de P4, demonstrou que possui domínio sobre os conceitos que envolvem fração, defende a importância da utilização de material manipulável e utiliza a resolução de problemas como elemento principal da atividade Matemática. Sendo estes, de grau de dificuldade, variados. Possui conhecimento sobre as teorias de ensino e aprendizagem provenientes da Didática da Matemática. Ensina a somar e subtrair frações com denomindores diferentes de acordo com as orientações do PCN e Referencial Curricular da REME.

Promove em sua prática os momentos do primeiro encontro com a obra Matemática, o do trabalho da técnica e explorátorio, como ênfase para os dois útimos, porém de maneira suscinta, em relação ao que requer a teoria dos Momentos Didáticos (ALMOLOUD, 2007).

Desempenha plenamente o papel de mediador, faz bons questionamentos, deixa que os alunos reflitam sobre os problemas, incentivando-os sempre a querer resolvê-los. Como já foi mencionado, sempre que possível recorre a manipulação de materiais concretos com disco de frações. Frente ao exposto, considera-se que a prática de P4 se aproxima do modelo didático Empírico.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ensinar frações tem sido um grande desafio no Ensino Fundamental, sabe-se que é comum os alunos não saberem transformar fração em decimal, representá-las ou realizar simples operações como adição de parcelas. Ao traçar o panorama de pesquisas nacionais relacionados ao tema em questão, percebeu-se que se trata de um conceito abrangente e com grande grau de complexidade para o ensino, uma vez que envolve diferentes sentidos atrelados a formação conceitual dos números racionais. Notou-se ainda, que tais dificuldades acometem os alunos da unidade escolar envolvida, sobre não saber somar ou subtrair frações com denominadores diferentes, não é algo particular, mas sim, da maioria dos alunos, em âmbito nacional.

Em geral, o ensino de frações na unidade escolar recebe o tratamento aritmético a partir do 5º ano. É o momento em que os alunos aprendem a somar ou subtrair frações com denominadores diferentes, por meio do conceito de equivalência. Ficando a cargo do professor de Matemática do 6º ano, retomar e aprofundar o conceito de frações, dar sentido ás operações por intermeio dos problemas, conforme propõe o PCN e o Referencial curricular da rede municipal de ensino de Campo Grande, MS.

O estudo teve como eixo norteador a seguinte problemática "se o ensino de frações ocorre desde os anos iniciais, do Ensino Fundamental, e vai tomando profundidade nos anos posteriores, porque motivos então, os alunos no final dessa etapa de ensino, em uma escola municipal de Campo Grande, MS, não sabem somar frações com denominadores diferentes? " Foi movido por esse questionamento que se buscou, nessa pesquisa, descrever a prática didática dos professores que ensinam Matemática na referida unidade escolar.

Para responder à questão impulsionadora, num primeiro momento, buscou-se verificar como está posto o ensino de adição de frações com denominadores diferentes nas instituições saber sábio, saber a ensinar e saber ensinado, por meio da reconstrução das organizações Matemática. Em seguida, realizou-se a análise da entrevista de quatro professores para descrever as práticas Matemáticas e Didáticas mobilizadas para o ensino do tema em questão.

O estudo da evolução do saber limitou-se a verificar como se configura a soma de frações com denominadores diferentes nas instituições saber sábio, saber a ensinar e saber ensinado. As organizações matemáticas reconstruídas em cada uma delas permitiu considerar certa proximidade epistemológica em torno dessa operação, entre o saber acadêmico e o saber a ensinar (PCN, Referencial Curricular e livros textos adotados pela unidade escolar), pois o primeiro indica que para somar dois números racionais na forma fracionária deve-se aplicar classe de equivalência, e a segunda instituição adverte sobre a importância do professor em criar situações de ensino que levem o aluno a perceber que existem infinitas representações para um número fracionário, e que estes representam a mesma quantidade do inteiro.

Entretanto, percebe-se na própria noosfera um distanciamento da ideia de infinito presente no PCN e os livros didáticos adotados pela unidade escolar, pois estes reduzem a soma de frações, ao resultado na forma canônica, tal como $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$. Poderia neste caso explorar a equivalência incentivando outros resultados como $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{6}{12}+\frac{4}{12}=\frac{10}{12}$ ou $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{9}{18}+\frac{6}{18}=\frac{15}{18}$, entre outros.

Cabe salientar que os livros adotados correspondem ao que se pede o PCN e o referencial curricular da REME, no sentido de indicar que a soma de frações deve ser ensinada por meio da equivalência. Contudo, a adaptação didática realizada pelos autores não desperta ao leitor o caráter infinito dos números fracionários, que podem ser percebidos pelo aluno, por intermédio da equivalência.

No caso dos professores, com exceção do professor P1, que não tem formação na área de Matemática, percebeu-se a compreensão de que ao ensinar adição de frações com denominadores diferentes, deve começar pela equivalência para que o aluno possa perceber que cada fração envolvida no problema representa partes diferentes do inteiro. Por isso, cada parcela deve ser transformada em representações equivalentes da mesma quantidade. Por outro lado, não foi possível perceber em suas falas, a importância de levá-los a compreender ideia de infinito dos números fracionários, considerando desta maneira certo distanciamento do que propõe o PCN.

Acredita-se que para minimizar tal lacuna, o conceito de equivalência deveria ser trabalhado junto com as operações e não separado desse conteúdo, e apenas retomado aligeiradamente.

A segunda parte da análise buscou analisar e classificar a entrevista dos professores em torno do ensino de frações. Os dados revelaram que o ensino desse conceito prima pelo sentido parte-todo, os demais como quociente, medida, operador são apresentados separadamente sem a devida articulação. Em geral são apresentados recursos gráficos como círculos e retângulos, com um forte apelo por objetos próximos do aluno como pizza, chocolate, entre outros, pois segundo os professores, são contextos que permitem dar sentido ao ensino dos números racionais, pouco usuais para eles.

Parece haver na unidade escolar um aligeiramento no tratamento de operações de adição, o que contraria alguns estudos que indicam se tratar de um conceito que demanda tempo para ser assimilado pelo aluno (SANTOS; 2005; DAMICO, 2007; SÁ, 2011). Ademais, constatou-se que a atividade de resolução de problemas não é concebida como estratégia didática, mas sim, para dar sentido ao que se pretende ensinar.

O ensino da operação de adição no 5º ano foi abordado no quarto bimestre de 2015, ficando subtendido que os alunos neste período já dominam o conceito de parte-todo, bem como as diferentes representações das frações e o conceito de equivalência. Considera-se que se nesse período o aluno não tenha se apropriado do conceito de equivalência, terá dificuldades em somar frações com denominadores diferentes. Pois

> [...] o conceito de equivalência assim como a construção de procedimentos para obtenção de frações equivalentes são fundamentais para resolver problemas que envolvem a comparação de números racionais expressos sob a forma fracionária e efetuar cálculos com esses números (BRASIL, 2001, p. 103).

Em ambos, 5º e 6º anos, percebeu-se um aligeiramento no ensino das operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes. Geralmente os professores recorrem a gráficos e antecipam uma técnica, para em seguida, propor uma sequência de exercícios com objetivo de torná-la rotineira.

Buscou nesse estudo classificar as práticas didáticas, conforme os modelos docentes clássico, empírico e construtivista propostos por Gascón. A análise nos permitiu identificar que a prática na instituição escolar para o ensino de frações possui características dos modelos docentes: Clássico e Empírico. (GASCÓN, 2001a) e de maneira simplista conseguem contemplar os momentos ou dimensões de estudo: o primeiro encontro com a obra Matemática, o tecnológico-teórico, o do trabalho da técnica e timidamente o momento exploratório.

Todavia, descrição da prática didática desses professores permitiu fazer algumas considerações sobre, o porquê, dos alunos da unidade escolar, no final do ensino fundamental não saber somar frações com denominadores diferentes.

Primeiramente, que o professor do 5º ano não tem noção de que o conceito de números racionais é algo amplo, complexo, que requer tempo para ser assimilado, que se trata de um megaconceito, como defende Kieren (1980). Ademais, trabalham separadamente as subconstruções parte-todo, medidas, quociente, razão, operador, equivalência. Além disso, as frações fazem parte do eixo números e operações, que contém uma grande quantidade de tópicos que devem ser cumpridos durante o ano letivo, ocasionando rapidez na abordagem das subconstruções, bem como, as inter-relações necessárias das mesmas, para formação do conceito de números racionais na forma fracionária.

No caso do ensino das operações com frações, a ementa de Matemática da unidade escolar, destina a temática para o quarto bimestre do 5º ano, quando os alunos e professores já estão cansados e alguns temas são abreviados ou até mesmo suprimidos, frisando novamente que as operações de adições e subtrações com denominadores diferentes ocorrem de maneira rápida e superficial.

Cabe observar, que esse conteúdo pode ter pouco significado para o aluno do 5º ano, pois não é comum somar metades, terços ou quartos de um objeto, mas saber operar com frações vai servir para compreensão de outros conceitos ou cálculos matemáticos no decorrer de sua vida escolar.

Outro fato importante se refere ao recebimento do aluno no 6º ano, o professor parece presumir que todos já sabem somar frações com denominadores iguais, dedicando-se apenas a adição e subtração de frações com denominadores diferentes, destinando pouco tempo na abordagem dessas operações, acarretando também um aligeiramento no ensino da operação de adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Considera-se necessário que os professores durante a abordagem de outros conteúdos retomem a operação de adição de frações com denominadores diferentes, como por exemplo, ao trabalhar área propor a seguinte situação, um comerciante possui dois lotes de terra. Sabe-se que o lote 1 possui área de 10 metros de comprimento por 6 de largura e o lote 2 possui área de 10 metros de comprimento por 5 metros de largura. No primeiro lote ele plantou $\frac{2}{6}$ da área com laranjas e no segundo $\frac{1}{5}$ da área com abacaxis. Que fração representa a soma das áreas plantadas com as frutas nos dois lotes? Qual a área plantada com frutas, nos dois lotes?

Cabe salientar que não existe um diálogo entre os professores dos iniciais e finais, pois, se os alunos não sabem operar frações, a culpa é sempre de quem as ensinou antes, além da falta de interesse dos alunos e problemas no sistema de ensino.

Portanto, considera-se que a grande dificuldade dos alunos em somar frações com denominadores diferentes pode estar relacionada com a compreensão da ideia de parte – todo em consonância com o trabalho de equivalência, que deve ser exaustivamente trabalhado até que o aluno compreenda a infinitude das representações de uma quantidade do todo ou inteiro, a fração, levando-o com isso, a concluir que no campo dos números racionais só se pode somar ou subtrair frações que representam a mesma quantidade do inteiro ou todo, fazendo corretamente as substituições fracionárias conforme convém a cada situação.

Para estudos futuros seria de suma importância ouvir o que os alunos da unidade escolar entendem por fração, em especial se sabem operá-las. Também seria necessário mapear todos os tipos de tarefas, em cada um dos sentidos, medida, parte-todo, quociente, razão, operador e equivalência, verificando possíveis articulações, uma vez que se constatou um trabalho didático desconectado desses conceitos. Considera-se ainda, importante que ocorram formações de professores *in loco* sobre a temática fração.

Foi a partir desse panorama que surgiu a proposta de intervenção na unidade escolar, conforme Apêndice A, que consiste em organizar e aplicar uma sequência didática com professores do 5º ano do Ensino Fundamental, envolvendo resolução de problemas, tendo como principal objetivo construir uma sequência didática para ser aplicada com os mesmos, de maneira que vislumbrem outras possibilidades de abordagem e possam refletir sobre a prática didática para o ensino de frações.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **A Teoria Antropológica do Didático**. In: Fundamentos da didática da matemática. 1ª Ed. Curitiba, PR: Editora da UFPR, 2007. Cap VII. p. 111-128.

AMORA, Antônio Augusto Soares. **Minidicionário da Língua Portuguesa**. Editora Saraiva. São Paulo-SP. 1998.

BERTONI, Nilza Eigenheer. **Números fracionários**. Módulo III. Universidade de Brasília, 2009. 95p.

BOSCH, Mariana. GASCÓN, Josep**. Las prácticas docente del professor de matemáticas**. 2001. Disponível em: < www.ugr.es/~jgodino/siidm/.../**Practicas_docentes**.PDF > . Acesso em: 06 jun. 2015.

BOSCH, Mariana. GASCÓN, Josep**. La praxeologia local como unidad de análisis de los processos didátcticos.** Versão preliminar 2004**. Disponível em: <** www.ugr.es/~jgodino/siidm/madrid.../gascon_**unidad_analisis**.doc> .Acesso em: 03 de mai 2015.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**.2.ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática.** Brasília. 1997. 142 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: MEC /SEF, 1998.

CAMPO GRANDE, MS– **Referencial Curricular da Rede Municipal de Ensino: 3º ao 9º ano do Ensino Fundamental**. Campo Grande-MS, 2008.

CAVALCANTE, E.M.S.; GUIMARÃES, G.L. **Diferentes significados de frações: análise de livros didáticos das séries iniciais**. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL EM EDUCAÇÃO

CHEVALLARD, Yves, **El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico.** In: Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, nº 2, pp. 221-266, 1.999. Disponível em: <http://servidor-opsu.tach.ula.ve/profeso/guerr_o/praticamatema/referencias/practica_marcosteoricos3/Chevallard_Teoria_Antropologica.pdf> . Acesso em: 12 fev. 2015.

CHEVALLARD, Yves. **Aspectos problemáticos de la formación docente.** Conferencia impartida en las XVI Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas (SI-IDM). Escuela de Magisterio de Huesca, Universidad de Zaragoza, 1 de abril de 2001. Disponível em: <

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=15>. Acesso em: 12 fev. 2015.

CHEVALLARD, Yves. BOSCH, Mariana. GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Trad. Dayse Vaz de Moraes . Porto Alegre: Editora: Artimed. 2001.

DAMICO, Alecio. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores par o ensino dos números racionais no ensino fundamental**. 2007. 313 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)–Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: < http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_damico.pdf >. Acesso em: mar de 2015.

DOMINGUES, Hygino H. **Fundamentos de Aritmética**. São Paulo: Atual 1991.

DELGADO, Tomas. A. Sierra. QUINTANA, E. Rodriguez, 2012. **Una proposta para enseñanza del numero en la Educación Infantil**. In.: Revista Numeros. Monográfico: Matemáticas en Infantil. Vol. 80. pp. 25-52 .2012. Disponível em < http://www.sinewton.org/numeros/numeros/80/Monografico_02.pdf > Acesso em: 10 de julho de 2015.

ESTEBAN, M.P.S. **Pesquisa qualitativa em educação: fundamentos e tradições**. Porto Alegre: Artemed, 2010.

FREITAS, José Luiz Magalhães de. **Situações Didáticas**. In: ALCÂNTARA, Silvia Dias. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999, pp. 65-87.

FREITAS, José Magalhães de. BITTAR, Marilena. **Fundamentos e metodologia da matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental.** Campo Grande, MS. Ed. UFMS, 2004. 168p.

FREITAS, José Luiz Magalhães de. MONGELLI, Magda Cristina J. G. **Material de apoio às atividades didáticas do curso de licenciatura em Matemática/CEAD/UFMS. Módulo I: Resolução de problemas. Módulo II: Linguagem matemática**. Ed. UFMS, 2008.

GASCÓN, J. **Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes**. Revista Latino Americana de Investigação em Matemática e Educação., v.4, n.2, p.129-159, 2001a.

GASCÓN, Josep. **Algunos problemas de investigación relacionados con la práctica docente del profesor de matemáticas.** XVI Jornadas del SI-IDM celebradas en Huesca. Trabajo en elaboración (versión provisional del 22 de marzo de 2001b). Disponível em: https://www.researchgate.net/.../237656550_Algunos_problemas_de_investigacion_relacio nados >. Acesso em 20 mar 2016.

HIGUERAS, Luisa Ruiz. GARCÍA, Francisco Javier. **Análisis de las praxeologias didáticas: implicaciones en la formación de maestros**. In: Um panorama de la TAD. 2010. pp. 431-464. 2010.

IFRAH, Georges. **Os números**: a história de uma grande invenção. 2. ed. Rio de Janeiro: Globo, 2001.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. **A noção de obstáculo epistemológico e a educação matemática**. In: ALCÂNTARA, Silvia Dias. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999, pp. 89-113.

KIEREN, T. E. **The Rational Number Construct - Its Elements and Mechanisms**. *In*: Recent Research on Number Learning. University of Alberta, 1980. Columbus, Ohio: Eric/Smeac, p- 128-152.

LEITE, Maria Soares. **Contribuições de Bask Bernstein e Yves Chevallard para a discussão do conhecimento escolar. In: Capítulo III: Yves Chevallard e o conceito de Transposição Didática**, pp. 45-73. Dissertação (Mestrado). 131 f. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. 2004. Disponível em: < https://moodle.ufsc.br/pluginfile.php/1867811/mod_resource/content/2/0212105_04_cap_03.pdf > . Acesso em: 10 de fev 2015.

LIMA, Soto Fernanda. **Números racionais na forma fracionária: atividades para superar dificuldades de aprendizagem**. Dissertação (Mestrado). 2013. 45 f. Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, São Paulo-SP. Disponível em: < it.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/316/2011_00179_FERNANDA_SOTO_LIMA.pdf?sequence=1 >. Acesso em: 03 de jun 2016.

MEIER, Wander Mateus Branco. **Obstáculos didáticos na educação matemática: o conceito de números racionais no 6º ano do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado). 114f. Universidade Estadual do Oeste do Paraná-UNIOESTE. 2012. Disponível em < 200.201.88.199/portalpos/media/File/educacao/Dissertacao%20**Wander**.pdf >. Acesso em: 03 jun. 2015.

MELO, Igor Augusto Sampaio da Costa de; ANDRADE, Pedro Henrique Freitas. **Análise de erros em questões de adição e subtração com frações**. Revista WEB-MAT. Belém, vol. 1, n. 1, p. 51-60 Janeiro-Julho 2014. Disponível em < paginas.uepa.br/seer/index.php/web-mat/article/download >. Acesso em: 01 mai. 2016.

MERLINI, Vera Lúcia. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnósticos com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado). Pelo programa de mestrado em Educação matemática da Pontifícia

Universidade Católica de São Paulo/PUC. 2005. Disponível em: < http://www.sapientia.pucsp.br/tde_arquivos/3/TDE-2007-06-14T12:42:59Z-3489/Publico/dissertacao_vera_lucia_merlini.pdf >. Acesso em: 05 de jul. 2015.

MOREIRA, Plínio Cavalcante; DAVID, Maria Manuela M. S. **A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar**. Tendências em Educação Matemática, v. 11. 120p. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2010.

MOREIRA, Ricardo Silva**. Erros cometidos pelos alunos ao estudar números racionais na forma fracionária em uma escola pública de Vitória da Conquista**. Monografia (Monografia). 29f. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia-UESB. 2014. Disponível em: < http://www2.uesb.br/cursos/matematica/matematicavca/wp-content/uploads/Monografia-Ricardo-Pronta.pdf >. Acesso em: 03 jun. 2015.

NUNES, Teresinha. BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Editora ARTEMED. Porto Alegre, RS. 1997.

OKUMA, Érika Kazue. **Ensino e Aprendizagem de fração: um estudo comparativo e uma intervenção didática**. Dissertação (Mestrado). 88 f. Centro Universitário Católico Salesiano Auxilium. 2010. Disponível em: < http://www.unisalesiano.edu.br/biblioteca/monografias/51854.pdf >. Acesso em: 03 de jun 2016.

OLIVEIRA, Antônio Sérgio dos Santos. **Uma engenharia didática para o ensino das operações com números racionais por meio de calculadora para o quinto ano do Ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado). 125 f. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. 2015. Disponível em: < https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/11026/1/Antonio%20Sergio%20dos%20Santos%20Oliveira.pdf > . Acesso em: 03 de jun. 2016.

PATRONO, Rosângela Milagres. **Aprendizagem de números na forma fracionária no 6º ano do Ensino Fundamental: análise de uma proposta de ensino**. Dissertação (Mestrado). 184f. Pelo programa de mestrado profissional em Educação matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, MG, 2011. Disponível em < www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/dissertacoes.../Diss_Rosangela_Milagres_Patrono.pdf>. Acesso em: 05 de jun. 2015.

PROJETO POLÍTICO PEDAGÓGICO - PPP: **Escola Municipal Profª. Iracema de Souza Mendonça**, 2015.

PROMOVER. Educação de Qualidade: **programa municipal de avalição externa de desempenho de alunos da Rede Municipal de Ensino de Campo Grande-MS**. Campo Grande. SEMED, 2011. 121p.

REAME, Eliane. MOTENEGRO, Priscila. **Projeto coopera: matemática 5º ano**. Editora: Saraiva. São Paulo, 2014.

SÁ, Fernanda Bartz de. **Aprendizagem de Frações no Ensino Fundamental.** (Monografia). Universidade Federal do Rio Grande do Sul-UFRGS. 2011. Disponível em: < http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/31633/000784031.pdf > . Acesso em: 05 de jul. de 2015.

SALES, A. **Qualidade do ensino*:* é possível uma defini**ção? *In:* SIMPÓSIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE NOVA ANDRADINA, 2. 2010. Disponível em: < www.eums.br/semanadematematica/2010 > Acesso em: 26 jul. 2015.

SANTANA, Larissa Elfisia de Lima. **Saberes conceituais e didáticos de pedagogos em formação, acerca de fração**. Dissertação (Mestrado). 182f. Universidade Estadual do Ceará. Fortaleza. 2012. Disponível em: < www.uece.br/ppge/dmdocuments/Larissa.pdf > Acesso em: 03 jun. 2015.

SANTOS, Aparecido dos. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental**. 2005. 190f. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo-PUC. São Paulo. 2005. Disponível em: < www.sapientia.pucsp.br/tde_arquivos/3/TDE.../dissertacao_aparecido_santos.pdf>. Acesso em 4 Abr. 2015.

SILVA, Danise Regina Rodrigues da Silva. **Prática matemática: uma sequência didática para o ensino e aprendizagem de frações.** *In.*: Encontro Nacional em Educação Matemática: retrospectivas e perspectivas. Curitiba. 2013. Disponível em: < http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/270_605_ID.pdf > Acesso em: 20 jul. 2015.

SILVA, Danise Regina Rodrigues da. SALES, Antonio. **Prática docente: uma análise do ensino das frações com base nos modelos docentes de Gascón**. UNOPAR Cient. Ciênc. Human. Educ. Londrina-PR. v. 16, nº esp. p-428-435. nov. 2015.

SILVA, Mª. do Socorro Lucinio da Cruz. **Concepções e práticas de professores do ensino fundamental sobre o ensino de frações: um estudo em escolas de Cuiabá**. (Dissertação de Mestrado). Instituto de Educação Programa de Pós-Graduação em Educação – Universidade Federal de Mato Grosso/UFMT. Cuiabá, 2013. Disponível em: < www.ie.ufmt.br/ppge/dissertacoes/index.php?op=download&id=436 >. Acesso em: 22 out. 2014.

APÊNDICE A - Proposta de intervenção

UMA PROPOSTA DE INTERVENÇÃO

A proposta de intervenção é o elo entre a pesquisa desenvolvida em nível de mestrado e a escola, tendo em vista que, o Mestrado Profissional em Educação da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, tem como objetivo contribuir com a qualidade do ensino, na educação básica por meio da formação de professores.

Neste sentido, o professor pesquisador após debruçar-se cientificamente na resolução de problema pertinente à realidade escolar na qual está inserida, deve elaborar um projeto de intervenção com a finalidade de contribuir significativamente com a necessidade escolar. Assim sendo, elaborou-se uma proposta de ensino que consiste em organizar e aplicar uma sequência didática com professores dos anos iniciais, envolvendo a operação de adição e subtração de frações. O detalhamento da proposta encontrar-se-á no texto do projeto de ensino intitulado sequência didática envolvendo frações para os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Projeto de ensino: sequência didática envolvendo frações para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental

Danise Regina Rodrigues da Silva/UEMS
daniseregina@yahoo.com.br

Prof. Dr. Antonio Sales/UEMS
profesales2@gmail.com

Introdução

Tratar do ensino e aprendizagem é muito delicado porque existem vários fatores que influenciam direta ou indiretamente no fazer pedagógico em sala de aula, como família, situação econômica, déficit de aprendizagem, entre outros. No caso do ensino da Matemática, ensinar se torna ainda mais delicado. Para o professor dessa disciplina não basta conhecer o conteúdo, precisa compreender como tratá-lo didaticamente de maneira a torná-lo curioso e agradável.

Existem conteúdos que são fáceis de abordar e outros mais complexos, como no caso dos números racionais na forma fracionária. Primeiramente buscou-se investigar como ocorre o ensino de frações, em especial, somar frações com denominadores diferentes em uma escola municipal do município de Campo Grande, MS. Percebeu-se um aligeiramento no ensino dessas operações e certo distanciamento das orientações curriculares da rede municipal de ensino, no que diz respeito ao uso do conceito de equivalência e a utilização da metodologia de resolução de problemas.

Frente ao exposto, acredita-se que um trabalho didático com os professores dos anos iniciais possa levá-los a refletir sobre a prática e vislumbrarem outras possibilidades didáticas para o ensino das operações envolvendo os números racionais na forma fracionária.

Justificativa

A proposta tem como base o estudo desenvolvido com o objetivo de verificar como os professores de uma escola pública de Campo Grande, MS, ensinam a somar frações com denominadores diferentes. Os dados revelaram uma prática didática concentrada na explanação do professor e a destinação de pouco tempo para o ensino da operação de adição. Embora os professores do 6º ano terem mencionado que trabalham com equivalência, a afirmação não condiz com o resultado dos simulados que sinalizam que mais de 90% dos alunos no final do Ensino Fundamental não conseguem somar frações com denominadores diferentes.

Parece que as escolhas didáticas não estão sendo eficazes, dado que o conceito de equivalência não é elementar. Numa situação de adição de fração com denominadores iguais, por exemplo: somar $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$, é compreensível para o aluno realizar a adição, pois basta somar os numeradores 1 + 1 = 2 e repetir o denominador, obtendo a fração $\frac{2}{2}=1$. Entretanto, quando os denominadores são diferentes, no caso, $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$, o entendimento da transformação de $\frac{1}{2}$ para $\frac{3}{6}$ (equivalência) e $\frac{1}{3}$ para $\frac{2}{6}$ (equivalência) não é simples, demanda tempo para ser assimilado pelo aluno e, mais ainda, necessita de situações didáticas apropriadas.

Por isso, acredita-se que os professores do quinto e sexto anos devem promover situações envolvendo equivalência de frações por meio de resolução de problemas e materiais manipuláveis. Ao mesmo tempo proporcionar situações-problema envolvendo adição e subtração, entretanto, mudando as variáveis didáticas[6] a ponto de fazer o aluno abandonar o material manipulável. O confronto com a limitação do material na representação da divisão do inteiro proporcionará ao aluno exercitar partições bem maiores, recorrendo a esquemas mentais.

[6] "[...] são aquelas para as quais a mudança de valores provoca modificações nas estratégias" de ensino e aprendizagem (ALMOULOUD, 2007, p. 36)

Objetivo

Elaborar e aplicar uma sequência didática envolvendo adição de frações para professores do 5º ano do Ensino Fundamental.

Referencial teórico

Nesse contexto, necessita-se de uma teoria que envolva o aluno e o professor, além disso, torne o ensino mais dinâmico. A teoria das situações didática (TSD) vem ao encontro da proposta, pois faz referência ao processo de aprendizagem, envolvendo a tríade aluno, professor e o saber. Além disso, tem como foco principal a criação de situações didáticas, (FREITAS, 1999), entendendo esse termo como

> [...] um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição [...] (BROUSSEAU, 1986 *apud* FREITAS, 1999, p. 67)

No entanto, de acordo com Freitas, (1999), numa situação didática o professor deve ir além da comunicação de um conhecimento, deve promover a devolução de um bom problema. Nesse caso, a devolução, significa atribuir responsabilidade para o aluno, envolvê-lo no problema, ao ponto de tomar iniciativa da resolução, nesse sentido a situação didática pode ser concebida como um jogo, desafio, sequência de atividades.

Outra situação importante na TDS se refere ao momento de ausência do professor na situação de ensino, denominado por situação a-didática, sendo esta uma situação “[...] caracterizada essencialmente pelo fato de representar determinados momentos do processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de forma independente, não sofrendo nenhum controle direto por parte do professor” (FREITAS, 1999, p. 69). Porém cabe deixar claro, que o professor tem o controle da situação, mas não interfere.

Assim, uma situação adidática deve possuir as seguintes características (ALMOULOUD, 2007, p. 33):

- O problema deve ser escolhido de maneira que promova a participação do aluno fazendo-o agir, refletir, falar, conjecturar e evoluir por iniciativa própria;
- O problema deve ser pensado de maneira que promova ao aluno novos conhecimentos que sejam inteiramente justificados pela lógica interna da situação, e, além disso, possam ser construídos sem que o aluno apele por explicação do professor;
- O professor assume o papel de mediador, criando condições para que o aluno seja o sujeito na construção do conhecimento, por meio das atividades propostas.

Freitas (1999) discorre sobre a relação da situação didática e a resolução de problemas, segundo ele, existe uma diferença entre uma situação de ensino entendida no sentido pedagógico tradicional e a situação didática no contexto da TSD. Nessa teoria ela possui a finalidade de promover a situação a-didática. Para esse autor, saber dar respostas a problemas não significa que houve aprendizagem significativa. Ademais, salienta que o saber matemático não se reduz a dar boas respostas, mas sim, em elaborar boas questões.

O autor enfatiza ainda, que o motor impulsionador do processo de ensino-aprendizagem são as atividades envolvendo resolução de problemas, levando em consideração que é "[...] o professor, que conhece com profundidade os conteúdos matemáticos e os alunos com os quais pretende trabalhar, saberá preparar e conduzir problematizações adequadas e compatíveis com a TSD". (FREITAS, 1999, p. 72).

Frente ao exposto, pretende-se elaborar uma sequência didática para os professores dos anos iniciais, de maneira que possam vivenciar situações envolvendo resolução de problemas, adição e equivalência de frações e mobilizem diferentes matérias manipuláveis.

Metodologia

Esse estudo se configura, por meio de uma pesquisa de caráter experimental e qualitativa. Na qual se utilizará como instrumento de coleta de dados uma sequência didática na perspectiva de Brousseau, para ser aplicada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, durante 5 ou 6 encontros. Para tal, será utilizada como metodologia a engenharia didática.

De acordo com Almouloud (2007), a noção de engenharia didática surgiu em didática da matemática, por intermédio da didática, no início dos anos 1980. Trata-se de um referencial teórico-metodológico, que dispõe de um esquema experimental que permite o professor pesquisador atuar como se fosse engenheiro da prática de ensino. Tendo em vista, conforme o autor citado no início do parágrafo, que o engenheiro ao realizar um projeto precisa se apoiar em conhecimentos científicos da área, ter clareza da importância de submeter o projeto a um controle também científico, além de ter que saber lidar com objetos complexos alheios a esse corpo de conhecimento científico que impera o cotidiano da profissão. (ALMOULOUD, 2007).

Assim, a engenharia didática utilizada como metodologia deve conter as seguintes fases, conforme discorre Almouloud (2007).

Fase da análise prévia é aquela que o pesquisador identificará as dificuldades ou problemas de ensino e aprendizagem que acometem o objeto de estudo, organizar de maneira clara e objetiva as questões que conduzirão as investigações, definir o referencial teórico e metodológico da pesquisa.

Fase das situações e análise *a priori* corresponde ao momento em que o pesquisador vai elaborar e analisar uma sequência de situações-problema.

Fase da experimentação é o momento de colocar em funcionamento o dispositivo didático construído, fazendo correções quando necessário, sem consonância com a fase anterior.

Fase da análise *a posteriori* se refere ao conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados coletados, isso é, são as considerações do pesquisador sobre o problema, com um olhar no objeto em questão e todo o processo analítico que se instaurou até o momento.

De acordo com o exposto a fase de experimentação, será organizada em 4 etapas, da seguinte maneira:

1ª etapa: serão propostos exercícios para serem resolvidos por meio da utilização de material manipulável (disco de fração e régua de frações)

Objetivo: pretende-se com essa questão que o professor por meio da manipulação de materiais manipuláveis (discos de fração) vivencie as ideias parte todo e equivalência.

Atividade 1

Utilizando discos de fração, o professor deverá encontrar 6 frações equivalentes de cada item, ele também deverá fazer o registro das frações.

A ideia é o professor sobrepor as peças, para encontrar as frações, por exemplo, a peça que representa $\frac{1}{2}$ pode ser sobreposta por duas peças de $\frac{1}{4}$ que é igual a $\frac{2}{4}$, e assim, sucessivamente.

No caso do item (e) o professor não terá a seu dispor discos com a divisão em 12 avos, a ideia é que busque equivalências com denominadores menores, ou recorra a régua de frações.

1º) Utilizando discos de fração, encontre 6 frações que representam a mesma quantidade do inteiro. Faça o registro das frações encontradas.

Objetivo: pretende-se com essa questão que o professor por meio da manipulação de materiais manipuláveis (discos de fração) vivencie as ideias parte todo e equivalência.

a) $\frac{1}{2} =$ b) $\frac{1}{3} =$ c) $\frac{2}{5} =$ d) $\frac{3}{8} =$ e) $\frac{4}{12} =$

Usando a régua de frações, escreva também 6 frações equivalentes a

a) $\frac{1}{9} =$ b) $\frac{1}{4} =$ c) $\frac{1}{10} =$ d) $\frac{1}{16}$ e) $\frac{1}{20}$

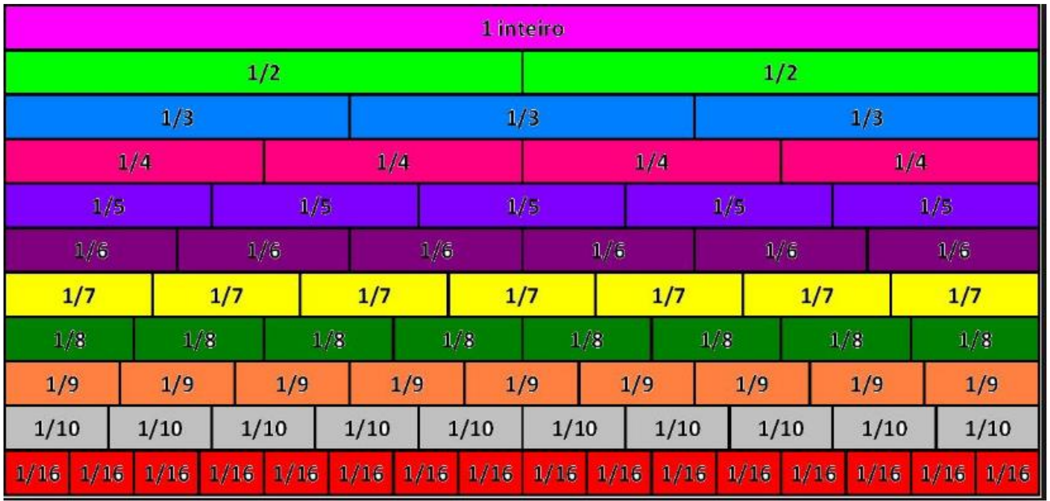


Figura 24 - Régua de frações.
Fonte: http://rosipsicopedagoga.blogspot.com.br/

2) Resolva os itens (a) e (b), pelo menos, de duas maneiras diferentes explicando cada procedimento.
Objetivo: Levar o professor a perceber que existem diferentes maneiras de resolver um problema, e que estes devem ser explorados pelos alunos.
Espera-se que o professor consiga apresentar pelo menos duas maneiras diferentes de resolver o problema do item (a).

a) Uma pizza foi dividida em seis partes iguais Maria comeu $\frac{2}{6}$ e João comeu $\frac{1}{6}$. Quantos de pizza no total João e Maria comeram? E que fração representa a parte que sobrou da pizza?

__Possibilidades__

Resolução 1: utilizando disco de frações
Com auxílio do material manipulável separar a peça que representa o inteiro (pizza) e dividir em 6 pedaços (sextos), conforme Figura 25, a seguir. Após a separação contar as peças e responder a questão.
Resposta: João e Maria comeram num total de 3/6 da pizza ou a ½ . A fração ½ representa o que sobrou da pizza.

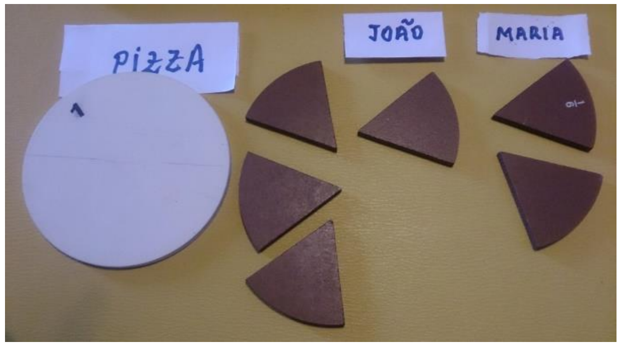


Figura 25 - Dados do problema do item (a).
Fonte: da pesquisadora

Resolução 2: Resolução por lógica

Se a pizza foi dividida em 6 pedaços, Maria comeu 2 pedaços e João 1 pedaço, juntos Maria e João comeram o total de 3 pedaços. Sobrando três pedaços, que representa metade da pizza.

Resolução 3: Resolução por aritmética

- A representação aritmética do total de pizza que João e Maria comeram.

João Maria

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{1+2}{6} = \frac{3}{6}$$

Resposta: João e Marai comeram o total de $\frac{3}{6}$ da pizza ou metade da pizza.

- A representação aritmética dos pedaços de pizza que sobraram.

Pizza inteira Total de pizza

que Joao e Maria comeram

$$\frac{6}{6} - \frac{3}{6} = \frac{6-3}{6} = \frac{3}{6}$$

Resposta: sobraram $\frac{3}{6}$ da pizza ou metade da pizza.

b) Uma pizza foi dividida em seis partes iguais, Maria comeu $\frac{1}{3}$ e João comeu $\frac{1}{2}$. Escreva a fração que representa o total de pizza que João e Maria comeram.

Resolução 1: utilizando disco de frações

Inicialmente o professor deve separar as peças conforme Figura 26.

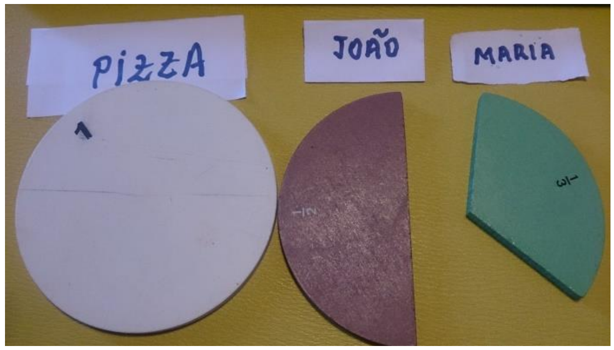


Figura 26 - Dados do problema do item (b).
Fonte: da pesquisadora

O professor deve sobrepor as peças de sextos nas peças de ½ e 1/3

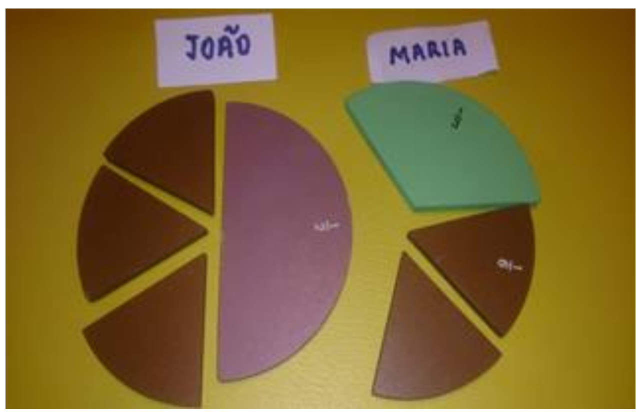


Figura 27 - Resolução do problema do item (2b).
Fonte: do pesquisador

Resposta: João e Maria comeram o total de 5/6 da pizza.

Resolução 2: Resolução por aritmética
João Maria

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

Calcula o m.m.c = 6

$$\frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

Resposta: João e Maria comeram o total de 5/6 da pizza

<u>Atividade 2</u>

Objetivo: resolver problemas envolvendo os sentidos parte-todo, medida e fração de um número.

1º) Problema: João comeu $\frac{2}{4}$ de um pequeno bolo de chocolate no período da manhã. No lanche da tarde comeu $\frac{1}{2}$ do que restou do bolo. Que fração representa o total de fatias que João comeu do bolo de chocolate?

2º) Problema: (BERTONI, 2009) Para fazer um leite batido, foram misturados: meio litro de leite; 1 quarto de litro de suco de laranja e 1 quarto de litro de acerola. Quantos litros de leite foram feitos?

Observação: resolver esse problema utilizando garrafa pet, copo graduado e funil. Inicialmente será disponibilizado um tempo para que o professor de sugestões de resolução com auxílio desse material.

Resolução: dividir uma garrafa pet em 4 partes iguais, com ajuda do copo graduado enchê-la com água, de acordo com os dados do problema. Primeiro colocar na garrafa pet ½ litro de leite (água), sem usar o copo graduado, apenas as medidas da garrafa de 2 litros da Figura 26. Com auxílio de o copo graduado medir ¼ de suco de laranja (água), analogamente com o medirá ¼ de suco de acerola (água). Fazer questionamentos: que fração ficou faltando para preencher a garrafa pet de 2 litros? Se eu triplicasse a quantidade dos ingredientes quantos garrafas seriam necessários para guardar o suco?

Figura 28 - Garrafa pet graduada.
Fonte: do pesquisador

3º) Problema: Márcio comprou $\frac{3}{4}$ de 24 balas e João $\frac{1}{2}$ de 12 pirulitos, para dar de presente a Fernanda. Quantos doces Fernanda ganhou dos amigos?

4º) Problema: Temos cinco bananas para serem divididas igualmente, no almoço, para duas pessoas e três bananas para serem divididas da mesma maneira, no jantar. Quantas bananas cada pessoa comeu durante as refeições?

5º) Problema: (BERTONI, 2009) Numa festa havia uma lata de sorvete com 3 kg e meio de sorvete. Na primeira hora o pessoal havia consumido 2 kg e três quartos de quilograma. Quanto ainda restava?

Atividade 3: Aplicação de dois jogos envolvendo fração.

Jogo: pizza Maluca com frações[7]

[7] Jogo apresentado no minicurso: O ensino do conceito de número fracionário da partir dos seus diferentes significados. XII ENEM (AGUIAR, et al, 2016).

Objetivo: reconhecer em contextos cotidianos a ideia fracionária de metade, quartos, sextos, oitavos e décimos, nas quantidades contínuas da pizza; comparar frações.

Material: caixa de pizza de papelão, discos de pizza em EVA divididos em meios, quartos e oitavos, dado com representação fracionária de meios, quartos e oitavos. Folhas de papel cartão (confeccionar dois dados) e fita crepe.

- Os dados

Em um dos dados, nas faces devem constar valores do um ao seis. No outro, as faces devem ser enumeradas da seguinte maneira: dois, quatro, seis, oito, dez e doze.

- Pizzas

Devem ser confeccionados pedaços de pizzas (EVA), divididos em metades, terços, quartos, quintos, sextos, oitavos, nonos, décimos e doze avos.

- Embalagens

Colar rolinhos de fita crepe no interior de uma banda da embalagem

Colar, com auxílio da fita crepe, as três bandas de embalagens, para fixar os pedaços de pizza (EVA)

Modo de jogar

Separar a sala em grupos de 2 a três alunos. Escolher duas equipes para iniciar o jogo. Espalhar e misturar os pedaços de pizza no chão, (meios, terços, quartos, quintos, sextos, oitavos, nonos, décimos, etc)

Jogar o dado um dos dados para ver que equipe iniciará o jogo

1º passo: um dos membros da equipe iniciante deverá jogar o dado que representa a divisão da pizza em pedaços (denominador). Exemplo: a face do dado foi o número 4, o orientador do jogo enfatizará para o grupo que deverá pegar no chão o os pedaços que representam quartos da pizza. Em seguida outro membro da equipe deverá jogar o segundo dado para saber quantos pedaços a equipe deverá considerar (numerador). Exemplo: a face do 2º dado foi o número 3. A equipe devera separar 3 pedaços da divisão da pizza em quartos, e colar na caixa da pizza que esta fixada na parede.

Analogamente procederá a 2ª equipe. Ganhará à partida a primeira equipe que completar a caixa.

Cabe ressaltar que as equipes, na sua vez poderão fazer trocas por frações equivalentes.

Jogo: trilha de frações [8]

Objetivo: mobilizar conceitos para resolução de situações que envolvam fração como operador multiplicativo.

Material: folha de sulfite, canetão colorido, dois dados (folha de papel cartão), papel cartão colorido ou colorset, fita crepe, feijão e tampinha de garrafa pet.

- Os dados

Em um dos dados, nas faces devem constar valores do um a seis. No outro, as faces devem conter setas nas cores vermelha e azul.

- Cones

Confeccionar quatro cones de cores diferentes.

1º momento: o professor deve promover "a exploração e a vivência das frações de quantidade utilizando fichas de fração e materiais de contagem como feijão, botões, tampinhas, etc." (AGUIAR et. al., 2016, p. 5-6).

2º momento: cada participante (aluno) receberá uma folha de sulfite para que pense e escreva uma fração de quantidade, cujo o resultado deverá ser um número menor ou igual a cinco, por exemplo: 1/6 de 30; 2/4 de 8; 1/3 de 15; 1/6 de 12, etc., é importante que se certifique do resultado com auxílio do material manipulável. Em seguida, com ajuda do orientador do jogo, as folhas devem ser coladas em trilha no chão conforme Figura 29.

[8] Jogo apresentado no minicurso: O ensino do conceito de número fracionário a partir dos seus diferentes significados. XII ENEM (AGUIAR, et al, 2016).

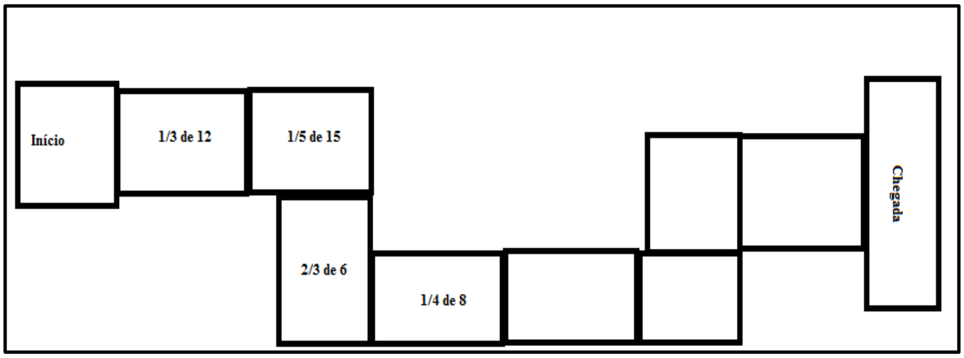


Figura 29 - Modelo da trilha.
Fonte: do pesquisador

3º momento: separar a sala em grupos de 3 a 4 participantes. Quatro grupos devem começar a partida, para isso, devem escolher um cone colorido e posicionar no início do painel.

Modo de jogar

> *O jogo inicia com a utilização do dado numérico, para determinar em que posição cada jogador começa. Em seguida o jogador lê a fração correspondente à sua posição no jogo, realiza a operação com cálculo mental, diz o resultado e joga o dado com as setas verdes e amarelas. Caso haja dificuldade para realizar o cálculo mental, pode-se acordar sobre a utilização de material concreto para realizar o cálculo. O resultado da fração determina a quantidade de posições que o jogador vai andar e o dado de setas determina se irá se mover para frente ou para trás. A seta verde indica que deve-se mover para frente, a seta amarela indica que deve-se mover para trás. No caso de um jogador voltar ao início, joga-se o dado numérico novamente para que ele volte ao jogo. O ganhador será o que chegar primeiro ao final da trilha.* (AGUIAR et al., 2016, pp. 5-6)

2ª Etapa

1º momento: Leitura do material da professora Nilza Bertoni “Números fracionários, modulo III”.

2º momento: construção pelo professor, de uma sequência de atividade envolvendo equivalência, adição de frações, resolução de problemas para aplicar com a sua turma.
3º momento: apresentação da proposta para o grupo.
4º momento: aplicação da sequência didática em sala de aula

3ª etapa: Discussão sobre da sequência didática de cada professor, elencando os pontos positivos e negativos e propostas para melhorá-la.

Considerações

Espera-se que a sequência didática possibilite aos professores vivenciar por meio da prática, outras formas de abordagem desse conteúdo. Além disso, que possam vislumbrar os diferentes sentidos de fração por meio da resolução de problemas. Sabe-se que mudanças de atitudes não são imediatas, mas acredita-se que atividades dessa natureza, possam contribuir significativamente para a prática do ensino de frações, tendo em vista que promoverão situações de ação, reflexão e ação, dos profissionais envolvidos.

Referências

AGUIAR, K. N. ; OLIVEIRA, R.; SILVA, F.B.A.; REIS, K. C. A.; NOLETO, C. A. S.; SOUZA, M. N. O **Ensino do conceito de número fracionário a partir de seus diferentes significados**. *In.* XII encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, 2016. São Paulo-SP. ISSN 2178-034X.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **A Teoria Antropológica do Didático**. In: Fundamentos da didática da matemática. 1ª Ed. Curitiba, PR: Editora da UFPR, 2007. Cap VII. p. 111-128.

BERTONI, Nilza Eigenheer. **Números fracionários**. Módulo III. Universidade de Brasília, 2009. 95p.

FREITAS, José Luiz Magalhães de. **Situações Didáticas**. In: ALCÂNTARA, Silvia Dias. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999, pp. 65-87.

APÊNDICE B - Entrevistas

Entrevista com P1

Pergunta: professor como você aborda o conceito de frações no 5º ano?

Primeiro eu procuro identificar os conhecimentos prévios dos alunos. Quais são suas perspectivas, primeiro o que é uma fração e para que eles utilizam isso no meio social, cotidiano [...]. Depois que eu analiso isso, eu passo a mexer com o conceito de fração, eu trabalho o conceito. O que é o conceito? O que é fração e para que a gente utiliza. Primeiro trabalho as[frações] próprias e depois as [frações] improprias. Sempre escalono. Depois que eu fiz esse conceito, eu começo a trabalhar a fração de um número. O que é isso? É saber se eles conseguem trabalhar o número, ou seja, se eles conseguem trabalhar a ideia. Ideia do quê? Se eles conseguem tirar o número natural de lado e pensar na ideia de números fracionário e decimal. Eu começo a trabalhar o quê? É a fração realmente nula. Começo a trabalhar a situação problema. Tenho uma pizza comi 6 pedaços ou falo de frações, num total de 8 pedaços comi $\frac{2}{3}$ dessa pizza. Quanto comi dessa pizza**?** E também trabalho na prática, pego uma pizza coloco lá, aonde eu pego e mostro para eles o conceito mínimo, do que é uma fração, para que eu utilizo [...].

Trabalhei a fração de um número, eu vou pra mais um tópico, que é a simplificação desse número, mostrando que a simplificação é um método que nós devemos utilizar [...]. Começo a trabalhar a comparação, entre frações. Trabalhei a comparação, aií sim! Eu vou lá, começo a trabalhar as operações com frações. De certa forma, quando eu começo a trabalhar a fração de um número eu já começo a introduzir a multiplicação entre frações, entre frações e número natural. Mas, aqui é onde eu entro no grau de operação.

Pergunta: Vamos supor que você esta numa sala de 5º ano, como faria para ensinar a somar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$?

Pessoal quando você se deparar com frações que tem denominadores diferentes, o que é que a gente tem que fazer? Primeira coisa, observar quem são esses denominadores. Sempre achar os múltiplos desses denominadores, porque nesse caso eles ainda não trabalham com aquela regrinha de fatoração. Achou-se os múltiplos, nos vamos verificar os que são menores comuns. Como assim menores? Entre dois e três Se tiver mais de um, você sempre se guia pelo menor, no caso aqui é o 6. Achou o 6, você coloca o 6 como denominador [...]. Pega o três e multiplica pelo numerador mais o próximo número, pega o 6 e divide por três que dá dois veze um é igual a dois [...].

Pergunta: Como você vê na sua prática a resolução de problemas em relação as frações?

Eu sempre trabalho com situação-problema, suponhamos vamos pegar aqui. [Pausa]. Vamos imaginar, pra trabalhar aqui [na entrevista]. Vamos imaginar que eu sou um trabalhador. Eu fiz uma provinha que trabalhava isso, só que não era com frações, mas com números naturais. Vamos imaginar que eu sou um trabalhador lá, e na minha fábrica tem certa rotina de manutenção, vamos pensar que o motor de um carro a cada 2/3 de hora ele é verificado. Aí, o motor de outra situação é a cada ¼ de hora [mudança brusca]. Aí eu vou trabalhar dentro disso, eles vão ter que agrupar, achar o mínimo, eles vão fazer uma, uma,... [interrupção da ideia]. Mas, eu não crio dificuldade muito grande por causa da idade deles.

Só que eu vou trabalhar as operações lá no 3º e 4º bimestres, no 1º e no 2º eu trabalho, isso aqui (múltiplos, divisores), pois tenho que trabalhar também geometria. Tem que criar um elo, vínculo entre um conteúdo com outro, porque se trabalhar sequenciado de forma única pode gerar um desgaste na cabeça deles. Aí, eles podem falar . – Não quero mais saber disso, casei. Entendeu?

Pergunta: Vou fazer mais uma pergunta, em dois anos seguidos a coordenação fez simulados e constatou que 90% dos alunos chegam no 9º ano sem saber somar frações com denominadores diferentes? A que você atribui esse fato?

Acho que, começa desde o início, lá terceiro ano quando eles começam a ver isso [...].Se você pegar lá o referencial do terceiro ano, eles vão começar a introduzir, ahh...em fatias, começam a trabalhar fração bem simplificada. Só que o professor se preocupa em trabalhar representação, esquece dessa parte de adição, de subtração. E enfiar na cabeça deles que o número fracionário também tem situação-problema, tem o cotidiano. Traduzir isso em fala para os alunos.[...]. São vários fatores que contribuiem para o aluno chegar lá no 6º ano e não conseguirem, porque ele não se adaptou, não se eternizou com aquela didática da fração [...].

Entrevista com P2

Pergunta: professor como você aborda o conceito de frações no 6º ano?

Bom, primeiro a ideia de que (pausa), que não exite [...], eles começam o problema de contagem sempre com o número natural, certo? Ele acha que tudo é número natural, então a necessidade de usar a metade, a gente não compra um pedaço de chocolate. É sempre bom fazer com comida, coisas que eles gostam, chocolate, pizza. Então você comeu metade ou você come a pizza inteira?

Faz o desenho da metade, e o que significa o traço da fração, $\frac{1}{2}$, dividiu a pizza, em duas partes e comeu uma parte da pizza. Ele tem que entender o que é uma fração [...]. Depois disso feito, o que significa o traço de fração, que é a divisão [...] Depois fazer exercícios com eles, de vários formatos, de vários jeito ai é que a gente vai começar (pausa)

Pergunta: Vamos supor que você esta numa sala de 6º ano, como faria para ensinar a somar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$?

Então tem primeiro que introduzir o conceito de frações equivalentes. O que vem a ser? A gente fala na pizza de novo. Comi metade da pizza, João comeu $\frac{2}{4}$ da pizza, quem comeu mais? O joão. Eles acham por que aumentou o número em cima, aumentou embaixo, aumentou o pedaço. (risos). Pelo menos ele vai entedendo o que ele está fazendo, já melhora muito. Aqui para ter os pré requisitos necessários para fazer essa conta, você não vai ficar fazendo toda hora fração equivalente. Certo? O m.m.c. entre dois e três é seis, divide pelo denominador e multiplica o resultado pelo numerador [...] depois você ensina, ai vai ver direitinho que vai dar fração equivalente. Eu acho muito importante, ele entender o que ele está fazendo. Isso é que falta nos alunos, eles tem que entender o que eles estão fazendo. (os alunos).

Pergunta: Durante dois anos seguidos a coordenação fez simulados e constatou que 90% dos alunos chegam no 9º ano sem saber somar frações com denominadores diferentes? A que você atribui esse fato?

Primeiro, porque eles não sabem o que estão fazendo, segundo é difícil saber (pausa), matemática não é fácil! (risos)(pausa), porque falta interesse, falta de...humm. Fica uma pergunta assim, meio difícil de responder. Tem que insistir, matemática tem que insistir, ficar fazendo! Não dá para deixar buraco. Se não aprendeu, por exemplo, eu dou uma matéria, se eu vejo que não sabe eu tenho que voltar [...], não tem jeito, tem que voltar! Matemática a gente vive revisando, você concorda? Não tem jeito, não é uma coisa que vai acontecer, não é um milagre assim que vai acontecer, que a escola é boa, que você vai [...].

Entrevista com P3

Pergunta: professor como você aborda o conceito de frações no 6º ano?

Geralmente eu começo a ensinar esse conteúdo apresentando frações mais simples, utilizando material concreto. O bom é que se tenha algum material para manipular. Pode ser até um pedaço de papel para eles manipularem. No decorrer desse tempo que eu tenho de aula, cada vez eu estou tendo mais certeza de que eles tem que tocar, eles têm que sentir. Se não, só desenhar na lousa eles não conseguem entender. Eles falam que sim! Sim! Mas logo em seguida, eles não conseguem (os alunos).

Pergunta: Como você vê na sua prática a resolução de problemas, em relação as frações?

Começo com uma coisinha bem básica como: um barrinha de chocolate para ser dividida por um determinado número de pessoas. então eu coloco, se for dividido por duas pessoas, quanto receberá cada uma dessas pessoas?

Pergunta: Como ensinaria os alunos do 6º ano somar $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$?

Começaria utilizando desnhos para trabalhar a ideia de fração equivalente, sempre com objetos do cotidiano, como tabuleiro de bolo, pizza, etc., mostrando visualmente as diferentes representações numéricas de uma mesma quantidade, fazendo pelo menos umas duas ou três representações das frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$. Logo após solicito que os alunos identifiquem qual é a representação de $\frac{1}{2}$ e de $\frac{1}{3}$ que tem o mesmo denominador, e que seja o menor comum entre os 2 e 3.

Não gosto de ir direto na regrinha (a técnica do mínimo, múltiplo comum). O que vem a ser o mínimo múltiplo comum entre 2 e 3? [...]. Não adiante ficar falando, os alunos precisam compreender o que isso significa o mínimo múltiplo comum entre 2 e 3, [...]. vou fazer os múltiplos de 2, os múltiplos de 3, e perguntar qual é o menor múltiplo comum entre 2 e 3. As vezes a gente fala mínimo múltiplo comum, eles não associam a palavra mínimo a menor, eles vão ver que o mínimo é menor múltiplo comum entre 2 e 3 é o 6. Também tem que frisar que o zero não entra nesse caso. [...]. No caso da resolução de problemas envolvendo adição, passo para eles tentarem usar sempre fração equivalente [...]. Faço a explicação e deixo eles lá pensando [...].

O ideal seria, que numa aula dessa, fosse levado um tabuleiro de bolo, uma pizza. Talvés, isso ajudaria, ou até mesmo o material pedagógico. Isso faz falta, para mim, eu tenho certeza que é a falta disso. E eles chegam no ensino médio até, sem entender isso,se eles não associam as frações equivalentes, eles vão continuar somando denominador [...].

Pergunta: Vou fazer mais uma pergunta, em dois anos seguidos a coordenação fez simulados e constatou que 90% dos alunos chegam no 9º ano sem saber somar frações com denominadores diferentes? A que você atribui esse fato?

Entrevista com P4

Pergunta: professor como você aborda o conceito de frações no 6º ano?

A fração representa uma única quantidade. Então esse é o primeiro passo, né? Mostrar para eles que apesar de aparecerem dois números ali [...], eles já tiveram contato com as frações e ai a gente vai aprofundar agora no 6º ano um pouco mais. Vai tentar tirar um pouco é(...)embora começa com a parte lúdica, mais a parte concreta, vai tentar tirar a parte concreta e ele já começa a ter realmente a noção de número de forma abstrata né.

Conseguir compreender o que é $\frac{1}{2}$, o que é $\frac{1}{3}$, mesmo sem visualizar a imagem né. Começa com a imagem e depois o concreto.

Pergunta: Você vai começar com o material concreto sem ilustrar? (mostrar exemplos com círculos e retângulos)

Isso! Começa ilustrando ou uma folha de papel , se a gente tem os discos de frações, aí entrega para eles os discos de frações representa cada quantidade e tal. Mas, a intenção final do 6º ano é que eles consigam realizar essas operações mesmo sem o concreto.

Pergunta: Você começa a trabalhar frações, o que exatamente vai abordar com esses alunos no 6º ano, antes das operações?

É eu vou trabalhar com eles a relação de número mesmo. O que é um número. A fração é qual tipo de número, entendeu? A gente (pausa) é necessário fazer uma construçãozinha rápida do que é um número, né. O que é um número pra eles, né? Representa uma quantidade, é um símbolo que representa uma quantidade. E a partir daí trabalhar essa parte de frações, a ideia de parte-todo, que é uma das ideias. E depois dessa parte mostrar a relação da fração com o número decimal. Mostrar que a fração pode ser representada por um número decimal, passar da fração para decimal. É nessa parte que a gente deslancha...

Pergunta: Como você vê na sua prática a resolução de problemas, em relação as frações?

Ah, certo. A resolução de problemas pra mim é um grande passo pra fazer com que o aluno entre no jogo da aula. Então é assim, entre no jogo no sentido de Brusseou mesmo, que ele fala assim, o aluno entre no jogo, quer dizer que assumiu aquele problema pra si, e vai realmente pensar em cima do problema e tal.

Então o que eu faço realmente? Eu passo um problema no início da aula, tem que ser um problema que não seja muito difícil, mas também não pode ser muito fácil. É difícil muitas vezes de conseguir esses problemas, porque os livros didáticos trazem muitos problemas estereotipados. O Imenes (autor) traz uns problemas legais, o livro dele eu uso muito como suporte pro trás do livro atual nosso. E aí eu faço um probleminha no uns 5 a 10 minutos as vezes até 15 minutos, eu passo olhando os cadernos com as tarefas. Dá um tempo legal enquanto eles pensam. Geralmente os primeiros problemas são fáceis e depois e depois eu aumento um pouquinho o grau de dificuldade, pra que eles tenham mais tempo pensado, discutindo. A parte importantíssima da matemática é a resolução de problemas.

A resolução de problemas em frações ainda é um pouco mais complexo, por quê? Porque as frações a gente não utiliza tanto no cotidiano, então isso não se torna significativo para os alunos. Eles veem as frações aqui na escola e raramente eles vão ver em outro lugar, mas elas são importantes? São de extrema importância, porque os próximos conteúdos de matemática vão utilizar as frações.

Eu tenho alunos aqui do 6º, 7º, 8º e 9º anos. Esse ano eu tenho o 6º ano, mas fiquei muito tempo sem trabalhar com eles, na outra escola eu tenho o ensino médio, e na primeira aula dos 3º anos, eu tenho cinco 3º anos. Eu peço pessoal soma pra mim $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, e dos cinco terceiros anos que da uma média de 5 vezes 40, duzentos alunos, apenas 5 ou 6 alunos conseguem somar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. Então quer dizer, embora eles lembrem de alguma coisa, tem que conservar o denominador , o numerador, não conseguem realizar corretamente a operação. Por quê? Por que eles não aprenderam? Talvez eles tenham estudado no começo, tenham feito, mas eles passam um bom período da vida sem utilizar as frações. E utilizam o quê? Os números decimais. Eu sei transformar? Sei. Quando eu peço para eles transformar as frações em decimal, eles terminam e fazem a operação correta, mas enquanto está no modelo de frações, não vira.

Pergunta: Vamos supor que você esta numa sala de 6º ano, como faria para somar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$? Faz de conta que eu sou uma aluna do 6º ano, como me ensinaria a somar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$?

Primeira coisa é mostrar para eles no concreto, deixar sentirem a dificuldade do problema, faz um desenho que representa a metade e outro desenho que representa $\frac{1}{3}$, do mesmo tamanho, faz dois retângulos, em um você pega a metade e no outro você pega $\frac{1}{3}$. Pergunta pra eles: – Pessoal quanto vai dar essa soma? Deixa eles pensarem um pouco. Então vão surgir algumas alternativas. Ah! Professor vai dar tanto. Os que se atêm mais a simbologia vão falar: ah a reposta de $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, se não souberem né, a resposta é $\frac{2}{5}$. Depois deles terem dito isso, vou pegar os $\frac{2}{5}$ e fazer um desenho para eles, do mesmo tamanho, usando o quadro ou pedir para eles fazerem no caderno mesmo, mostrar para mim o desenho de $\frac{2}{5}$, depois comparar os dois desenhos de $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$. Será que realmente é do mesmo tamanho? Realmente a soma vai dá isso? Depois que disserem para mim que não. Ai sim! Vou começar a trabalhar os outros conceitos. Eu vou falar para eles: - Olha pra que a gente possa somar os tamanhos devem ser os mesmos, aqui eu estou com tamanhos diferentes desse aqui, então eu vou transformar esse $\frac{1}{2}$ em divisões do mesmo tamanho que a de $\frac{1}{3}$. Mas como professor? Assim oh! Vamos dividir esse $\frac{1}{2}$ em seis partes. Esse desenho que a gente fez aqui, vamos dividir em seis partes e esse outro $\frac{1}{3}$ vamos também dividir em seis partes, Vocês perceberam agora que os tamanhos estão iguais? Né oh, eu tenho aqui pedacinhos. Quanto que é cada pedacinho desse? Geralmente esta parte das frações está bem clara pra eles, o pessoal do fundamental I trabalha bem. Por isso, eles respondem bem. Ah! Cada pedacinho desse é $\frac{1}{6}$, então aqui eu tenho $\frac{3}{6}$. Beleza! Você conseguiu verificar que essa relação de que $\frac{1}{2}$ representa a mesma quantidade que $\frac{3}{6}$? Sim. – é a mesma fração? Não, não é a mesma fração, se você olhar aqui oh! Essa é $\frac{1}{2}$ e a outra é $\frac{3}{6}$. Mas elas representam a mesma quantidade? Representam. Então é isso que eu questiono eles sempre, vou batendo divagar, repetindo várias vezes. O mesmo procedimento é feito com a fração $\frac{1}{3}$, ela era $\frac{1}{3}$ e agora, eu dividi ela ao meio, aqui né? e obtive $\frac{2}{6}$. Tudo bem pessoal? Tá compreendendo isso aqui? Conseguem enxergar que aqui eu tenho $\frac{1}{6}$ mais $\frac{1}{6}$? Ótimo, agora então a gente pode somar, por quê? Porque eles estão de tamanhos iguais. Lê pra mim a essa fração.

Uma grande dificuldade dos alunos também é a leitura em matemática, é necessário o aluno saber fazer a leitura. O que acontece muito com eles é: ele olha o número, mas ele não faz a leitura, isso atrapalha na compreensão dos conceitos, porque na hora que aparece um símbolo novo, já trava né, a maneira de compreender. E ai beleza! $\frac{3}{6}$ mais $\frac{2}{6}$ vai dá quanto? Observe que até a leitura facilita no cálculo. $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$. Aí eles efetuam.

Depois de ter feito isso, ter compreendido essa parte, aí sim a gente vai passar para o procedimento de calculo o m.m.c. divide pelo de baixo, multiplica pelo de cima. Que eu acredito que seja o procedimento técnico. Então essa parte técnica eu deixo pra uma lista de exercícios que ele vai repetir várias vezes o processo para adquirir agilidade. O que é mais importante? O mais importante é a compreensão do conceito, porque se ele compreender o conceito, ai sim, ele vai dar sequência ao aprendizado.

Pergunta: Vou fazer mais uma pergunta, em dois anos seguidos a coordenação fez simulados e constatou que 90% dos alunos chegam no 9º ano sem saber somar frações com denominadores diferentes? A que você atribui esse fato?

Atribui assim, em qual sentido? P4. Por eles errarem tanto algo que já foi trabalhado ou que de certa forma ainda estão vendo?

É porque para eles não é significativo, né. Embora eles estudem aqui na escola, a gente repete procedimentos, sério. O nosso sistema de ensino ele é meio diferente, ele não é um sistema que se cobra a cada bimestre, em dois simulados para no final se avaliar como simulado. Então o que acontece? Pra eles aprendeu aquele conteúdo ali, resolver para a prova acabou, esquece isso aqui pro ano que vem, vamos começar outro. Então esse processo de descontinuidade faz com que o próximo ano aquele conteúdo no ano anterior não seja utilizado, e isso atrapalha muito no desenvolvimento da matemática ,a atrapalha muito, porque ficam alguns conceitos que são os conceitos que eles utilizam na escola e no cotidiano, que esses permanecem, esses se tronam significativos para eles. que não é o caso das frações. Então ele vai aprender? Vai. Você vai dar aula no 6º ano? Eles vão fazer na prova? Vai. E no ano que vem, ele não sabe fazer? Mas que isso aconteça, pra que ele continue sabendo, o que tem que acontecer? Você tem que aplicar simulados todos os bimestres, se necessário todo mês, pra ele conseguir sentido, a necessidade de aprender o conceito, pra que ele possa chegar no 9º ano, ele sabe realmente. Por que? Porque todos os anos foram trabalhados os conceitos realmente, ele foi dando sequência.

Então existe um processo de descontinuidade, infinitas variáveis, existe porque, existem professores que mudam, eu mesmo já mudei várias vezes dessa escola, isso tudo atrapalha o desenvolvimento da matemática.

ANEXO A – Relação de pesquisas envolvendo frações

	Nível	Temas	Autor	Programa/Local	Ano
1	Dissertação	Uma engenharia didática para o ensino de operações com números racionais por meio da calculadora para o quinto ano do Ensino Fundamental	Antônio Sérgio dos Santos Oliveira	Mestrado profissional/UFOP - Ouro Preto-MG	2015
2	Dissertação	Frações: estratégias lúdicas no ensino de Matemática	Denise Teresa de Camargo Valio	Mestrado em Ciências Exatas e da Terra – UFSCar- São Carlos-SP	2014
3	Dissertação	Frações e suas operações: resolução de problemas em uma trajetória hipotética de aprendizagem	Rogéria Malacrida Menotti	Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT/UEL-Londrina-PR	2014
4	TCC	Erros cometidos pelos alunos ao estudar números racionais em sua forma fracionária em uma escola pública em Vitória da Conquista	Ricardo Silva Moreira	Monografia apresentada ao curso de licenciatura plena em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, campus de Vitória da Conquista – Ba	2014
5	Monografia	Uma experiência com frações e réguas de Cuisenaire na formação de professores	Safira Aquino Gomes Soares	Monografia apresentada para obtenção do título de licenciado em pedagogia pela Faculdade de Educação da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO	2014
6	Dissertação	Uma proposta de ensino de frações voltada para a construção do conhecimento	Amanda Botega Masson Jesus	Mestrado profissional em Matemática/UFLA -Lavras-MG	2013

7	Dissertação	As frações que o ladrilhamento revela	Adevanilde Batagin Martins Ribeiro	Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas/ UFSCar - São Carlos-SP	2013
8	Dissertação	Tópicos sobre o ensino de frações: divisão de frações	Michel Cristian Soares dos Santos	Mestrado Profissional em Matemática- PROFMAT/ UFRJ	2013
9	Dissertação	Tópicos sobre o ensino de frações: unidade	Sandro da Costa Layola	Mestrado Profissional em Matemática- PROFMAT/ UFRJ	2013
10	Dissertação	Explorando a ideia de número racional na sua representação fracionária em Libras	Claudio Assis	Programa de Pós Graduação em Educação Matemática/ Univ. Bandeirante Anhanguera-São Paulo-SP	2013
11	TCC	Número racional não negativo na forma fracionária: sentido atribuído por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental	Analucia Gaviraghi	Trabalho de conclusão de curso para obtenção do título de licenciado em pedagogia pelo Dep. de Hum. e Educação da Universidade Regional do Noroeste-Ijuí/RS.	2013
12	Dissertação	Concepções e práticas de professores do Ensino Fundamental sobre o ensino de frações: um estudo em escolas de Cuiabá	Maria Socorro Lucínio da Cruz da Silva	Mestrado em Educação, pela Universidade Federal de Mato Grosso/UFMT. Cuiabá-MT	2013
13	Dissertação	Números racionais: concepções e conhecimento profissional de professores e as relações com o livro didático e a prática docente	Gresiela Ramos Carvalho de Souza	Mestrado em Educação, pela Universidade Federal de Mato Grosso/UFMT. Cuiabá-MT	2013
14	Dissertação	Números racionais na forma fracionária: atividades para	Fernanda Soto Lima	Mestrado profissional em Matemática da Universidade	2013

		superar dificuldades de aprendizagem		Federal de São Carlos-UFSCar. São Carlos-SP	
15	Dissertação	Um estudo teórico sobre as estruturas aditivas e multiplicativas de números racionais na representação fracionária	Marli Schmitt Zanella	Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática/ UEM. Maringá/PR	2013
16	Dissertação	Obstáculos didáticos na Educação Matemática: o conceito de números racionais no 6º ano do Ens. Fundamental	Wander Mateus Branco Meier	Mestrado em Educação pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE. Cascavel, PR.	2012
17	Dissertação	Saberes conceituais e didáticos de pedagogos em formação acerca de fração	Larissa Eltisia de Lima Santana	Mestrado Acadêmico em Educação pela Universidade Estadual do Ceará/UEC. Fortaleza-CE.	2012
18	Dissertação	A aprendizagem dos números racionais na forma fracionária no 6º ano do Ensino Fundamental: análise de uma proposta de ensino	Rosângela Milagres Patrono	Mestrado em Educação Matemática – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto/MG	2011
19	TCC	Estratégia de ensino-aprendizagem de frações	Diana Moor Bonotto	Monografia apresentada para obtenção do título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didáticas-Universidade Federal do Rio Grande do Sul/UFRGS. Porto Alegre-RS.	2011
20	TCC	Aprendizagem de frações no Ensino Fundamental	Fernanda Batz de Sá	Trabalho de conclusão de curso de Licenciatura em Matemática. UFRGS/ Porto Alegre, RS	2011
21	Dissertação	O ensino de	Weligton	Mestrado em	2011

		Matemática na escola pública: uma (inter) invenção pedagógica no 7º ano com o conceito de fração	Ribeiro da Silva	Educação pela Universidade federal do Espirito Santo/UFES – Vitória, ES.	
22	Dissertação	Concepções dos professores da rede pública estadual de São Paulo acerca do ensino das frações no Ensino Fundamental	Dario Vieira de Oliveira Filho	Mestrado em Educação Matemática pela Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN. São Paulo, SP.	2011
23	Dissertação	Uma Jornada por diferentes mundos da matemática: investigando os números racionais na forma fracionária	Paulo César Freire	Mestrado em Educação Matemática pela Universidade Bandeirante de São Paulo-UNIBAN. São Paulo, SP.	2011
24	Dissertação	Conhecimento dos alunos do Programa de Educação de Jovens e Adultos (EJA) Relativo aos números racionais na forma fracionária	Laíde Ceraglioli	Mestrado em Educação Matemática pela Universidade Bandeirante de São Paulo. São Paulo, SP.	2011
25	Tese	Aprendizagem de Frações Equivalentes: Efeito do Ensino de Discriminações Condicionais Minimizando o Erro e da Possibilidade de Consulta a Dicas	Luciana Verneque	Programa de Pós-graduação em Ciências do comportamento/UNB Brasilia-DF	2011
26	Dissertação	O ensino de números fracionários: problemas e perspectivas	Maria José Araújo	Mestrado em Educação pela UFPB, João Pessoa (PB).	2010
27	Dissertação	Ensinar-aprender frações em um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais do ensino fundamental: conhecimentos e	Elinaldo Coutinho Morais	Mestrado em Ciência e Matemática pelo Instituto de Educação Matemática e Científica, IEMCI, UFPA, Belém, PA.	2010

		dificuldades evidenciadas			
28	TCC	Ensino e aprendizagem de fração: um estudo comparativo e intervenção didática	Érika Kazue Okuma	Trabalho de conclusão de curso para obtenção do título de graduação em Pedagogia pelo Centro Universitário Católico Salesiano *Auxiliun*- UNISALESIANO. Lins, SP.	2010
29	Dissertação	O ensino de operações com frações envolvendo calculadora	Ivanete Maria Barroso Moreira	Mestrado em Educação pela Universidade Federal do Pará- UFPA. Belém, PA.	2010
30	Dissertação	A formação dos professores dos anos iniciais: um estudo das concepções dos números racionais e suas representações	Daniele Maria Junges Friederich	Mestrado em Educação nas Ciências pela Universidade Regional do Rio Grande do Sul- UNIJUÌ. Injuí, RS.	2010
31	Dissertação	O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo	Alexis Martins Teixeira	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática pela Pontifícia Católica de São Paulo. São Paulo, SP.	2008
32	Dissertação	Os números racionais e os registros de representação semiótica: análise de planeamento das séries finais do Ensino Fundamental	Maria Arlita da Silveira Soares	Mestrado em Educação nas Ciências pela Universidade Regional do Rio Grande do Sul- UNIJUÌ. Injuí, RS.	2007
33	Tese	Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino dos números racionais no Ensino Fundamental	Alecio Damico	Doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade católica de São Paulo, SP/ PUC	2007
34	Tese	O desafio do desenvolvimento	Angélica da Fontoura Garcia	Doutorado em Educação	2007

		profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações	Silva	Matemática pela Pontifícia Universidade católica de São Paulo, SP/ PUC	
35	Dissertação	O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental	Aparecido dos Santos	Mestrado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade católica de São Paulo, SP/ PUC.	2005
36	TCC	O ensino de frações	Leandro Cavalieri	Monografia apres entada ao curso de Especialização em Ensino da Matem ática/ UNIPAR – Umuarama-PR	2005
37	Dissertação	Concepção do professor de matemática e dos alunos frente ao erro no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais	Alciony Regina Herderico Souza Silva	Mestrado em Educação/PUC-Curitiba-PR	2005
38	Dissertação	O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos dos 5º e 6º séries do ensino fundamental	Vera Lúcia Merlini	Mestrado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade católica de São Paulo, SP/ PUC.	2005

Quadro 3 - Dissertações, teses e trabalhos de conclusão de curso, envolvendo frações.
Fontes: Banco de Teses e Dissertações: CAPES. PUC. Biblioteca digital PROFMAT.

ANEXO B – Descritores de Matemática da REME

PROMOVER

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 1º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D01	Classificar e contar a partir de critérios pré-estabelecidos.
	D02	Relacionar um algarismo a quantidade correspondente.
	D03	Comparar as quantidades de elementos de conjuntos representados graficamente, estabelecendo relações de igualdade, de mais e de menos.
	D04	Completar e/ou ordenar sequências numéricas a partir de critérios pré-estabelecidos.
	D05	Resolver situação-problema que envolva diferentes ideias da adição ou subtração de números naturais sem reagrupamento: juntar, acrescentar, retirar ou separar.
	D06	Resolver situação-problema simples envolvendo o reconhecimento de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro, entre um a dez reais, representadas graficamente.
	D07	Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais de um dígito, representados graficamente.
	D08	Calcular o resultado de uma multiplicação de números naturais por meio da ideia de adição de parcelas iguais, com representação gráfica.
	D09	Reconhecer e utilizar a multiplicação como uma adição de parcelas iguais.
EIXO 2: GRANDEZAS E MEDIDAS	D10	Associar o valor monetário à respectiva cédula ou moeda do Sistema Monetário Brasileiro, representado graficamente.
	D11	Estabelecer relação de maior/menor em medidas não convencionais de comprimento e altura, representadas graficamente.
	D12	Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medidas não convencionais.
	D13	Reconhecer a sequência dos dias da semana, dos meses do ano e dos dias do mês em calendário representado graficamente.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 1º ANO		
Descritores		
EIXO 3: ESPAÇO E FORMA	D14	Reconhecer localização de pessoas ou objetos em figuras, utilizando os conceitos de: em cima de, embaixo de, ao lado de, atrás de ou na frente de.
	D15	Reconhecer as formas geométricas representadas graficamente: círculo, retângulo, quadrado ou triângulo.
	D16	Reconhecer sólidos geométricos em representações gráficas no atributo rola ou não rola.
EIXO 4: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	D17	Localizar informações ou dados numéricos apresentados em lista ou tabela simples.
	D18	Resolver situação-problema com informações ou dados numéricos organizados em lista, tabela simples ou gráfico de colunas.

PROMOVER

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 2º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D01	Reconhecer e utilizar as características do SND para contar, fazer agrupamentos e trocas na base 10, com representação gráfica.
	D02	Reconhecer e utilizar as características do SND para ler e escrever números naturais até 100.
	D03	Comparar as quantidades de elementos de conjuntos representados graficamente, estabelecendo relações de igualdade, de mais, de menos, quanto a mais, quanto a menos.
	D04	Completar e/ou ordenar sequências numéricas a partir de critérios pré-estabelecidos.
	D05	Resolver situação-problema que envolva diferentes ideias da adição ou subtração de números naturais sem reagrupamento: juntar, reunir, aumentar, acrescentar, separar, comparar, tirar, completar, perder e diminuir.
	D06	Resolver situação-problema envolvendo os diferentes significados da multiplicação ou divisão de números naturais representados graficamente: adição de parcelas iguais, combinatório ou repartir igualmente.
	D07	Resolver situação-problema envolvendo os significados da adição ou subtração no Sistema Monetário Brasileiro representado graficamente.
	D08	Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais de até dois dígitos, sem reagrupamento.
	D09	Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
	D10	Reconhecer e utilizar a multiplicação como uma adição de parcelas iguais.
	D11	Calcular o valor de uma expressão numérica, envolvendo a ideia de transformação (positiva ou negativa).
	D12	Calcular o valor desconhecido numa operação de adição.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 2º ANO		
Descritores		
EIXO 2: GRANDEZAS E MEDIDAS	D13	Estabelecer trocas entre cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro, representado em figuras, em função de seus valores.
	D14	Estabelecer relação de maior/menor em medidas não convencionais de comprimento e altura, representadas graficamente.
	D15	Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medidas não convencionais.
	D16	Reconhecer a sequência dos dias da semana, dos meses do ano e dos dias do mês em calendário representado graficamente.
	D17	Reconhecer ou relacionar as horas exatas ou com fração de 30 minutos expressas em relógios digitais e de ponteiros, representados graficamente.
EIXO 3: ESPAÇO E FORMA	D18	Reconhecer a localização de pessoas ou objetos em figuras, utilizando os conceitos de: em cima de, embaixo de, ao lado de, atrás de ou na frente de.
	D19	Reconhecer o círculo, o retângulo, o quadrado ou o triângulo, numa coleção de figuras planas.
	D20	Reconhecer sólidos geométricos em representações gráficas no atributo formas (poliedros e corpos redondos).
EIXO 4: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	D21	Ler e interpretar informações ou dados numéricos apresentados em lista, tabela simples ou gráfico de colunas.
	D22	Resolver situação-problema com informações ou dados numéricos organizados em lista, tabela simples ou gráfico de colunas.

Fonte: PROMOVER, 2011.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 3º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D01	Reconhecer e utilizar as características do SND para contar, fazer agrupamentos e trocas na base 10, na composição e/ou decomposição de um numeral.
	D02	Reconhecer e utilizar as características do SND para ler e escrever números naturais.
	D03	Comparar as quantidades de elementos estabelecendo relações de igualdade, de mais, de menos, quanto a mais, quanto a menos.
	D04	Reconhecer a localização de números naturais na reta numérica representada graficamente.
	D05	Resolver situação-problema que envolva diferentes ideias da adição ou subtração de números naturais.
	D06	Resolver situação-problema envolvendo os diferentes significados da multiplicação ou divisão de números naturais: adição de parcelas iguais, multiplicação comparativa, proporcionalidade, combinatória ou repartir igualmente.
	D07	Resolver situação-problema envolvendo os significados da adição ou subtração no Sistema Monetário Brasileiro representado graficamente.
	D08	Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais de até dois dígitos.
	D09	Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
	D10	Reconhecer e utilizar os conceitos de dobro, triplo, metade de um número natural.
	D11	Calcular o valor de uma expressão numérica, envolvendo a ideia de transformação (positiva ou negativa).
	D12	Calcular o valor desconhecido numa operação de adição ou subtração.
EIXO 2: GRANDEZAS E MEDIDAS	D13	Estabelecer trocas entre cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro, representado em figuras, em função de seus valores.
	D14	Resolver situação-problema utilizando unidades de medidas convencionais e/ou não convencionais de comprimento, massa e capacidade.
	D15	Estimar a medida de grandezas utilizando unidades convencionais ou não convencionais de medidas.
	D16	Resolver situação-problema envolvendo relações entre as unidades de tempo: dia/semana, dia/mês, dia/horas e semana/mês.
	D17	Reconhecer as horas em relógios digitais e de ponteiros representados graficamente.
EIXO 3: ESPAÇO E FORMA	D18	Reconhecer a localização/movimentação de pessoa ou objeto em representação gráfica, a partir de um referencial.
	D19	Reconhecer figuras planas representadas graficamente.
	D20	Reconhecer sólidos geométricos quanto à forma (poliedros e corpos redondos), por meio de descrições ou representações gráficas.
EIXO 4: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	D21	Ler e interpretar informações ou dados numéricos apresentados em lista, tabela simples ou gráfico de colunas.
	D22	Resolver situação-problema com informações ou dados numéricos organizados em lista, tabela simples ou gráfico de colunas.

Fonte: PROMOVER, 2011.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 4º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D01	Reconhecer e utilizar as características do SND tais como: o zero como indicativo de ausência de ordem, agrupamentos, trocas na base 10 e o princípio do valor posicional, na composição e/ou decomposição de um numeral.
	D02	Reconhecer e utilizar as características do SND para ler, escrever números naturais ou racionais na forma fracionária.
	D03	Comparar números racionais escritos na forma fracionária com apoio de representação gráfica.
	D04	Reconhecer a localização de números racionais na reta numérica representada graficamente.
	D05	Resolver situação-problema que envolva diferentes ideias da adição e/ou subtração de números naturais.
	D06	Resolver situação-problema envolvendo os diferentes significados da multiplicação ou divisão de números naturais: adição de parcelas iguais, multiplicação comparativa, proporcionalidade, configuração retangular e combinatória, repartir.
	D07	Resolver situação-problema envolvendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números racionais escritos na forma decimal representando os valores de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro.
	D08	Calcular o resultado de uma adição e/ou subtração de números naturais multidígitos.
	D09	Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
	D10	Calcular o resultado de uma adição e/ou subtração de números racionais com mesmo denominador.
	D11	Reconhecer a representação gráfica de um número racional.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 4º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D12	Resolver situação-problema com números racionais, escritos na forma fracionária, representados graficamente.
	D13	Calcular o valor de uma expressão numérica, envolvendo a ideia de transformação (positiva ou negativa).
	D14	Calcular o valor desconhecido numa operação de adição ou subtração.
	D15	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo simples de porcentagens (25%, 50%, 100%).
EIXO 2: GRANDEZAS E MEDIDAS	D16	Estabelecer trocas entre cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro, em função de seus valores.
	D17	Resolver situação-problema utilizando unidades de medidas convencionais e/ou não convencionais de comprimento, massa e capacidade.
	D18	Estimar a medida de grandezas utilizando unidades convencionais ou não convencionais de medidas.
	D19	Resolver situação-problema envolvendo relações entre as unidades de tempo: dia/semana, dia/mês, dia/horas e semana/mês.
	D20	Estabelecer relações entre o horário de início e término e/ou intervalo da duração de um evento ou acontecimento.
	D21	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.
	D22	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo da área de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/ MATEMÁTICA – 4º ANO		
Descritores		
EIXO 3: ESPAÇO E FORMA	D23	Reconhecer a localização/movimentação de pessoa ou objeto em representação gráfica, a partir de um referencial.
	D24	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras planas pelo número de lados ou pelo tipo de ângulo.
	D25	Reconhecer sólidos geométricos quanto à forma (poliedros e corpos redondos), por meio de descrições ou representações gráficas.
	D26	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
	D27	Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.
EIXO 4: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	D28	Ler e interpretar informações ou dados numéricos apresentados em lista, tabela simples ou gráfico de colunas.
	D29	Resolver situação-problema com informações ou dados numéricos organizados em lista, tabela simples ou gráfico de colunas.
	D30	Resolver situação-problema envolvendo média aritmética.

Fonte: PROMOVER, 2011.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 5º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D01	Compreender e utilizar as características do SND tais como: o zero como indicativo de ausência de ordem, agrupamentos, trocas na base 10 e o princípio do valor posicional, na composição e/ou decomposição de um numeral nas suas diversas ordens.
	D02	Compreender e utilizar as características do SND para ler, escrever números racionais na forma fracionária e/ou decimal.
	D03	Comparar números racionais escritos na forma fracionária.
	D04	Reconhecer a localização de números racionais na reta numérica representada graficamente.
	D05	Resolver situação-problema que envolva as operações de adição ou subtração de números naturais.
	D06	Resolver situação-problema envolvendo os diferentes significados da multiplicação ou divisão de números naturais: adição de parcelas iguais, multiplicação comparativa, proporcionalidade, configuração retangular e combinatória, repartir.
	D07	Resolver situação-problema envolvendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números racionais escritos na forma decimal representando os valores de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro.
	D08	Calcular o resultado de uma adição e/ou subtração de números naturais multidígitos.
	D09	Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
	D10	Calcular o resultado de uma adição, subtração, multiplicação e/ou divisão de números racionais representados graficamente.
	D11	Identificar as diferentes representações de um número racional: decimal, fracionário ou percentual.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 5º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D12	Reconhecer frações equivalentes.
	D13	Resolver situação-problema envolvendo as operações de adição, subtração, divisão e multiplicação de números racionais escritos na forma decimal ou fracionária.
	D14	Calcular o valor de uma expressão numérica envolvendo as operações de adição, subtração, divisão e multiplicação de números naturais.
	D15	Calcular o valor desconhecido numa operação de adição ou subtração.
	D16	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo simples de porcentagens (25%, 50%, 100%).
	D17	Identificar uma sentença matemática que expressa um problema.
EIXO 2: GRANDEZAS E MEDIDAS	D18	Estabelecer trocas entre cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro, em função de seus valores.
	D19	Resolver situação-problema utilizando unidades de medidas convencionais e/ou não convencionais de comprimento, massa e capacidade.
	D20	Estimar a medida de grandezas utilizando unidades convencionais ou não convencionais de medidas.
	D21	Resolver situação-problema estabelecendo relações entre as unidades de tempo.
	D22	Estabelecer relações entre o horário de início e término e/ou intervalo da duração de um evento ou acontecimento.
	D23	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.
	D24	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo da área de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.
	D25	Resolver situação-problema envolvendo noções de volume.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/ MATEMÁTICA – 5º ANO		
Descritores		
EIXO 3: ESPAÇO E FORMA	D26	Identificar a localização/movimentação de pessoa ou objeto em mapas e outras representações gráficas.
	D27	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais, pelo número de lados ou pelo tipo de ângulos.
	D28	Identificar quadriláteros observando as relações entre seus lados (paralelos, congruentes ou perpendiculares).
	D29	Identificar figuras geométricas tridimensionais e bidimensionais relacionando-as com suas planificações.
	D30	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
	D31	Reconhecer as relações entre ângulos e/ou segmentos formados na intersecção de retas.
	D32	Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.
EIXO 4: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	D33	Ler e interpretar informações ou dados numéricos apresentados em lista, tabela simples ou gráfico de colunas.
	D34	Resolver situação-problema com informações ou dados numéricos organizados em lista, tabela simples ou gráfico de colunas.
	D35	Resolver situação-problema envolvendo média aritmética.

Fonte: PROMOVER, 2011.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 6º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D01	Compreender e utilizar as características do SND tais como: o zero como indicativo de ausência de ordem, agrupamentos, trocas na base 10 e o princípio do valor posicional, na composição e/ou decomposição de um numeral nas suas diversas ordens.
	D02	Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do SND identificando a existência de ordens como décimos, centésimos e milésimos na leitura e escrita.
	D03	Comparar números racionais escritos na forma fracionária ou decimal.
	D04	Identificar a localização de números racionais na reta numérica.
	D05	Resolver situação-problema que envolva as operações de adição ou subtração de números naturais.
	D06	Resolver situação-problema envolvendo os diferentes significados da multiplicação ou divisão de números naturais: adição de parcelas iguais, multiplicação comparativa, proporcionalidade, configuração retangular e combinatória ou repartir.
	D07	Resolver situação-problema envolvendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números racionais escritos na forma decimal representando os valores de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro.
	D08	Calcular o resultado de uma adição e/ou subtração de números naturais multidígitos.
	D09	Calcular o resultado de operações envolvendo multiplicação, divisão e potenciação de números naturais.
	D10	Calcular o resultado de operações envolvendo adição, subtração, multiplicação e/ou divisão de números racionais.
	D11	Identificar as diferentes representações ou significados de um número racional: decimal, fracionário ou percentual.
	D12	Identificar frações equivalentes.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 6º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D13	Resolver situação-problema envolvendo as operações de adição, subtração, divisão e multiplicação de números racionais escritos na forma decimal ou fracionária.
	D14	Calcular o valor de uma expressão numérica envolvendo as operações: de adição, de subtração, de divisão, de multiplicação e de potenciação de números racionais.
	D15	Calcular o valor desconhecido numa operação de adição, subtração, multiplicação ou divisão.
	D16	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo simples de porcentagens.
	D17	Identificar uma sentença matemática que expressa um problema.
EIXO 2: GRANDEZAS E MEDIDAS	D18	Resolver situação-problema utilizando unidades de medidas convencionais e/ou não convencionais de comprimento, massa, capacidade.
	D19	Resolver situação-problema estabelecendo relações entre as unidades de tempo.
	D20	Estabelecer relações entre o horário de início e término e/ou intervalo da duração de um evento ou acontecimento.
	D21	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
	D22	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo da área de figuras planas.
	D23	Resolver situação-problema envolvendo noções de volume.
EIXO 3: ESPAÇO E FORMA	D24	Identificar a localização/movimentação de pessoas ou objetos em mapas e outras representações gráficas.
	D25	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados ou pelo tipo de ângulo.
	D26	Identificar quadriláteros observando as relações entre seus lados (paralelos, congruentes ou perpendiculares).
	D27	Identificar figuras geométricas tridimensionais e bidimensionais relacionando-as com suas planificações.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 6º ANO		
Descritores		
EIXO 3: ESPAÇO E FORMA	D28	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
	D29	Reconhecer as relações entre ângulos e/ou segmentos formados na intersecção de retas.
	D30	Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.
EIXO 4: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	D31	Associar informações ou dados numéricos apresentados em tabela simples e/ou lista ao gráfico de colunas, barras ou de segmento que a representa.
	D32	Resolver situação-problema com informações ou dados numéricos organizados em lista, tabela simples ou gráfico de colunas, barras ou segmento.
	D33	Resolver situação-problema envolvendo média aritmética.

Fonte: PROMOVER, 2011.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 7º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D01	Compreender e utilizar as características do SND tais como: o zero como indicativo de ausência de ordem, agrupamentos, trocas na base 10 e o princípio do valor posicional, na composição e/ou decomposição de um numeral nas suas diversas ordens.
	D02	Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do SND, identificando a existência de ordens como décimos, centésimos e milésimos na leitura e escrita.
	D03	Comparar números racionais escritos na forma fracionária ou decimal.
	D04	Identificar a localização de números racionais na reta numérica.
	D05	Resolver situação-problema que envolva as operações de adição e/ou subtração de números inteiros relativos.
	D06	Resolver situação-problema envolvendo os diferentes significados da multiplicação ou divisão de números naturais: adição de parcelas iguais, multiplicação comparativa, proporcionalidade, configuração retangular e combinatória ou repartir.
	D07	Resolver situação-problema envolvendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números racionais escritos na forma decimal representando os valores de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro.
	D08	Calcular o resultado de operações envolvendo adição e/ou subtração de números inteiros relativos.
	D09	Calcular o resultado de operações envolvendo multiplicação, divisão e potenciação de números inteiros.
	D10	Calcular o resultado de operações envolvendo adição, subtração, multiplicação e/ou divisão de números racionais.
	D11	Identificar as diferentes representações ou significados de um número racional: decimal, fracionário ou percentual.
	D12	Identificar frações equivalentes.

PROMOVER

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 7º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D13	Resolver situação-problema envolvendo as operações de adição, subtração, divisão e multiplicação de números racionais positivos e negativos escritos na forma decimal ou fracionária.
	D14	Calcular o valor de uma expressão algébrica envolvendo as operações: de adição, de subtração, de divisão, de multiplicação e de potenciação de números racionais.
	D15	Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
	D16	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo de porcentagens.
	D17	Resolver situação-problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
	D18	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).
	D19	Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.
	D20	Resolver equação ou inequação do 1º grau.
EIXO 2: GRANDEZAS E MEDIDAS	D21	Resolver situação-problema estabelecendo relações entre as unidades de medidas: de comprimento, massa e de capacidade.
	D22	Resolver situação-problema estabelecendo relações entre as unidades de tempo.
	D23	Estabelecer relações entre o horário de início e término e/ou intervalo da duração de um evento ou acontecimento.
	D24	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
	D25	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo da área de figuras planas.
	D26	Resolver situação-problema envolvendo noções de volume.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 7º ANO		
Descritores		
EIXO 3: ESPAÇO E FORMA	D27	Identificar a localização/movimentação de objetos em mapas, croquis e outras representações gráficas.
	D28	Identificar figuras planas pela descrição de seus elementos e propriedades: vértices, ângulos, forma, número de lados e posição relativa entre segmentos.
	D29	Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e de ângulos.
	D30	Identificar quadriláteros observando as relações entre seus lados (paralelos, congruentes ou perpendiculares).
	D31	Identificar as propriedades comuns e as diferenças entre figuras bidimensionais e/ou tridimensionais, relacionando-as com suas planificações.
	D32	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
	D33	Reconhecer as relações entre ângulos e/ou segmentos formados na intersecção de retas.
	D34	Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.
EIXO 4: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	D35	Associar informações ou dados numéricos apresentados em tabela simples ou de dupla entrada e/ou lista ao gráfico de colunas, barras, segmento ou de setores que as representam.
	D36	Resolver situação-problema com informações ou dados numéricos organizados em lista, tabela simples ou gráfico de colunas, barras ou segmento.
	D37	Resolver situação-problema envolvendo média aritmética ou ponderada.

Fonte: PROMOVER, 2011.

PROMOVER

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 8º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D01	Compreender e utilizar as características do SND tais como: o zero como indicativo de ausência de ordem, agrupamentos, trocas na base 10 e o princípio do valor posicional, na composição e/ou decomposição de um numeral nas suas diversas ordens.
	D02	Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do SND identificando a existência de ordens como décimos, centésimos e milésimos na leitura e escrita.
	D03	Comparar números racionais escritos na forma fracionária ou decimal.
	D04	Identificar a localização de números racionais/irracionais na reta numérica.
	D05	Resolver situação-problema que envolva as operações de adição e/ou subtração de números inteiros relativos.
	D06	Resolver situação-problema envolvendo os diferentes significados da multiplicação ou divisão de números naturais: adição de parcelas iguais, multiplicação comparativa, proporcionalidade, configuração retangular e combinatória, repartir.
	D07	Resolver situação-problema envolvendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números racionais escritos na forma decimal representando os valores de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro.
	D08	Calcular o resultado de operações envolvendo adição e/ou subtração de números inteiros relativos.
	D09	Calcular o resultado de operações envolvendo multiplicação, divisão e potenciação e/ou radiciação de números inteiros.
	D10	Calcular o resultado de operações envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e/ou radiciação de números racionais.
	D11	Identificar as diferentes representações ou significados de um número racional: decimal, fracionário ou percentual.
	D12	Identificar expressões equivalentes a uma dada expressão algébrica por meio de fatoração e/ou simplificação.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 8º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D13	Resolver situação-problema envolvendo as operações de adição, subtração, divisão e multiplicação de números racionais positivos e negativos escritos na forma decimal ou fracionária.
	D14	Calcular o valor de uma expressão algébrica envolvendo as operações: de adição, de subtração, de divisão, de multiplicação e de potenciação de números racionais.
	D15	Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
	D16	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo de porcentagens.
	D17	Resolver situação-problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
	D18	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).
	D19	Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.
	D20	Resolver equação ou inequação do 1º grau.
EIXO 2: GRANDEZAS E MEDIDAS	D21	Resolver situação-problema estabelecendo relações entre as unidades de medidas: de comprimento, massa e de capacidade.
	D22	Resolver situação-problema estabelecendo relações entre as unidades de tempo.
	D23	Estabelecer relações entre o horário de início e término e/ou intervalo da duração de um evento ou acontecimento.
	D24	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.

PROMOVER

MATRIZ DE REFERÊNCIA/ MATEMÁTICA – 8º ANO		
Descritores		
EIXO 2: GRANDEZAS E MEDIDAS	D25	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo da área de figuras planas.
	D26	Resolver situação-problema envolvendo noções de volume.
EIXO 3: ESPAÇO E FORMA	D27	Identificar a localização/movimentação de objetos em mapas, croquis e outras representações gráficas.
	D28	Resolver situação-problema utilizando a propriedade dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).
	D29	Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e de ângulos.
	D30	Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.
	D31	Identificar as propriedades comuns e as diferenças entre figuras bidimensionais e/ou tridimensionais, relacionando-as com suas planificações.
	D32	Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.
	D33	Reconhecer as relações entre ângulos e/ou segmentos formados na intersecção de retas.
	D34	Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.
EIXO 4: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	D35	Associar informações ou dados numéricos apresentados em tabela simples ou de dupla entrada e/ou lista ao gráfico de colunas, barras, segmento ou de setores que as representam.
	D36	Resolver situação-problema com informações ou dados numéricos organizados em lista, tabela simples ou gráfico de colunas, barras ou segmento.
	D37	Resolver situação-problema envolvendo média aritmética ou ponderada.

Fonte: PROMOVER, 2011.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 9º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D01	Compreender e utilizar as características do SND tais como: o zero como indicativo de ausência de ordem, agrupamentos, trocas na base 10 e o princípio do valor posicional, na composição e/ou decomposição de um numeral nas suas diversas ordens.
	D02	Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do SND identificando a existência de ordens como décimos, centésimos e milésimos na leitura e escrita.
	D03	Comparar números racionais escritos na forma fracionária ou decimal.
	D04	Identificar a localização de números reais na reta numérica.
	D05	Resolver situação-problema que envolva as operações de adição e/ou subtração de números inteiros relativos.
	D06	Resolver situação-problema envolvendo os diferentes significados da multiplicação ou divisão de números naturais: adição de parcelas iguais, multiplicação comparativa, proporcionalidade, configuração retangular e combinatória, repartir.
	D07	Resolver situação-problema envolvendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números racionais escritos na forma decimal representando os valores de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro.
	D08	Calcular o resultado de operações envolvendo adição e/ou subtração de números inteiros relativos.
	D09	Calcular o resultado de operações envolvendo multiplicação, divisão, potenciação e/ou radiciação de números inteiros.
	D10	Calcular o resultado de operações envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e/ou radiciação de números racionais.
	D11	Identificar as diferentes representações ou significados de um número racional: decimal, fracionário ou percentual.
	D12	Identificar expressões equivalentes a uma dada expressão algébrica por meio de fatoração e/ou simplificação.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 9º ANO		
Descritores		
EIXO 1: NÚMEROS E OPERAÇÕES	D13	Resolver situação-problema envolvendo as operações de adição, subtração, divisão e multiplicação de números racionais positivos e negativos escritos na forma decimal ou fracionária.
	D14	Calcular o valor de uma expressão algébrica envolvendo as operações: de adição, de subtração, de divisão, de multiplicação, de potenciação e radiciação de números racionais.
	D15	Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
	D16	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo de porcentagens.
	D17	Resolver situação-problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
	D18	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).
	D19	Identificar um sistema de equações ou inequações do 1º grau que expressa um problema.
	D20	Resolver equação ou inequação do 1º grau.
	D21	Resolver problema que envolva equação e/ou inequação do 2º grau.
	D22	Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.
EIXO 2: GRANDEZAS E MEDIDAS	D23	Resolver situação-problema estabelecendo relações entre as unidades de medidas: de comprimento, massa e de capacidade.
	D24	Resolver situação-problema estabelecendo relações entre as unidades de tempo.
	D25	Estabelecer relações entre o horário de início e término e/ou intervalo da duração de um evento ou acontecimento.
	D26	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
	D27	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo da área de figuras planas.
	D28	Resolver situação-problema envolvendo noções de volume.

MATRIZ DE REFERÊNCIA/MATEMÁTICA – 9º ANO		
Descritores		
EIXO 3: ESPAÇO E FORMA	D29	Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis, e outras representações gráficas.
	D30	Resolver situação-problema utilizando a propriedade dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).
	D31	Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.
	D32	Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.
	D33	Identificar as propriedades comuns e as diferenças entre figuras bidimensionais e/ou tridimensionais, relacionando-as com suas planificações.
	D34	Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.
	D35	Reconhecer as relações entre ângulos e/ou segmentos formados na intersecção de retas.
	D36	Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.
	D37	Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.
	D38	Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas.
	D39	Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.
EIXO 4: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	D40	Associar informações ou dados numéricos (números reais) apresentados em tabelas simples ou de dupla entrada aos gráficos de barras, colunas, segmentos ou setores que as representam.
	D41	Resolver situação-problema com informações ou dados numéricos organizados em lista, tabela simples ou gráfico de colunas, barras ou segmento.
	D42	Resolver situação-problema envolvendo média aritmética ou ponderada.

Fonte: PROMOVER, 2011.

ANEXO C – Termo de consentimento e livre esclarecido

Prezado (a) professor (a) você está sendo convidado a participar de uma pesquisa sobre a Prática didática dos professores do Ensino Fundamental, referente ao conceito de frações. O objetivo deste estudo é analisar as práticas docentes no ensino das frações: obstáculos didáticos presentes nessa prática. A sua participação consistirá em responder um questionário, ser entrevistado, fotografado, filmado, participar de uma oficina organizada pela pesquisadora, consentir a análise do seu planejamento, das suas atividades propostas para o ensino das operações com frações, bem como realizar observações participantes durante suas aulas de Matemática.

Além disso, você será convidado a expor suas perspectivas didáticas no ensino da Matemática, sua concepção de ensino e aprendizagem, o tipo de mediação, a sua prática pedagógica, a sua opinião sobre o papel do professor em relação ao processo de ensino e aprendizagem, os conhecimentos sobre o conteúdo a ser ensinado e como você desenvolve o trabalho pedagógico no sentido de contribuir para o ensino das operações com frações.

Gostaríamos de deixá-lo ciente que os dados coletados nesse estudo poderão ser utilizados em nossas publicações. Salientamos, ainda, que a sua identidade pessoal, o da instituição e dos seus alunos serão protegidas. Não haverá nenhuma compensação financeira pela a sua participação, nenhum prejuízo pela eventual não participação, portanto, a sua participação na pesquisa é inteiramente voluntária e contribuirá para os estudos na área de Educação Matemática.

O resultado obtido nestes estudos poderá ser utilizado para fins educacionais tais como elaboração de artigos para serem divulgados em revistas ou eventos da área educacional e elaboração de dissertação de mestrado.

Adesão

Declaro que li e entendi este formulário de consentimento, que todas as minhas dúvidas foram esclarecidas e que sou voluntário (a) a tomar parte nessa pesquisa. Contatos com a pesquisadora: Danise Regina Rodrigues da Silva (daniseregina@yahoo.com.br (67) 9216-5089).

Nome do (a) Professor(a): ____

E-mail:____

Telefone: (   ) ___________________

Campo Grande, MS ___/____/ 2015.

AUTORIZAÇÃO

A direção dessa unidade escolar autoriza a Professora Danise Regina Rodrigues da Silva realizar pesquisa sobre Prática dos professores que ensinam matemática: possiveis obstáculos didáticos presente no ensino de frações, com professores que ensinam matemática (anos iniciais) e especialistas (anos finais), do Ensino Fundamental.

____