UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE CASSILÂNDIA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Daniel Leonel do Prado

CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA QUE SÃO ABORDADOS NO ENSINO DE FÍSICA NO ENSINO MÉDIO

Cassilândia – MS
Novembro de 2018

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE CASSILÂNDIA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Daniel Leonel do Prado

CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA QUE SÃO ABORDADOS NO ENSINO DE FÍSICA NO ENSINO MÉDIO

Monografia apresentada à Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul – UEMS - Unidade de Cassilândia com requisito para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marco Aparecido Queiroz Duarte

Cassilândia – MS
Novembro de 2018

P916c Prado, Daniel Leonel do

Conteúdos de matemática que são abordados no ensino de física no ensino médio / Daniel Leonel do Prado. Cassilândia, MS: UEMS, 2018.

73p. ; 30cm.

Monografia (Graduação) – Matemática – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, 2018.

Orientador: Prof. Dr. Marco Aparecido Queiroz Duarte.

1. Matemática 2. Ensino de física 3.Ensino médio. I. Título.

CDD 23.ed. 510

TERMO DE APROVAÇÃO

Daniel Leonel do Prado

CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA QUE SÃO ABORDADOS NO ENSINO DE FÍSICA NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de conclusão de curso aprovado como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática, na Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Unidade Universitária de Cassilândia, pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. Marco Aparecido Queiroz Duarte
Orientador

Prof. Dr. Edmilson de Souza
UEMS/Cassilândia (MS)

Prof. Me. Valmir Ancelmo Dias.
UEMS/Cassilândia (MS)

Cassilândia, 12 de novembro de 2018

A Deus que iluminou o meu caminho
durante esta caminhada.

Aos meus familiares.

Agradecimentos

A Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades.

Aos meus pais e minha irmã, pelo amor, incentivo e apoio incondicional.

Ao Prof. Dr. Marco Aparecido Queiroz Duarte, por aceitar-me como orientado, sempre mostrando o melhor caminho a seguir.

Aos professores Valmir Ancelmo, Eloene Peres, Irene Coelho, Edimilson de Souza, Aline Bistaffa e os demais pelos ensinamentos e conselhos que levarei para a vida toda. Muito obrigado por proporcionarem-me conhecimentos gerais e específicos sobre diversos assuntos.

Ao Thales, Marcos, Bruno, Ederson, Milena, Suelen, Israel, Letiele e entre outros amigos e colegas companheiros de trabalhos e irmãos na amizade que fizeram parte da minha formação e que vão continuar presentes em minha vida com certeza. Obrigado amigos por cada momento que vivemos.

A todos que contribuíram diretamente ou indiretamente na realização desse trabalho.

“A física é a poesia da natureza. A matemática, o idioma.”

Antonio Gomes Lacerda

Resumo

O presente trabalho tem por finalidade mostrar aplicações entre a Matemática e a Física na educação básica. Para isso, primeiro é apresentado um breve contexto histórico sobre a ligação feita por Galileu Galilei entre essas duas áreas, pois até um dado tempo não havia confirmação desta ligação entres as duas disciplinas. Em seguida serão apresentados alguns conteúdos da Matemática que são abordados no ensino da Física no ensino médio, mostrando que os conteúdos de física dependem da matemática para serem mais bem compreendidos. Também, são apresentados textos de como os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNs) e o Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino de Mato Grosso do Sul afirmam que o ensino dessas duas disciplinas tem como principal objetivo a ligação dos conteúdos com as diversas situações vivenciadas pelos alunos, tornando mais fácil a compreensão dos mesmos.

Palavras-chave: matemática, física, aprendizagem dos alunos.

Abstract

The present work aims to show applications between Mathematics and Physics in basic education. For this, a brief historical context is presented on the connection made by Galileo Galilei between these two areas, because until a given time there was no confirmation of this connection between the two disciplines. Next will be presented some contents of Mathematics that are approached in the teaching of Physics in high school, showing that the contents of physics depend on mathematics to be better understood. Also, texts are presented on how the National Curricular Parameters of Secondary Education (PCNs) and the Curricular Framework of the State Educational Network of Mato Grosso do Sul state that the teaching of these two disciplines has as main objective the connection of the contents with the different situations experiences, making it easier to understand them.

Keywords: mathematics, physics, student learning.

Sumário

Introdução

As disciplinas da área de ciências exatas presentes no ensino básico frequentemente são motivo de discussão sobre abordagem de seus conteúdos junto aos alunos. Isso acontece principalmente com física e matemática.

O ensino de matemática é muitas vezes questionado por alunos e até mesmo professores. Pois o alto nível de abstração da maioria de seus conteúdos leva alguns a questionarem se realmente é necessário estuda-los. Principalmente para aqueles que não pretendem seguir carreira na área de ciências exatas. Uma frase comum entre os estudantes é "eu não vou usar e nem uso isso, então não tenho que estudar". Essa frase deixa claro que muitos não conseguem ver ligação entre o que veem em sala de aula e o que vivenciam em seu dia a dia.

Os questionamentos em relação ao ensino de física não são muitos diferentes dos da matemática. O que diferencia física e matemática é que a física busca explicar fenômenos naturais, isso a torna mais atrativa para seus estudantes. Mas, não obstante esta deixa de ter conteúdos que são questionados quanto a sua presença na ementa da disciplina.

Mas, na física, ao se tentar explicar fenômenos naturais, geralmente é necessário modelá-los para que possam ser melhor entendidos e generalizados. É nesse ponto que a matemática entra para auxiliar a física. Pois, geralmente, todo fenômeno estudado acaba com um modelo matemático que o generaliza.

Assim, podemos dizer que física e matemática são duas áreas muito correlatas, cujas aplicações de seus conteúdos dependem uma da outra.

Ao se fazer a ligação entre os ensinos de física e matemática se faz o fortalecimento das duas áreas, dando sentido ao ensino das mesmas para os alunos. Pois, os estudantes acabam tendo uma primeira aplicação para os conteúdos estudados dentro da própria escola, ou seja, na própria ementa das disciplinas. O próximo passo, para professores de física e matemática, é fazer a ligação entre os conteúdos estudados e o dia a dia dos estudantes, por meio de exemplos contextualizados.

Neste trabalho de conclusão de curso, com base no que foi relatado nos parágrafos anteriores, procurar-se-á mostrar algumas relações entre a física e a matemática. Elencando alguns conteúdos de matemática básica que estão presentes no ensino de física e mostrando onde e como eles são aplicados. Para isso, tais conteúdos serão definidos e terão suas principais propriedades apresentadas. Depois, serão apontados alguns conteúdos de físicas nos quais eles são aplicados, com a apresentação de exemplos. Também fará parte do trabalho, as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais e do Referencial Curricular do Ensino Médio de Mato Grosso do Sul sobre os ensinos de física e matemática.

Vale ressaltar ainda que esse trabalho corrobora com os documentos balizadores da educação brasileira, regionais ou nacionais, que pregam que deve haver interdisciplinaridade entre as diversas áreas presentes na educação básica. Estes documentos ainda alertam sobre a necessidade de atratividade no ensino de matemática e física, com o uso de exemplos contextualizados com o cotidiano dos alunos, com as realidades locais, regionais, nacionais e mundiais. Principalmente nas questões sociais, tais como preservação do meio ambiente e desenvolvimento sustentável, além da formação dos alunos como cidadãos. Ou seja, o ensino de física e matemática não deve estar dissociado da realidade do aluno e de sua coletividade.

Segundo os PCNS a matemática tem como objetivo desempenhar nos alunos a capacidade de compreender e desenvolver métodos para resolver tanto problemas científicos ou até mesmo do cotidiano, a partir desses conhecimentos os alunos podem adquirir a segurança para adapta-los a diferentes contextos no qual possam ser aplicadas em várias áreas do conhecimento. O aluno precisa perceber que a matemática é uma ciência que envolve vários conteúdos no qual estão ligados na forma de compreender o mudo em que vive (BRASIL, 2000).

A física ensinada no ensino médio tem como função em despertar a interpretação dos fenômenos naturais e assim permiti que a natureza está em constante mudança. É necessário também que essa cultura em Física inclua a compreensão do conjunto de equipamentos e procedimentos, técnicos ou tecnológicos, do cotidiano doméstico, social e profissional. Ao propiciar esses conhecimentos, o aprendizado da Física promove a articulação de toda uma visão de mundo, de uma compreensão dinâmica do universo, mais ampla do que nosso entorno material imediato, capaz, portanto, de transcender nossos limites temporais e espaciais. A física muitas vezes é ensinada através de formas e conceitos que estão distantes do cotidiano vivenciado pelo aluno. Mostrando o conhecimento como algo acabado, fruto da genialidade de mentes brilhantes, favorecendo a ideia de que não resta mais nenhum problema significativo a ser resolvido, não basta elaborar novas listas de exercícios. É preciso promover um conhecimento da física contextualizado e integrado à vida de cada jovem (BRASIL, 2000).

O Referencial Curricular do Ensino Médio aborda a matemática e a física como uma ciência que estão ligadas com as outras áreas de ensino e tem como função de nortear o ensino aprendizagem dessas disciplinas, fazendo a ligação dos conteúdos com a realidade vivenciada pelos estudantes. A capacidade da aprendizagem do aluno vem a partir da escola e dos professores no qual buscam métodos eficazes, preparando os alunos para terem conhecimento para saberem enfrentar as diversas situações, no qual irá saber expressar suas ideias. O professor não pode admitir a postura passiva do aluno que busca conhecimentos prontos do professor a serem digeridos (MS, 2008).

Para as competências desenvolvidas pelos estudantes por meio do ensino da matemática, consideramos que ela é relevante para proporcionar ao estudante/cidadãos instrumentos à vida, exigência da era de informação, tecnologia e globalização, ressaltamos que ela vai muito além. Vista desta forma, a Matemática é também um recurso lógico e intelectual fundamental para transitar nas demais áreas do conhecimento (MS, 2008).

Inicia-se por apresentar, no Capítulo 1, uma introdução histórica onde se faz se relato de Galileu Galilei e sua contribuição no campo da ciência. Sendo que Galileu solucionou vários problemas que na época eram tidos como sem solução, a partir disso ele obteve dados empíricos através da experimentação, na qual foi aperfeiçoando os seus métodos e assim pode contribuir para uma área da ciência que era menos estudada por muitos experimentalista da época, a Matemática.

Galileu Galilei avançou em seus estudos e ao realizar um importante experimento que ao final lhe rendeu uma compreensão mais clara a respeito de um dos conceitos mais importantes da Física, a Inércia. Esse conceito seria finalizado, corretamente, através de Isaac Newton. Entretanto, Galileu chega a duas importantes constatações teóricas com implicações diretas para uma possível formulação matemática, são elas:

Sob a ação de uma força constante (a gravidade), o espaço percorrido por um corpo é proporcional ao quadrado do tempo empregado;

Sob a ação de uma força constante, um corpo se desloca de modo que a sua velocidade, em todo instante, é proporcional ao tempo empregado.

Essas constatações foram possíveis mediante o uso de um plano inclinado para realizar diversos estudos.

Segundo Nascimento (1980, p.143), que realiza a tradução de parte do texto da última obra de Galileu, ele preferiu organizar na forma de diálogos entre três personagens: Sagredo, Simplício e Salviati. Alguns dos discursos desses personagens evidenciam as preocupações e o uso da Matemática em seus argumentos. A seguir são destacados dois fragmentos em que são explicitadas as presenças de termos que fazem referência ao uso da Matemática para explicitar a força que Galileu via em suas próprias teses.

O restante do texto será organizado da seguinte forma: como já dito,no Capítulo 1 será apresentado um breve contexto histórico entre física e matemática; no Capítulo2 será feito um breve relato de como os Parâmetros Curriculares Nacionais e do Referencial Curricular do Ensino Médio de Mato Grosso do Sul orientam sobre os ensinos de física e matemática; no Capítulo 3 serão apresentados os conteúdos grandezas, medidas e notação científica; o Capítulo 4 tratará de vetores; no Capítulo 5 estarão presentes os conteúdos função polinomial do primeiro grau e função polinomial do segundo grau; no Capítulo 6 será composto dos conteúdos trigonometria e logaritmos; por fim, no Capítulo 7 são apresentadas as considerações finais sobre esse trabalho.

1 – Matemática e Física: Um contexto histórico.

A Ciência Moderna tem suas raízes mesmo antes do tempo que, historicamente, é aceito por convenção para seu surgimento. Galileu Galilei é apontado como o Pai da Ciência Moderna, mas suas leituras remetem à idade média. E, a idade média traz como herança esse cientista italiano uma atmosfera que é marcada por diferentes problemas de ordem prática. Alguns desses problemas, nas mãos de Galileu, tornaram-se em soluções como: a balança hidrostática, o compasso geométrico, uma régua de cálculo, relógio de pêndulo, binóculos e o seu famoso telescópio astronômico, que teve papel importante na navegação.

Esse caráter prático está entranhado na obra construída por Galileu através de sua defesa inequívoca pelo cuidado na obtenção de dados empíricos. Dessa maneira, a experimentação surge como um forte traço da Ciência Moderna concebida por esse cientista. Entretanto, Galileu Galilei avançou em seus estudos, refinando seu método a partir de novas contribuições científicas, porém, em uma área menos tangível para muitos experimentalistas de sua época, a Matemática.

Baptista e Ferracioli (2000, p.272) ao investigarem a construção do princípio de Inércia localizam pelo menos três importantes referências que possivelmente eram conhecidas de Galileu Galilei. Os trabalhos de Philiponos (475-565), Buridan (1297-1358) e Oresme (1320-1382) contribuíram significativamente no campo teórico. Essas contribuições expressavam ideias como as relações entre a velocidade de um corpo e possíveis forças associadas a seu movimento.

A questão anterior se refere mais precisamente aos estudos acerca do que impulsiona um determinado corpo, isto é, analisar o aspecto de responsabilidade pelo movimento, e, por outro lado, o aspecto acerca da resistência ao movimento, ou, de outra maneira, explicar a redução da velocidade dos corpos. Embora na época não houvesse uma expressão matemática para representar esses aspectos, as ideias confluíam para algo como:

$$\boldsymbol{V} \propto (\boldsymbol{F} - \boldsymbol{R})$$

Galileu Galilei avançou em seus estudos e ao realizar um importante experimento que ao final lhe rendeu uma compreensão mais clara a respeito de um dos conceitos mais importantes da Física, a Inércia. Esse conceito seria finalizado, corretamente, através de Isaac Newton. Entretanto, Galileu chega a duas importantes constatações teóricas com implicações diretas para uma possível formulação matemática, são elas:

Sob a ação de uma força constante (a gravidade), o espaço percorrido por um corpo é proporcional ao quadrado do tempo empregado;

Sob a ação de uma força constante, um corpo se desloca de modo que a sua velocidade, em todo instante, é proporcional ao tempo empregado.

Essas constatações foram possíveis mediante o uso de um plano inclinado para realizar diversos estudos. Baptista e Ferracioli (2000, p.273) esboçaram um esquema do plano inclinado de Galileu Galilei. A figura 1 ilustra o esquema.

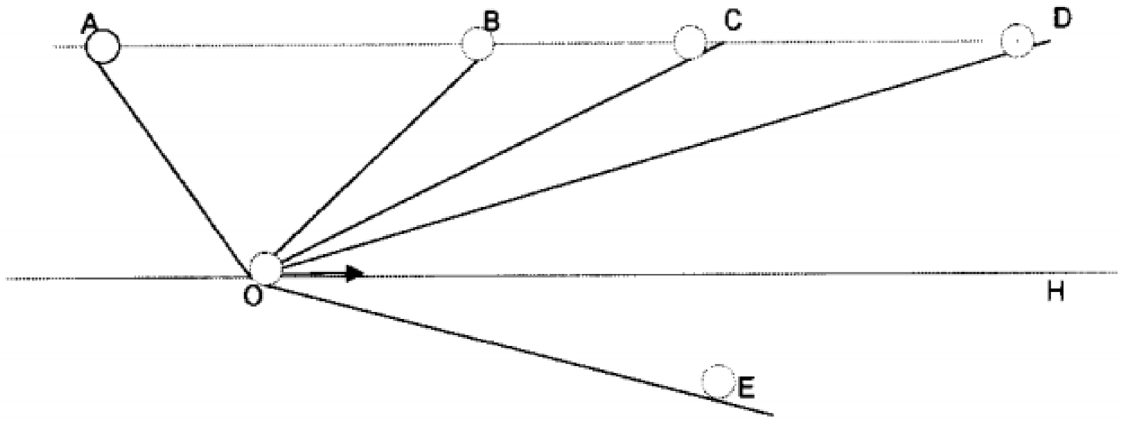

Figura 1 - Esquema do Plano Inclinado segundo Galileu.

Fonte: BAPTISTA, José Plínio; FERRACIOLI, Laércio. 2000

De acordo com a figura 1, um corpo ao ser deixado do ponto A, desce o plano inclinado e ganha velocidade gradativamente, chegando ao ponto O. A partir do ponto O há várias possibilidades de trajetórias, sendo elas representadas pelas letras B, C, D, E e H. No caso de H, Galileu conclui que o movimento do corpo não cessaria. Entretanto, Galileu, diferente de Isaac Newton acredita que tal movimento seguiria a curvatura do planeta Terra.

Ao final desse trabalho, as equações a que se chegam são hoje conhecidas tanto nos estudos de Cinemática na Educação Básica como Superior pela seguintes equações:

$$\boldsymbol{s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\, a t^2}$$

$$\boldsymbol{v = v_0 + a \, . \, t}$$

Posteriormente, em 1638, é publicado o último trabalho de Galileu sob o título “Discursos e Demonstrações Matemáticas acerca de Duas Novas Ciências” que aborda estudos mais avançados que relacionam diretamente a Mecânica e o que ele chama de Movimentos Locais. A importância de destacar essa obra entre outras é o fato de ser um relevante marco histórico de aproximação entre Matemática e Física pelas mãos do Pai da Ciência Moderna. Esse registro está na própria capa, em que Galileu deixa claro suas intenções (uma novidade para a época), usar a autoridade da matemática, que era tida como uma expressão divina, para referenciar um experimento, e no fim sustentar suas principais ideias sobre a cinemática do movimento dos corpos. A figura 2 ilustra a capa da última obra de Galileu.

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue scienze
Attenenti alla
MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filosofo e Matematico primario del Serenissimo
Grand Duca di Toscana.
Con una Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN LEIDA,
Appresso gli Elsevirii. M. D. C. XXXVIII.

Figura 2 - Capa do Último Livro de Galileu

Fonte: (CARNEIRO, 1965)

Nascimento (1980, p.143) realiza a tradução de parte do texto da última obra de Galileu, que ele preferiu organizar na forma de diálogos entre três personagens: Sagredo, Simplício e Salviati. Alguns dos discursos desses personagens evidenciam as preocupações e o uso da Matemática em seus argumentos. A seguir são destacados dois fragmentos em que são explicitados a presença de termos que fazem referência ao uso da Matemática para explicitar a força que Galileu via em suas próprias teses:

> *Sagredo. A isto me refiro e sobretudo à última conclusão que ele acrescenta, a qual eu sempre julguei vã concepção do vulgo; isto é, que nestas e outras máquinas semelhantes não se pode argumentar das pequenas para as grandes, porque muitas invenções de máquinas dão certo em pequeno e depois, em grande, não subsistem. Mas, sendo que todas as razões da mecânica têm os seus fundamentos na geometria, na qual não vejo que a grandeza ou a pequeneza torne os círculos, os triângulos, os cilindros, os cones e*

> *quaisquer outras figuras sólidas sujeitas, estas a certas propriedades, e aquelas a outras, então se a máquina grande for fabricada em todas as suas partes conforme às proporções da menor, sendo esta válida e resistente para o uso ao qual é destinada, não posso ver porque aquela não seja também isenta dos choques que lhe possam sobrevir, sinistros e destrutivos.*

O argumento de Sagredo procura justificar que as garantias quanto ao bom funcionamento de uma máquina construída em diferentes escalas está nos postulados da Geometria, afinal as peças de uma máquina podem conter triângulos, cones, entre outros. O que procura Galileu é justificar as relações de validade entre um protótipo e a máquina final. Salviati vai pelo mesmo caminho:

> *Salviati. (...) muitas máquinas poderão ser feitas mais perfeitas em grande do que em pequeno. Como, por exemplo, se fará um relógio que mostre e bata as horas, mais exato de uma tal grandeza do que de uma outra menor. Com melhor fundamento sustentam aquela mesma sentença outros mais inteligentes, os quais reportam a causa do sucesso de tais máquinas grandes, não de acordo ao que se recolhe das puras e abstratas demonstrações geométricas, mas à imperfeição da matéria que está sujeita a muitas alterações e imperfeições. Mas aqui não sei se poderei, sem tropeçar em alguma nota de arrogância, dizer que nem mesmo o recorrer às imperfeições da matéria, capazes de contaminar as puríssimas demonstrações matemáticas, basta para escusar a desobediência das máquinas em concreto às mesmas abstratas e ideais. (...)*
>
> *E porque eu suponho que a matéria é inalterável, isto é, sempre a mesma, é manifesto que dela, como de afecção eterna e necessária, se podem produzir demonstrações não menos que das outras pura e simplesmente matemáticas.*

O discurso de Salviati, em dois momentos, destaca o valor das demonstrações matemáticas argumentando acerca das possíveis "imperfeições" da matéria como uma possível explicação para as diferenças entre um protótipo e a máquina de fato (variação de escala de construção). Finalmente, Salviati faz um apelo a Sagredo, de que mude sua opinião, considerando novamente, como base, argumentos Matemáticos:

> *Por isso, senhor Sagredo, revogue a opinião que tinha, e isto com muitos outros que na mecânica fizeram estudo, de que as máquinas e as construções compostas com as mesmas matérias, com exata observância das mesmas proporções entre as suas partes, devem ser igualmente ou, para dizer melhor, proporcionalmente aptas a resistir e a ceder às incursões e violências externas; porque se pode demonstrar geometricamente que sempre as maiores são em proporção menos resistentes que as menores. De tal modo que, enfim, não só de todas as máquinas e construções artificiais, mas também das naturais, há um limite necessariamente prescrito além do qual nem a arte nem a natureza pode ir. Digo "ir além", conservando sempre as mesmas proporções e com idêntica matéria.*

A Matemática de Galileu Galilei o auxiliou sobremaneira na defesa de seus experimentos. Entretanto, ao final de sua vida foi proibido pela Santa Inquisição de transitar livremente para além dos limites de sua casa, isto porque, sua tese acerca do Heliocentrismo (o Sol ocupando o centro do Sistema Solar) não foi acolhida pela igreja da época, que via em seus argumentos, não a pureza da Matemática (como via Galileu), mas como uma ameaça a interpretações próprias que a Igreja fazia do texto bíblico acerca do funcionamento do Universo Físico.

Galileu enxergava na Matemática a mão do próprio Deus. E, ele não estava sozinho. Os pensadores do Renascimento se dividiam em dois grandes grupos segundo Nascimento Júnior (2001, pág.266) quanto aos argumentos explicativos sobre o Universo:

a) Há aqueles que entendem que o mundo é a expressão de um Deus matemático (dos neoplatônicos);
b) E os que acreditam que esse mundo é dirigido pelas intenções de um Deus lógico (dos aristotélicos).

Segundo Koyré (1973), os pensadores do Renascimento, entre eles Johannes Kepler, passaram a defender uma ideia fundamental que é a “substituição do cosmo estruturado e hierarquizado de Aristóteles por um universo matemático construído, à maneira de Platão, de forma geométrica, onde cada uma de suas partes é regida pelas mesmas leis das outras partes que o constituem”. É nesse contexto que as ideias de Galileu passaram a tomar vulto, o que é confirmado pelas pesquisas de Nascimento Junior (2001, pág. 267), ao investigar as obras de 1943 do Historiador da Ciência Alexandre Koyré:

> *O mesmo Deus platônico de Kepler é o inspirador de Galileu, para quem o conhecimento matemático permite ao espírito humano atingir a perfeição do entendimento divino.*

Finalmente, conclui-se que as relações entre Matemática e Física remontam a alguns séculos. E, na Educação Básica dos dias atuais, recortes históricos como os apresentados acima são fundamentais para ilustrar aos estudantes a relevância dos estudos de Matemática, não somente na Física, mas também no cotidiano. Como ficou demonstrado, parte das obras de Galileu Galilei sempre se referiram, embora considerando as abstrações da Matemática, o caráter prático dentro da sociedade, tal como a construção de máquinas, ou barcos, ou mesmo diversos outros equipamentos para facilitar a vida das pessoas, como a balança de precisão.

2 – Matemática e Física no Ensino Médio segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio e o Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino de Mato Grosso do Sul.

Neste capítulo são a apresentas as visões do ensino de matemática e física no ensino médio segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNEM) e o Referencial Curricular do Estado de Mato Grosso do Sul. Por último, na seção 2.3, é apresentada a opinião do autor desse trabalho a respeito dos dois documentos quanto ao ensino de física e matemática pensando na interdisciplinaridade. Neste capítulo, com exceção da seção 2.3, as demais são transcrições fiéis de tais documentos.

2.1 – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM)

2.1.1 – Matemática

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.

No que diz respeito ao caráter instrumental da Matemática no Ensino Médio, ela deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, assim como para a atividade profissional. Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno.

Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações.

A matemática no Ensino Médio não possui apenas o caráter formativo ou instrumental, mas também deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas.

Por fim, cabe à Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida. Sem dúvida, cabe a todas as áreas do Ensino Médio auxiliar no desenvolvimento da autonomia e da capacidade de pesquisa, para que cada aluno possa confiar em seu próprio conhecimento.

As finalidades do ensino de Matemática no nível médio indicam como objetivos levar o aluno a:

• compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;

• aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;

• analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;

• desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;

• utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;

• expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;

• estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;

• reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;

• promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.

Como vimos, a Matemática, integrando a área das Ciências da Natureza e Tecnologia do Ensino Médio, tem caráter instrumental mais amplo, além de sua dimensão própria, de investigação e invenção. Certamente, ela se situa como linguagem, instrumento, portanto de expressão e raciocínio, estabelecendo-se também como espaço de elaboração e compreensão de ideias que se desenvolvem em estreita relação com o todo social e cultural, portanto ela possui também uma dimensão histórica. Por isso, o conjunto de competências e habilidades que o trabalho de Matemática deve auxiliar a desenvolver pode ser descrito tendo em vista este relacionamento com as demais áreas do saber, cada uma delas aglutinadora de área correspondente no Ensino Médio, o que consta do quadro resumo das competências e habilidades gerais da área.

Para que essa etapa da escolaridade possa complementar a formação iniciada na escola básica e permitir o desenvolvimento das capacidades que são os objetivos do ensino de Matemática, é preciso rever e redimensionar alguns dos temas tradicionalmente ensinados.

De fato, não basta revermos a forma ou metodologia de ensino, se mantivermos o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação. Pois, se os conceitos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as ideias isoladas e desconectadas umas das outras. Acredita-se que o aluno sozinho seja capaz de construir as múltiplas relações entre os conceitos e formas de raciocínio envolvidas nos diversos conteúdos; no entanto, o fracasso escolar e as dificuldades dos alunos frente à Matemática mostram claramente que isso não é verdade.

Também por isso, o currículo a ser elaborado deve corresponder a uma boa seleção, deve contemplar aspectos dos conteúdos e práticas que precisam ser enfatizados. Outros aspectos merecem menor ênfase e devem mesmo ser abandonados por parte dos organizadores de currículos e professores. Essa organização terá de cuidar dos conteúdos mínimos da Base Nacional Comum, assim como fazer algumas indicações sobre possíveis temas que podem compor a parte do currículo flexível, a ser organizado em cada unidade escolar, podendo ser de aprofundamento ou direcionar-se para as necessidades e interesses da escola e da comunidade em que ela está inserida.

Os elementos essenciais de um núcleo comum de matemática devem compor uma série de temas ou tópicos escolhidos a partir de critérios que visam ao desenvolvimento das atitudes e habilidades descritas anteriormente.

O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência.

Competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática

Representação e comunicação

• Ler e interpretar textos de Matemática.

• Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc.).

• Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.

• Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.

• Produzir textos matemáticos adequados.

• Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação.

• Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.

Investigação e compreensão

• Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc).

• Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.

• Formular hipóteses e prever resultados.

• Selecionar estratégias de resolução de problemas.

• Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.

• Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.

• Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.

• Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.

Contextualização sociocultural

• Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.

• Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.

• Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade.

• Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

2.1.2 – Física

A Física é um conhecimento que permite elaborar modelos de evolução cósmica, investigar os mistérios do mundo submicroscópico, das partículas que compõem a matéria, ao mesmo tempo que permite desenvolver novas fontes de energia e criar novos materiais, produtos e tecnologias.

Espera-se que o ensino de Física, no ensino médio, contribua para a formação de uma cultura científica efetiva, que permita ao indivíduo a interpretação dos fatos, fenômenos e processos naturais, situando e dimensionando a interação do ser humano com a natureza como parte da própria natureza em transformação. Para tanto, é essencial que o conhecimento físico seja explicitado como um processo histórico, objeto de contínua transformação e associado às outras formas de expressão e produção humanas. É necessário também que essa cultura em Física inclua a compreensão do conjunto de equipamentos e procedimentos, técnicos ou tecnológicos, do cotidiano doméstico, social e profissional.

Ao propiciar esses conhecimentos, o aprendizado da Física promove a articulação de toda uma visão de mundo, de uma compreensão dinâmica do universo, mais ampla do que nosso entorno material imediato, capaz, portanto, de transcender nossos limites temporais e espaciais. Assim, ao lado de um caráter mais prático, a Física revela também uma dimensão filosófica, com uma beleza e importância que não devem ser subestimadas no processo educativo. Para que esses objetivos se transformem em linhas orientadoras para a organização do ensino de Física no Ensino Médio, é indispensável traduzi-los em termos de competências e habilidades, superando a prática tradicional.

O ensino de Física tem-se realizado frequentemente mediante a apresentação de conceitos, leis e fórmulas, de forma desarticulada, distanciados do mundo vivido pelos alunos e professores e não só, mas também por isso, vazios de significado. Privilegia a teoria e a abstração, desde o primeiro momento, em detrimento de um desenvolvimento gradual da abstração que, pelo menos, parta da prática e de exemplos concretos. Enfatiza a utilização de fórmulas, em situações artificiais, desvinculando a linguagem matemática que essas fórmulas representam de seu significado físico efetivo. Insiste na solução de exercícios repetitivos, pretendendo que o aprendizado ocorra pela automatização ou memorização e não pela construção do conhecimento através das competências adquiridas. Apresenta o conhecimento como um produto acabado, fruto da genialidade de mentes como a de Galileu, Newton ou Einstein, contribuindo para que os alunos concluam que não resta mais nenhum problema significativo a resolver. Além disso, envolve uma lista de conteúdos demasiadamente extensa, que impede o aprofundamento necessário e a instauração de um diálogo construtivo.

Não se trata, portanto, de elaborar novas listas de tópicos de conteúdo, mas sobretudo de dar ao ensino de Física novas dimensões. É preciso promover um conhecimento da física contextualizado e integrado à vida de cada jovem. Apresentar uma Física que explique a queda dos corpos, o movimento da lua ou das estrelas no céu, o arco-íris e também os raios laser, as imagens da televisão e as formas de comunicação. Uma Física que explique os gastos da "conta de luz" ou o consumo diário de combustível e também as questões referentes ao uso das diferentes fontes de energia em escala social, incluída a energia nuclear, com seus riscos e benefícios. Uma Física que discuta a origem do universo e sua evolução. Que trate do refrigerador ou dos motores a combustão, das células fotoelétricas, das radiações presentes no dia-a-dia, mas também dos princípios gerais que permitem generalizar todas essas compreensões. Uma Física cujo significado o aluno possa perceber no momento em que aprende, e não em um momento posterior ao aprendizado.

Para isso, é imprescindível considerar o mundo vivencial dos alunos, sua realidade próxima ou distante, os objetos e fenômenos com que efetivamente lidam ou os problemas e indagações que movem sua curiosidade. Esse deve ser o ponto de partida e, de certa forma, também o ponto de chegada. Ou seja, feitas as investigações, abstrações e generalizações potencializadas pelo saber da Física, em sua dimensão conceitual, o conhecimento volta-se novamente para os fenômenos significativos ou objetos tecnológicos de interesse, agora com um novo olhar, como o exercício de utilização do novo saber adquirido, em sua dimensão aplicada ou tecnológica.

Sendo o Ensino Médio um momento particular do desenvolvimento cognitivo dos jovens, o aprendizado de Física tem características específicas que podem favorecer uma construção rica em abstrações e generalizações, tanto de sentido prático como conceitual. Levando-se em conta o momento de transformações em que vivemos, promover a autonomia para aprender deve ser preocupação central, já que o saber de futuras profissões pode ainda estar em gestação, devendo buscar-se competências que possibilitem a independência de ação e aprendizagem futura.

Mas habilidades e competências concretizam-se em ações, objetos, assuntos, experiências que envolvem um determinado olhar sobre a realidade, ao qual denominamos Física, podendo ser desenvolvidas em tópicos diferentes, assumindo formas diferentes em cada caso, tornando-se mais ou menos adequadas dependendo do contexto em que estão sendo desenvolvidas. Forma e conteúdo são, portanto, profundamente interdependentes e condicionados aos temas a serem trabalhados.

Será apresentado, a seguir, alguns exemplos, segundo o PCNEM, que ilustram e demarcam a contribuição da Física para a formação dos jovens no Ensino Médio. Iniciaremos essa trajetória pelo campo da investigação e compreensão em Física, na medida em que é sobre esse saber que devem desenvolver-se as competências relacionadas aos demais campos.

A Física tem uma maneira própria de lidar com o mundo, que se expressa não só através da forma como representa, descreve e escreve o real, mas sobretudo na busca de regularidades, na conceituação e quantificação das grandezas, na investigação dos fenômenos, no tipo de síntese que promove. Aprender essa maneira de lidar com o mundo envolve competências e habilidades específicas relacionadas à compreensão e investigação em Física.

Uma parte significativa dessa forma de proceder traduz-se em habilidades relacionadas à investigação. Como ponto de partida, trata-se de identificar questões e problemas a serem resolvidos, estimular a observação, classificação e organização dos fatos e fenômenos à nossa volta segundo os aspectos físicos e funcionais relevantes.

Investigar tem, contudo, um sentido mais amplo e requer ir mais longe, delimitando os problemas a serem enfrentados, desenvolvendo habilidades para medir e quantificar, seja com réguas, balanças, multímetros ou com instrumentos próprios, aprendendo a identificar os parâmetros relevantes, reunindo e analisando dados, propondo conclusões. Como toda investigação envolve a identificação de parâmetros e grandezas, conceitos físicos e relações entre grandezas, a competência em Física passa necessariamente pela compreensão de suas leis e princípios, de seus âmbitos e limites. A compreensão de teorias físicas deve capacitar para uma leitura de mundo articulada, dotada do potencial de generalização que esses conhecimentos possuem.

Contudo, para que de fato possa haver uma apropriação desses conhecimentos, as leis e princípios gerais precisam ser desenvolvidos passo a passo, a partir dos elementos próximos, práticos e vivenciais. As noções de transformação e conservação de energia, por exemplo, devem ser cuidadosamente tratadas, reconhecendo-se a necessidade de que o "abstrato" conceito de energia seja construído "concretamente", a partir de situações reais, sem que se faça apelo a definições dogmáticas ou a tratamentos impropriamente triviais.

É essencial também trabalhar com modelos, introduzindo-se a própria idéia de modelo, através da discussão de modelos microscópicos. Para isso, os modelos devem ser construídos a partir da necessidade explicativa de fatos, em correlação direta com os fenômenos macroscópicos que se quer explicar. Por exemplo, o modelo cinético dos gases pode ajudar a compreender o próprio conceito de temperatura ou processos de troca de calor, enquanto os modelos para a interação da luz com diferentes meios podem ser utilizados para explicar as cores dos objetos, do céu ou a fosforescência de determinados materiais.

Essas habilidades, na medida em que se desenvolvam com referência no mundo vivencial, possibilitam uma articulação com outros conhecimentos, uma vez que o mundo real não é em si mesmo disciplinar. Assim, a competência para reconhecer o significado do conceito de tempo como parâmetro físico, por exemplo, deve ser acompanhada da capacidade de articular esse conceito com os tempos envolvidos nos processos biológicos ou químicos e mesmo sua contraposição com os tempos psicológicos, além da importância do tempo no mundo da produção e dos serviços. A competência para utilizar o instrumental da Física não significa, portanto, restringir a atenção aos objetos de estudo usuais da Física: o tempo não é somente um valor colocado no "eixo horizontal" ou um parâmetro físico para o estudo dos movimentos.

Abordagem e tema não são aspectos independentes. Será necessário, em cada caso, verificar quais temas promovem melhor o desenvolvimento das competências desejadas. Por exemplo, o tratamento da Mecânica pode ser o espaço adequado para promover conhecimentos a partir de um sentido prático e vivencial macroscópico, dispensando modelagens mais abstratas do mundo microscópico. Isso significaria investigar a relação entre forças e movimentos, a partir de situações práticas, discutindo-se tanto a quantidade de movimento quanto as causas de variação do próprio movimento.

A Física expressa relações entre grandezas através de fórmulas, cujo significado pode também ser apresentado em gráficos. Utiliza medidas e dados, desenvolvendo uma maneira própria de lidar com os mesmos, através de tabelas, gráficos ou relações matemáticas. Mas todas essas formas são apenas a expressão de um saber conceitual, cujo significado é mais abrangente. Assim, para dominar a linguagem da Física é necessário ser capaz de ler e traduzir uma forma de expressão em outra, discursiva, através de um gráfico ou de uma expressão matemática, aprendendo a escolher a linguagem mais adequada a cada caso.

Expressar-se corretamente na linguagem física requer identificar as grandezas físicas que correspondem às situações dadas, sendo capaz de distinguir, por exemplo, calor de temperatura, massa de peso, ou aceleração de velocidade. Requer também saber empregar seus símbolos, como os de vetores ou de circuitos, fazendo uso deles quando necessário. Expressar-se corretamente também significa saber relatar os resultados de uma experiência de laboratório, uma visita a uma usina, uma entrevista com um profissional eletricista, mecânico ou engenheiro, descrevendo no contexto do relato conhecimentos físicos de forma adequada.

Lidar com o arsenal de informações atualmente disponíveis depende de habilidades para obter, sistematizar, produzir e mesmo difundir informações, aprendendo a acompanhar o ritmo de transformação do mundo em que vivemos. Isso inclui ser um leitor crítico e atento das notícias científicas divulgadas de diferentes formas: vídeos, programas de televisão, sites da Internet ou notícias de jornais.

Assim, o aprendizado de Física deve estimular os jovens a acompanhar as notícias científicas, orientando-os para a identificação sobre o assunto que está sendo tratado e promovendo meios para a interpretação de seus significados. Notícias como uma missão espacial, uma possível colisão de um asteroide com a Terra, um novo método para extrair água do subsolo, uma nova técnica de diagnóstico médico envolvendo princípios físicos, o desenvolvimento da comunicação via satélite, a telefonia celular, são alguns exemplos de informações presentes nos jornais e programas de televisão que deveriam também ser tratados em sala de aula.

O caráter altamente estruturado do conhecimento físico requer uma competência específica para lidar com o todo, sendo indispensável desenvolver a capacidade de elaborar sínteses, através de esquemas articuladores dos diferentes conceitos, propriedades ou processos, através da própria linguagem da Física.

A Física percebida enquanto construção histórica, como atividade social humana, emerge da cultura e leva à compreensão de que modelos explicativos não são únicos nem finais, tendo se sucedido ao longo dos tempos, como o modelo geocêntrico, substituído pelo heliocêntrico, a teoria do calórico pelo conceito de calor como energia, ou a sucessão dos vários modelos explicativos para a luz. O surgimento de teorias físicas mantém uma relação complexa com o contexto social em que ocorreram.

Perceber essas dimensões históricas e sociais corresponde também ao reconhecimento da presença de elementos da Física em obras literárias, peças de teatro ou obras de arte.

Essa percepção do saber físico como construção humana constitui-se condição necessária, mesmo que não suficiente, para que se promova a consciência de uma responsabilidade social e ética. Nesse sentido, deve ser considerado o desenvolvimento da capacidade de se preocupar com o todo social e com a cidadania. Isso significa, por exemplo, reconhecer-se cidadão participante, tomando conhecimento das formas de abastecimento de água e fornecimento das demandas de energia elétrica da cidade onde se vive, conscientizando-se de eventuais problemas e soluções. Ao mesmo tempo, devem ser promovidas as competências necessárias para a avaliação da veracidade de informações ou para a emissão de opiniões e juízos de valor em relação a situações sociais nas quais os aspectos físicos sejam relevantes.

O conjunto de exemplos e temas aqui apresentados não deve ser entendido nem como um receituário nem como uma listagem completa ou exaustiva. Procura explicitar, através de diferentes formas que, mais do que uma simples reformulação de conteúdos ou tópicos, pretende-se promover uma mudança de ênfase, visando à vida individual, social e profissional, presente e futura, dos jovens que frequentam a escola média. Quanto às habilidades e competências desejadas, encontram se sintetizadas no quadro a seguir.

Competências e habilidades a serem desenvolvidas em Física

Representação e comunicação

• Compreender enunciados que envolvam códigos e símbolos físicos. Compreender manuais de instalação e utilização de aparelhos.

• Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemática e discursiva entre si.

• Expressar-se corretamente utilizando a linguagem física adequada e elementos de sua representação simbólica. Apresentar de forma clara e objetiva o conhecimento apreendido, através de tal linguagem.

• Conhecer fontes de informações e formas de obter informações relevantes, sabendo interpretar notícias científicas.

• Elaborar sínteses ou esquemas estruturados dos temas físicos trabalhados.

Investigação e compreensão.

• Desenvolver a capacidade de investigação física. Classificar, organizar, sistematizar.

Identificar regularidades. Observar, estimar ordens de grandeza, compreender o conceito de medir, fazer hipóteses, testar.

• Conhecer e utilizar conceitos físicos. Relacionar grandezas, quantificar, identificar parâmetros relevantes. Compreender e utilizar leis e teorias físicas.

• Compreender a Física presente no mundo vivencial e nos equipamentos e procedimentos tecnológicos. Descobrir o "como funciona" de aparelhos.

• Construir e investigar situações-problema, identificar a situação física, utilizar modelos físicos, generalizar de uma a outra situação, prever, avaliar, analisar previsões.

• Articular o conhecimento físico com conhecimentos de outras áreas do saber científico.

Contextualização sociocultural

• Reconhecer a Física enquanto construção humana, aspectos de sua história e relações com o contexto cultural, social, político e econômico.

• Reconhecer o papel da Física no sistema produtivo, compreendendo a evolução dos meios tecnológicos e sua relação dinâmica com a evolução do conhecimento científico.

• Dimensionar a capacidade crescente do homem propiciada pela tecnologia.

• Estabelecer relações entre o conhecimento físico e outras formas de expressão da cultura humana.

• Ser capaz de emitir juízos de valor em relação a situações sociais que envolvam aspectos físicos e/ou tecnológicos relevantes.

2.2- Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino de Mato Grosso do Sul referente ao Ensino Médio

A concepção de Matemática e Física e como essas duas áreas devem ser trabalhadas segundo o Referencial Curricular do Estado de Mato Grosso do Sul, referente ao Ensino Médio, são apresentadas nas duas subseções a seguir.

2.2.1 – Matemática

A matemática no Referencial Curricular do Ensino Médio será abordada como uma área de conhecimento, porém, vale ressaltar que, embora tenha uma área destinada a ela, a matemática tem grande presença nas outras áreas, apresentando-se em forma de gráficos e tabelas, dados estatísticos, expressões e fórmulas que representam fenômenos.

Assim, o componente curricular deixou de ser um instrumento centrado em si mesmo, extrapolando os muros da escola, passando a ter sua aplicabilidade em situações sociais, o que proporciona um aprendizado que vai além do conteúdo, desenvolvendo no estudante a capacidade de associar a lógica com o cotidiano.

Portanto, a Matemática não tem como função formar matemáticos, ou mesmo formar nos estudantes de forma restrita apenas as competências relacionadas a este componente curricular.

Uma formação com tal aspiração exige, porém, de escolas e professores métodos de ensino suficientemente elaborados, capazes de proporcionar aos estudantes as condições efetivas para comunicação, argumentação, confronto e compreensão de situações-problema, escolhas e proposições; enfim, para que tomem gosto pelo conhecimento e aprendam a aprender e aplicar a matemática, não há mais espaço, no ambiente escolar, para o mero transmissor e comunicador de conteúdos, assim como não se pode admitir a postura passiva do aluno que busca conhecimentos prontos do professor a serem digeridos.

São vários os recursos didáticos que podemos utilizar bem como os meios tecnológicos aplicados à educação, pois nos dias de hoje o aluno precisa saber buscar a informação de que necessita, realizando consultas na Internet para oportunizar aos estudantes a chance de construir seu próprio conhecimento, por meio da interação com o objeto, o que os estimulam a pensar, a alcançar níveis mais elevados de abstração, a refletir, a criar estratégias, manipular conceitos, acarretando consequências benéficas no que tange a adaptação às constantes mudanças sociais, assim como ao pleno exercício da cidadania e do trabalho.

Para as competências desenvolvidas pelos estudantes por meio do ensino da matemática, consideramos que ela é relevante para proporcionar ao estudante/cidadãos instrumentos à vida, exigência da era de informação, tecnologia e globalização, ressaltamos que ela vai muito além. Vista desta forma, a Matemática é também um recurso lógico e intelectual fundamental para transitar nas demais áreas do conhecimento.

2.2.2 – Física

Em relação à disciplina Física, objetiva-se promover o ensino para a formação do cidadão contemporâneo com instrumentos para compreender e intervir na realidade. Partimos da premissa de que no Ensino Médio não se pretende formar físicos e que o ensino dessa disciplina destina-se àqueles que terão na escola uma das poucas oportunidades de acesso formal a esse conhecimento (Brasil, 2006). Desse modo, esta Secretaria propõe um ensino de Física que enfatize a compreensão dos conceitos científicos por meio da construção de significados e não a mera memorização de fórmulas.

Assim, o ensino de Física deve levar os estudantes a construírem competências para discutir e analisar fatos cotidianos como, por exemplo: situações ligadas ao trânsito, às vantagens e desvantagens da utilização de novas fontes de energia e seu impacto no desenvolvimento de uma economia sustentável, na descrição dos processos de formação de raios e na elaboração de estratégias para prevenir acidentes com descargas elétricas.

A Física Moderna e Contemporânea, de extrema relevância, oportuniza aos estudantes o contato com temas que, muitas vezes são divulgados apenas em jornais ou filmes de ficção científica como, por exemplo, Buracos Negros e Big Bang, e que por falta de oportunidades não são abordados nas aulas de física (OSTERMANN & MOREIRA, 2000)

Nessa perspectiva, esse documento sugere, também, o ensino a partir do desenvolvimento de situações ou problemas contextualizados, integrados com o conteúdo desenvolvido em outras disciplinas, buscando a interdisciplinaridade e a construção de significado para os conteúdos estudados em sala de aula, dando-lhes sentido por permitir aos estudantes aplicá-los na compreensão de situações do cotidiano.

2.3 - A compreensão dos conhecimentos da matemática e da física.

Conforme os documentos analisados, eles apresentam os caminhos para se chegar ao ensino de matemática e física com qualidade. Os professores têm como o principal papel que é de mediar o conhecimento dessas duas áreas da ciência, sendo que o objetivo é formar pessoas capazes de buscar e compreender os conceitos, as leis, a linguagem de símbolos e entre outros conteúdos que são abordados por essas disciplinas.

O professor, ao planejar sua aula, traça objetivos que se espera ser alcançados pelos alunos, de modo que ao ministrar sua aula o professor faça a ligação do conteúdo com situações do dia a dia, pois é a partir dessas situações que o aluno pode compreender o porquê de aprender determinado assunto. Mas também não é somente responsabilidade do professor, o aluno precisa entender que a ciência não é pronta e acabada e sim é construída a partir de questionamentos.

Atualmente o professor conta com os aparelhos tecnológicos para ensinar de modo que o aluno aprenda fazendo simulações, estimativas e interpretações de situações que lhe for proposto. Os alunos devem ser estimulados a adquirir conhecimentos pois a tecnologia está sempre em ascensão, então está e estará presente nas vidas dos alunos de hoje, futuros profissionais do amanhã.

Tanto os PCNs quanto o Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul deixam claro que o ensino de Matemática ou Física devem procurar colocar o aluno em situações práticas. Ou seja, que os conteúdos estudados sejam aplicados de forma que o aluno entenda o sentido de cada um e possa se sentir atraído por tais áreas. Para isso, o ensino deve começar por fazer a interdisciplinaridade entre as áreas estudadas pelos alunos.

A matemática e a física são duas áreas muito próximas, pois a resolução da maioria dos problemas de física envolve alguma operação matemática e sempre haverá um conteúdo de matemática que será melhor entendido se for motivado por um problema de física. Por isso, se torna muito importante que tanto professores de física quanto de matemática se esforcem em ligar as duas áreas, indicando aos alunos onde as disciplinas se inter-relacionam, quais os conteúdos matemáticos podem ser diretamente aplicados na física e vice-versa. Isto motivará os alunos e os ajudará na melhor compreensão dos assuntos estudados, pois eles encontrarão aplicações para os mesmo dentro do próprio ambiente escolar, além da tão importante contextualização com seus cotidianos.

Embora os documentos oficiais ressaltam a ligação entre a Matemática e a Física, essa ligação nem sempre existiu, conforme será relatado no próximo capítulo.

3 - Grandezas, Medidas e Notação Científica

Grandezas, medidas e a notação científica estão presentes em quase todas as ciências, em especial na física. Assim, este capítulo tratará desses três assuntos, apresentado algumas de suas aplicações na física.

3.1- Grandezas e Medidas

Uma grandeza é tudo aquilo que pode ser medido e possibilita que tenhamos características baseadas em informações numéricas e/ou geométricas. Alguns exemplos de grandezas são: a massa, o comprimento, a temperatura e o tempo.

As chamadas grandezas fundamentais são aquelas definidas exclusivamente por meio de um padrão físico estabelecido pelo Sistema Internacional de Unidades (SI), conteúdo que será relatado na sequência.

Segundo a forma de caracterização, as grandezas são classificadas como escalares e vetoriais:

Grandezas escalares: são aquelas definidas apenas por um número seguido de uma unidade de medida. Essas grandezas precisam apenas da informação do módulo (valor numérico) para serem completamente caracterizadas. São os casos, por exemplo, do tempo, temperatura e massa.

Grandezas vetoriais: para a completa caracterização de uma grandeza vetorial, são necessárias três informações: módulo (valor numérico), direção e sentido. Como exemplo de grandezas vetoriais, podemos citar a força, velocidade, aceleração etc. O vetor é o segmento de reta orientado que representa as grandezas vetoriais (JUNIOR, 2018).

Medidas: Medir é comparar uma determinada grandeza com outra grandeza, a qual foi escolhida como unidade de medida, por exemplo, dois comprimentos, dois volumes e etc.

O ser humano sentiu necessidade de padronizar as unidades de medida para poder comparar as diferentes quantidades, mesmo que esteja à distância, de modo a fazer trocas (compra e venda) justas, ou ainda para poder simular situações.

3.2- Sistema Internacional de Unidades (SI)

Na física, algumas grandezas desempenham um papel fundamental quando falamos em medidas. Praticamente todos os fenômenos naturais que percebemos são apresentados no tempo e no espaço a partir da matéria. Torna-se natural, então, que entre as grandezas consideradas fundamentais estejam: o tempo, o comprimento e a massa.

A medida de qualquer quantidade é sempre feita em comparação com uma medida-padrão: a unidade de medida.

Um comprimento, por exemplo, pode ser medido em várias unidades de medida: polegada, pé, milha, quilômetro, metro, milímetro, etc. Dizer que um comprimento vale 5,3 não significa nada, pois uma quantidade deve sempre vir acompanhada pela sua unidade de medida, pois sem ela perde todo o significado (TORRES, et. al, 2013a).

Há cerca de 200 anos, as unidades de medida não eram padronizadas e isso dificultava enormemente a comunicação científica. Povos diferentes usavam unidades de medidas particulares e a confusão que isso provocava era inevitável. Em relação a isso foi feita a primeira tentativa de padronização, com a criação de um sistema de unidades, ocorreu, na França, em 1790, na época da Revolução Francesa. O sistema então criado pela Academia de Ciências de Paris, denominado Sistema Métrico Decimal e que gradativamente passou a ser aceito em quase todo o mundo, adotava como unidades de medida o metro (m), o quilograma (kg) e o segundo (s).

O sistema de unidades utilizado hoje em dia no Brasil e na maioria dos países é o denominado Sistema Internacional de Unidades, abreviadamente SI, derivado do antigo Sistema Métrico Decimal.

O SI é composto de sete unidades de base, de duas unidades suplementares, de unidades derivadas e de múltiplos e submúltiplos de todas elas. Qualquer grandeza física pode ser definida como uma relação entre as sete fundamentais e tais grandezas são chamadas de grandezas derivadas (BONJORNO, et. al, 2016).

Na Tabela 1 são apresentadas as unidades de base e as suplementares, com suas respectivas grandezas associadas, unidades de medidas e os símbolos correspondentes. Na Tabela 2 têm-se algumas variações das unidades apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Unidades de medidas e seus símbolos.

Grandeza	**Unidade**	**Símbolo**
Comprimento	Metro	m
Massa	Quilograma	kg
Tempo	Segundo	s
Corrente elétrica	Ampère	A
Temperatura termodinâmica	Kelvin	K
Quantidade de matéria	Mol	mol
Intensidade luminosa	Candela	cd

Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016a)

Tabela 2 – Variações de algumas unidades de medidas

Grandeza	Nome	Símbolo	Valor em unidade do SI
comprimento	quilômetro decímetro centímetro milímetro	km dm cm mm	1 km = 1000 m 1 dm = 0,1 m 1 cm = 0,01 m 1 mm = 0,001 m
tempo	minuto hora dia	min h d	1 min = 60 s 1 h = 60 min =3600 s 1 d = 24 h = 86 400 s
volume	Litro	l ou l	1 l = 1 dm^3= 0,001 m^3
massa	Tonelada grama	t g	1 t = 1000 kg 1 g = 0,001 kg

Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016a)

Em relação ao SI, as grandezas que são abordadas em matemática têm como propósitos conhecer e aprender a fazer as conversões entre essas unidades, pois quando o aluno estiver em alguma situação na qual ele precise fazer essas conversões de unidades o mesmo saberá. Ao chegar no ensino médio ele já conhece este assunto que será abordado em outras disciplinas como, no caso, a física.

A seguir são apresentados dois exemplos comuns envolvendo unidades de medidas, retirados de TORRES, et. al, 2013a.

Exemplo 1: Um homem tem altura de 1,83 m. expresse o valor dessa altura em:

a) centímetros;
b) milímetros;
c) quilômetros.

Exemplo 2: Um recipiente contém 2,5 kg de farinha de trigo. Expresse o valor dessa massa em:

a) gramas;
b) toneladas.

3.3 - Notação científica

A notação científica é uma forma de escrever números usando potência de 10. É utilizada para reduzir a escrita de números que apresentam muitos algarismos.

Números muito pequenos ou muito grandes são frequentemente encontrados nas ciências em geral e escrever em notação científica facilita fazer comparações e cálculos.

Um número em notação científica apresenta o seguinte formato:

$$N \,.\, 10^n$$

Sendo,

N um número real igual ou maior que 1 e menor que 10;

$\boldsymbol{n}$ um número inteiro.

Assim, são exemplos de números reais e suas respectivas notações científicas:

a) $6\,590\,000\,000\,000\,000 = 6{,}59 \,.\, 10^{15}$
b) $0{,}000000000016 = 1{,}6 \,.\, 10^{-11}$

Nos passos a seguir, pode-se ver como passar números em notação científica de forma prática:

1º Passo: Escrever o número na forma decimal, com apenas um algarismo diferente de 0 na frente da vírgula.

2º Passo: Colocar no expoente da potência de 10 o número de casas decimais que tivemos que "andar" com a vírgula. Se ao andar com a vírgula o valor do número diminuiu, o expoente ficará positivo, se aumentou o expoente ficará negativo.

3º Passo: Escrever o produto do número pela potência de 10.

Exemplo 3: Transformar o número 32 000 em notação científica.

Primeiro "andar" com a vírgula, colocando-a entre o 3 e o 2, pois desta forma ficaremos apenas com o algarismo 3 antes da vírgula;

Para colocar a vírgula nesta posição verificamos que tivemos que "andar" 4 casas decimais, visto que nos números inteiros a vírgula se encontra no final do número. Neste caso o 4 será o expoente da potência de 10.

Escrevendo em notação científica: $3{,}2 \,.\, 10^4$.

A grande vantagem do uso da notação científica é que as operações de multiplicação e de divisão podem ser feitas mais facilmente por adição ou subtração dos expoentes das potências de dez. As propriedades da potenciação que facilitam o uso da notação científica são as seguintes:

$$10^a . 10^b = 10^{a+b};$$

$$\frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b};$$

$$(10^a)^b = 10^{a \cdot b}.$$

- **Operações com notação científica**

  - **Multiplicação**

A multiplicação de números na forma de notação científica é feita multiplicando os números, repetindo a base 10 e somando os expoentes.

Exemplo 4 :

a) $1,4 \,.\, 10^3 \, x \, 3,1 \,.\, 10^2 = (1,4 \, x \, 3,1) \,.\, 10^{(3+2)} = 4,34 \,.\, 10^{5}$

b) $2,5 \,.\, 10^{-8} \, x \, 2,3 \,.\, 10^{6} = (2,5 \, x \, 2,3) \,.\, 10^{(-8+6)} = 5,75 \,.\, 10^{-2}$

- **Divisão**

Para dividir números na forma de notação científica devemos dividir os números, repetir a base 10 e subtrair os expoentes.

Exemplo 5:

a) $9,42 \,.\, 10^5 \div 1,2 \,.\, 10^{2} = (9,42 \div 1,2) \,.\, 10^{(5-2)} = 7,85 \,.\, 10^3$

b) $8,64 \,.\, 10^{-3} \div 3,2 \,.\, 10^6 = (8,64 \div 3,2) \,.\, 10^{(-3-6)} = 2,7 \,.\, 10^{-9}$

- **Soma e Subtração**

Para efetuar a soma ou a subtração com números em notação científica devemos somar ou subtrair os números e repetir a potência de 10. Por isso, para fazer essas operações, é necessário que as potências de 10 apresentem o mesmo expoente.

Exemplo 6:

a) $3,3 \,.\, 10^8 + 4,8 \,.\, 10^8 = (3,3 + 4,8) \,.\, 10^8 = 8,1 \,.\, 10^8$

b) $6,4 \,.\, 10^3 - 8,3 \,.\, 10^3 = (6,4 - 8,3) \,.\, 10^3 = -1,9 \,.\, 10^3$

(GOUVEIA, 2011).

Geralmente, nos livros de física destinados às turmas do primeiro ano do ensino médio faz-se uma retomada neste conteúdo visando reforçar os conceitos, pois é muito utilizado na aprendizagem de outros conteúdos.

4 – Vetores

Um vetor determinado por um segmento orientado *AB* é o conjunto de todos os segmentos orientados equipolentes (segmentos orientados em relação a outro) a *AB*, conforme a Figura 3.

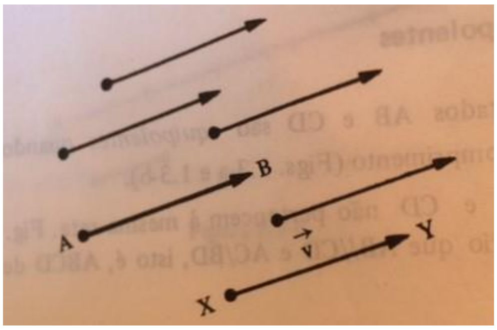

Figura 3- Vetores no plano.

Fonte: (STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. 1987)

Se indicarmos com $\vec{v}$ este conjunto, simbolicamente podemos escrever:

$$\vec{v} = \{\, XY/XY \sim AB \,\},$$

onde XY é um segmento qualquer do conjunto.

O vetor determinado por AB é indicado por $\overrightarrow{AB}$ ou $B - A$ ou $\vec{v}$. Um mesmo vetor $\overrightarrow{AB}$ é determinado por uma infinidade de segmentos orientados, chamados representantes desse vetor, e todos equipolentes entre si. Assim, um segmento determina um conjunto que é o vetor, e qualquer um destes representantes determina o mesmo vetor. Portanto, com origem em cada ponto do espaço, podemos visualizar um representante de vetor. Abstraindo um pouco, se considerarmos todos os infinitos segmentos orientados de origem comum, estaremos caracterizando, através de representantes, a totalidade dos vetores do espaço. Como cada um destes segmentos é um representante de um só vetor. Consequentemente, todos os vetores se acham representados naquele conjunto que imaginamos. As características de um vetor $\vec{v}$ são as mesmas de qualquer um de seus representantes, isto é: o módulo, a direção e o sentido do vetor são o módulo, a direção e o sentido de qualquer um de seus representantes. O módulo de $\vec{v}$ se indica por $|\vec{v}|$. (STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. 1987)

- **Grandeza vetorial:** Dada a velocidade instantânea de um móvel qualquer, por exemplo, um carro a 80 km/h, apenas essa informação é insuficiente para sabermos a direção em que o móvel segue. Isso acontece porque a velocidade é uma grandeza física vetorial.

Para caracterizar plenamente uma grandeza física vetorial, precisamos conhecer não apenas seu valor numérico e sua correspondente unidade de medida (isto é, sua intensidade ou módulo), mas também a direção e seu sentido. A grandeza vetorial costuma ser indicada por uma letra encimada por uma seta, por exemplo, $\vec{v}$. Sua intensidade, ou módulo, pode ser indicada por $|\vec{v}|$ ou apenas v.

Uma grandeza física vetorial pode ser representada graficamente por um segmento de reta (indicando sua direção) dotado de uma seta (indicativa de seu sentido), trazendo ainda seu valor numérico seguido da correspondente unidade de medida (indicação de sua intensidade). Tal representação é denominada vetor. (TORRES, et. al, 2013a)

Conforme ilustrado na Figura 4, o comprimento do vetor é proporcional ao valor numérico da grandeza física que ele representa, a reta suporte *r* indica a direção e a seta indica o sentido.

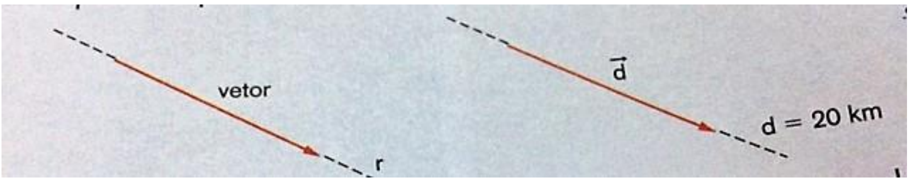

Figura 4 – Vetor e sua reta suporte.
Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016a)

Além do deslocamento, outras grandezas físicas, como a velocidade, a aceleração e a força, têm caráter vetorial. Quando estudamos fenômenos nos quais essas grandezas estão envolvidas, frequentemente realizamos operações como a adição e subtração, entre outras. Embora estejamos acostumados a realizar essas operações com números, com vetores os procedimentos são um pouco diferentes. (BONJORNO, et. al, 2016a)

4.1 - Operações envolvendo vetores:

- **Adição de vetores:** para obter a soma de dois vetores, $\vec{v_1}$ e $\vec{v_2}$, podemos realizar a regra do paralelogramo ou o método da linha poligonal.

Regra do paralelogramo: Os vetores $\vec{v_1}$ e $\vec{v_2}$ da Figura 5-A são posicionados de modo que suas origens coincidam (5-B). Pela extremidade de $\vec{v_1}$, traça-se uma reta paralela $\vec{v_2}$, e pela extremidade de $\vec{v_2}$ traça-se uma reta paralela a $\vec{v_1}$, obtendo-se assim um paralelogramo (5-C). O vetor $\vec{v_s}$, cuja origem coincide com a origem comum dos vetores $\vec{v_1}$ e $\vec{v_2}$ e com extremidade no vértice oposto do paralelogramo (5-D), é denominado vetor soma.

$$\vec{v_s} = \vec{v_1} + \vec{v_2}$$

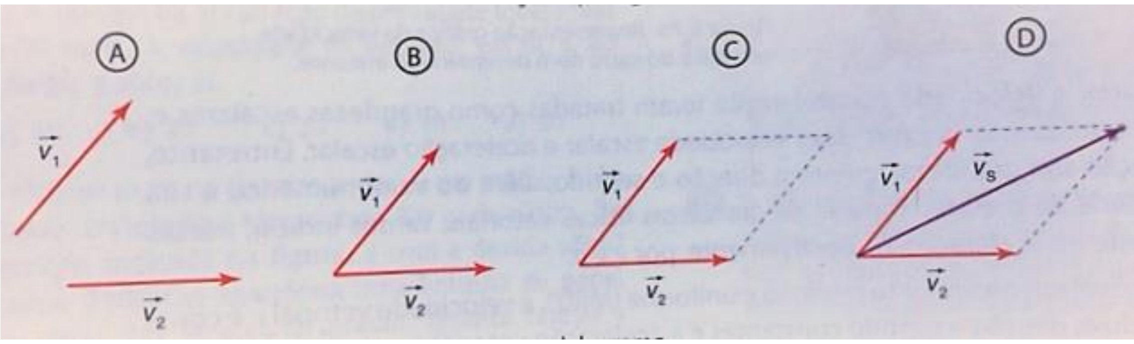

Figura 5 – Adição de vetores – regra do paralelogramo.
Fonte: (TORRES, et. al, 2013a)

Método da linha poligonal: Os vetores $\overrightarrow{v_1}$ e $\overrightarrow{v_2}$ da Figura 6-A são posicionados de modo que a origem de um deles coincida com a extremidade do outro (6-B). A origem do vetor soma $\overrightarrow{v_S}$ coincide com a origem do primeiro vetor da sequência e tem extremidade no último vetor da sequência (6-C). O resultado não se altera se invertemos a sequência dos vetores (6-D).

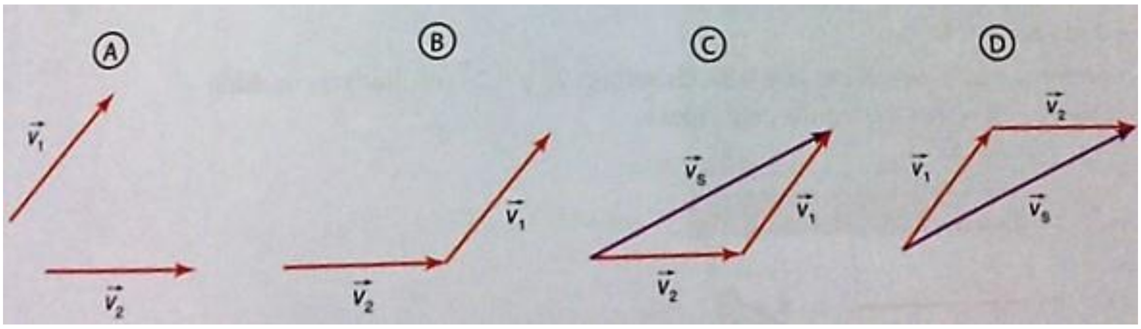

Figura 6 - Adição de vetores – método da linha poligonal.
Fonte: (TORRES, et. al, 2013a)

O método da linha poligonal pode ser aplicado para dois ou mais vetores. Os vetores podem ter direções diferentes (Figura 7) ou a mesma direção (figura 8). Em todos os casos, a sequência em que os vetores são colocados não importa.

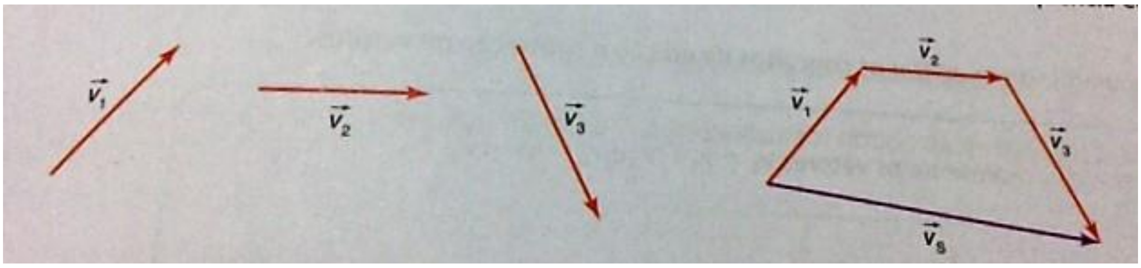

Figura 7 – Aplicação do método da linha poligonal para vetores com direções diferentes.
Fonte: (TORRES, et. al, 2013a)

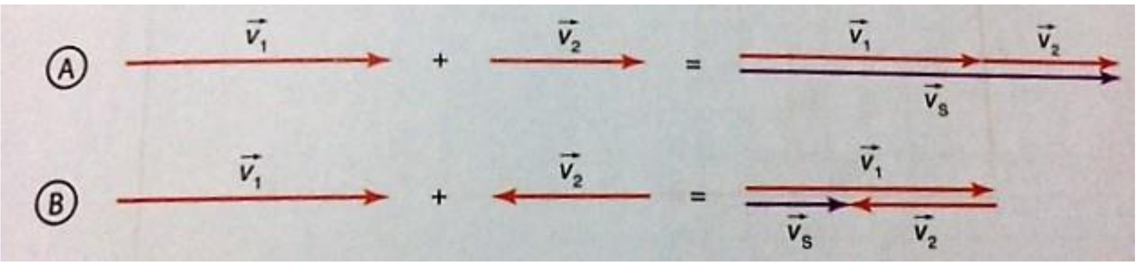

Figura 8 - Aplicação do método da linha poligonal para vetores de mesma direção.
Fonte: (TORRES, et. al, 2013a)

- **Vetor oposto de um vetor $\vec{v}$:** O vetor que tem a mesma direção de um vetor $\vec{v}$, o mesmo módulo e sentido oposto é denominado vetor oposto de $\vec{v}$**,** indicado por $-\vec{v}$. Na Figura 9 são ilustrados um vetor e seu vetor oposto.

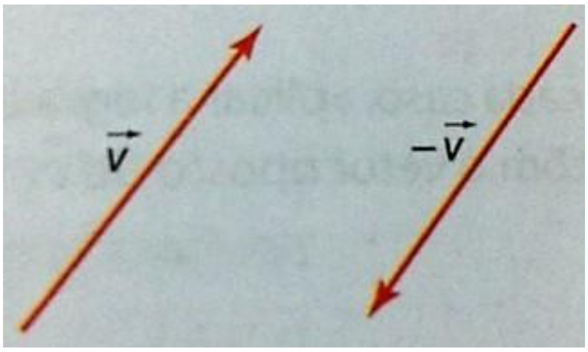

Figura 9 – Vetor $\vec{v}$ e seu oposto $-\vec{v}$.
Fonte: (TORRES, et. al, 2013a)

- **Subtração de vetores:** Para efetuar a subtração dos vetores $\overrightarrow{v_1}$ e $\overrightarrow{v_2}$, nesta ordem, temos de fazer a adição do vetor $\overrightarrow{v_1}$ com o vetor oposto de $\overrightarrow{v_2}$, conforme ilustrado na Figura 10. O vetor obtido é o vetor diferença $\overrightarrow{v_D} = \overrightarrow{v_1} + (-\overrightarrow{v_2}) = \overrightarrow{v_1} - \overrightarrow{v_2}$.

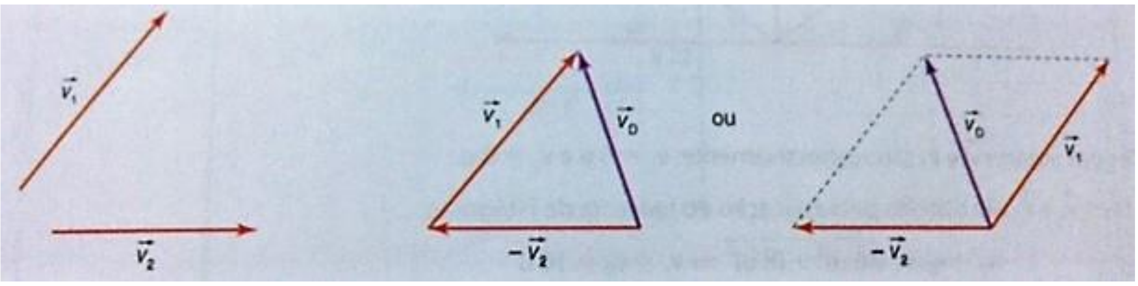

Figura 10 – Subtração de Vetores.
Fonte: (TORRES, et. al, 2013a)

- **Multiplicação de um número real n por um vetor $\vec{v}$:** O produto de um número real n por um vetor $\vec{v}$ é o vetor $\vec{p} = n\,.\,\vec{v}$ com as seguintes características:
  - A direção de $\vec{p}$ é a mesma de $\vec{v}$;
  - O sentido de $\vec{p}$ é o mesmo de $\vec{v}$ se $n > 0$ e oposto ao $\vec{v}$ se $n < 0$;
  - O módulo de $\vec{p}$ é dado por $p = |n|\,.\,v$.

Na Figura 11 são representados os vetores $\vec{v}$, $2\vec{v}$ e $-3\vec{v}$. Os vetores $2\vec{v}$ e $-3\vec{v}$ resultam da multiplicação do vetor $\vec{v}$ o pelos números reais 2 e -3, respectivamente.

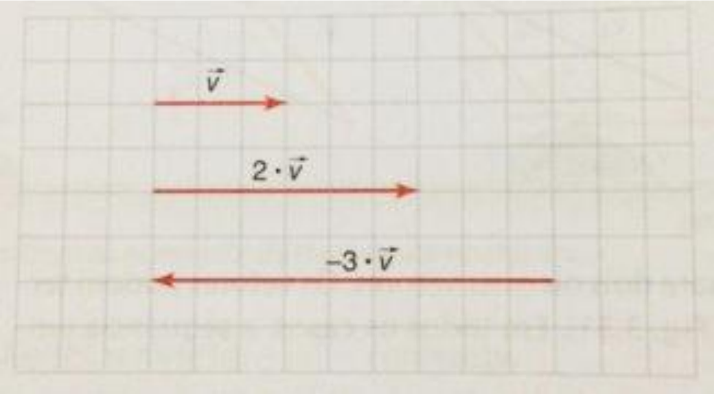

Figura 11 – Vetores $\vec{v}$, $2\vec{v}$ e $-3\vec{v}$.
Fonte: (TORRES, et. al, 2013a)

Após conhecer a definição de vetor e operações entre vetores, podemos citar algumas aplicações vetores em conteúdo da física.

4.2 – Vetores na Física

- **Vetor deslocamento:** para ir da cidade A para a cidade B, um automóvel percorre o trajeto em azul indicado na Figura 12 em 1 hora. A quilometragem observada pelo motorista no hodômetro do automóvel, no fim desse percurso, é de 80 km. Ligando as cidades A e B por um vetor, verificamos, com uma escala, que a medida desse vetor corresponde a 50 km. O vetor $\vec{d}$ representado na Figura 12, que une a posição inicial à posição final da trajetória de um móvel, é denominado vetor deslocamento.

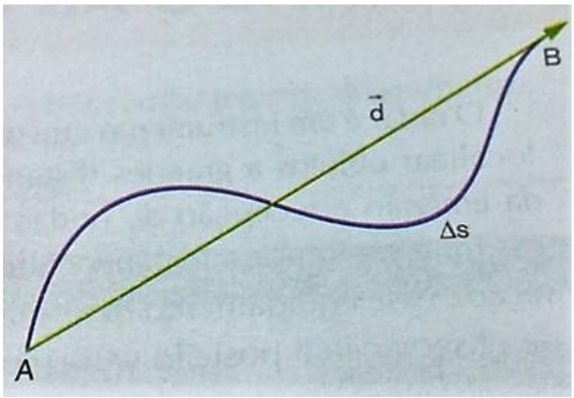

Figura 12 – Vetor deslocamento.
Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016a)

É necessário discernir as duas grandezas distintas que se relacionam com o movimento desse automóvel:

- A grandeza escalar corresponde ao comprimento da trajetória ou variação de posição. No caso, $\Delta s = 80\ km$.

- A grandeza vetorial tem orientação e módulo ligados apenas aos pontos inicial e final. No caso, de A para B, com $|\vec{d}| = 50km$.

Observe que o módulo do vetor deslocamento não pode ser maior do que o módulo da variação de posição.

$$|\vec{d}| \leq |\Delta s|.$$

Se a trajetória for retilínea, como mostrado na Figura 13, tem-se $|\vec{d}| = |\Delta s|$.

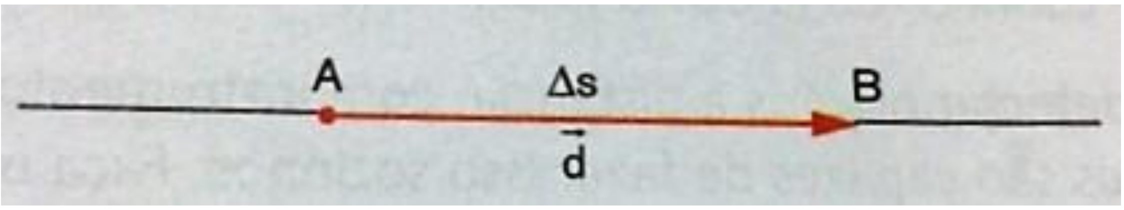

Figura 13 – Vetor descolamento trajetória retilínea.
Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016a)

- **Velocidade vetorial média:** Como grandeza escalar, a velocidade média trata-se do quociente entre a variação de posição Δs e o correspondente intervalo de tempo Δt. Assim, a velocidade escalar média é $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Porém, a velocidade média também pode ser tratada como uma grandeza vetorial e definida da seguinte forma: o quociente entre o vetor deslocamento $\vec{d}$ e o correspondente intervalo de tempo Δt. Ou seja, a velocidade vetorial media é dada por $\overrightarrow{v_m} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$

O vetor velocidade média $\overrightarrow{v_m}$ tem a mesma direção e o mesmo sentido do vetor deslocamento $\vec{d}$, pois é obtida pela multiplicação do número positivo $\frac{1}{\Delta t}$ pelo vetor $\vec{d}$, e seu módulo é dado por:

$$|\overrightarrow{v_m}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t}$$

No caso do automóvel que realizou a viagem entre as cidades *A* e *B* em 1 hora, temos;

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Longrightarrow v_m = \frac{80\ km}{1\ h} \Longrightarrow v_m = 80km/h$$
$$|\overrightarrow{v_m}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \Longrightarrow |\overrightarrow{v_m}| = \frac{50\ km}{1\ h} \Longrightarrow |\overrightarrow{v_m}| = 50km/h.$$

- **Velocidade vetorial instantânea:** Como a velocidade instantânea é a variação do espaço em um intervalo correspondente de tempo extremamente pequeno. Portanto, para Δt tendendo a zero (instante t_2 é praticamente igual ao instante t_1), o vetor velocidade média é denominado vetor velocidade instantânea e indicada por $\vec{v}$.

Considere o movimento de um móvel percorrendo a trajetória curvilínea da Figura 14, no sentido de A para B. Observa-se que, para intervalos de tempo cada vez menores, a direção de $\overrightarrow{v_m}$ tende à tangente da curva no ponto A. Desse modo pode-se então concluir que a direção do vetor velocidade instantânea num ponto da trajetória é tangente à trajetória nesse ponto. O sentido do vetor $\vec{v}$ é o mesmo do movimento.

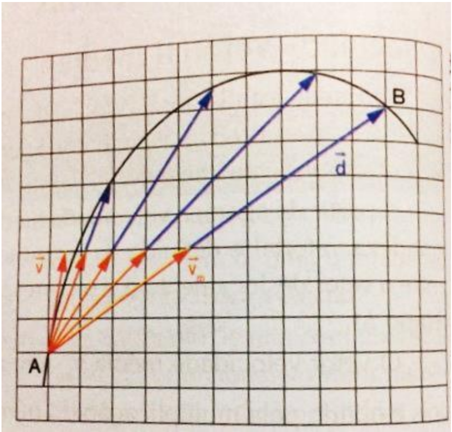

Figura 14 – Ilustração de vetor velocidade instantânea.
Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016a)

Considerando um carrinho de montanha-russa que trafega em movimento uniforme. Suas velocidades são descritas em três posições, conforme a Figura 15.

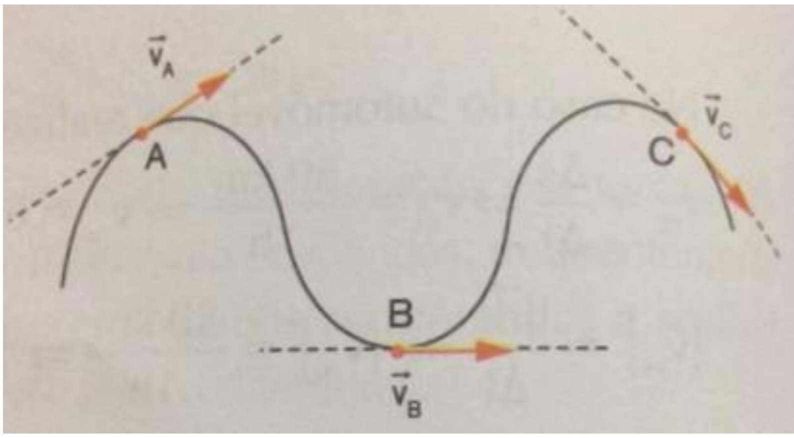

Figura 15 – Velocidades de um carrinho de montanha-russa.
Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016a)

Embora as três velocidades vetoriais representadas na trajetória tenham módulos iguais, eles são vetores diferentes, $\overrightarrow{V_A} \neq \overrightarrow{V_B} \neq \overrightarrow{V_C}$, pois as direções da tangente em cada ponto são distintas.

- **Aceleração vetorial média:** Ao estudar o movimento uniformemente variado, definimos aceleração média como uma grandeza escalar, pois, em tal caso, estudamos movimentos retilíneos. A aceleração média pode definida também como grandeza vetorial, necessária para o estudo do movimento de um corpo em uma trajetória qualquer.

Na Figura 16 mostra-se um móvel em dois instantes, durante o seu movimento sobre uma trajetória curvilínea. A variação da velocidade vetorial instantânea no trecho de percurso entre A e B é dada pelo vetor diferença $\Delta\vec{v} = \overrightarrow{v_B} - \overrightarrow{v_A}$.

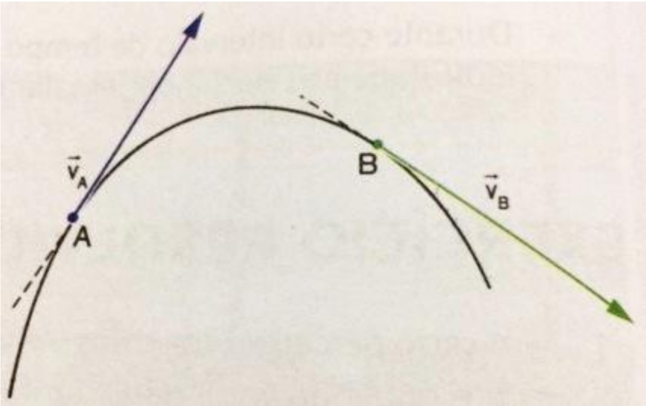

Figura 16 – Móvel em trajetória curvilínea.
Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016a)

Podemos obter o vetor $\Delta\vec{v}$ pela soma de $\overrightarrow{v_B}$ com o vetor oposto de $\overrightarrow{v_A}$, isto é, $\Delta\vec{v} = \overrightarrow{v_B} + (-\overrightarrow{v_A})$, conforme Figura 17.

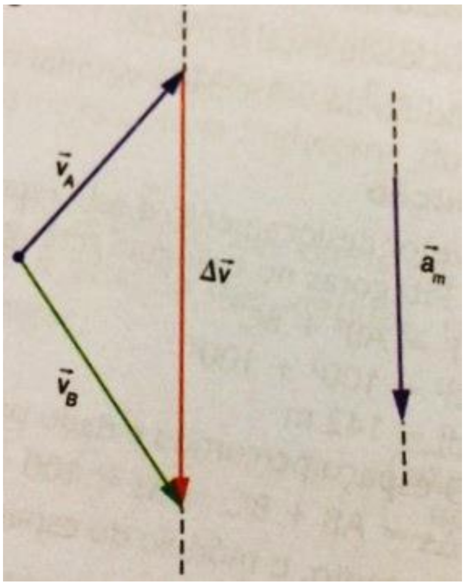

Figura 17 – Vetor deslocamento e aceleração vetorial de um móvel em trajetória curvilínea.
Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016a)

A aceleração vetorial $\overrightarrow{a_m}$ tem a mesma direção e o mesmo sentido de $\Delta\vec{v}$.

Define-se como aceleração vetorial média o quociente entre a variação da velocidade vetorial instantânea e o intervalo de tempo no qual ocorreu essa variação.

$$\overrightarrow{a_m} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

- **Aceleração vetorial instantânea:** Assim como no caso da velocidade vetorial instantânea, podemos dizer que a aceleração vetorial instantânea $\vec{a}$ é a aceleração de um móvel em um determinado instante.

No caso de movimento em trajetória curvilínea, o vetor $\vec{a}$ está sempre orientado para dentro da curva. Para entender melhor o significado da aceleração vetorial instantânea $\vec{a}$, ela é decomposta em duas componentes perpendiculares: a aceleração tangencial $\overrightarrow{a_t}$ e a aceleração centrípeta $\overrightarrow{a_{cp}}$, ilustradas na Figura 18.

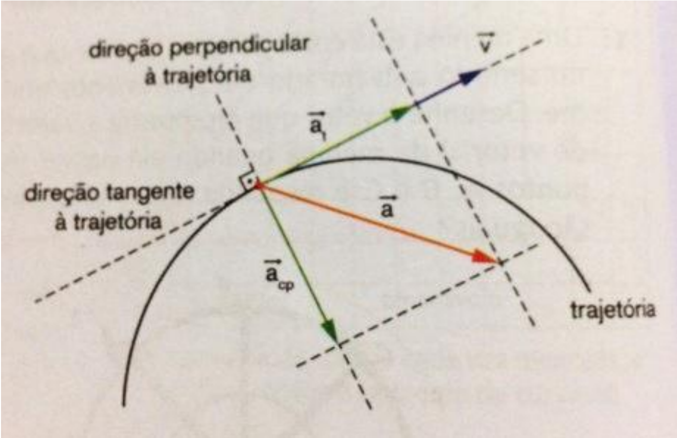

Figura 18 - Obtenção da aceleração vetorial instantânea.
Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016a)

O vetor $\vec{a}$ é o resultante dos vetores $\overrightarrow{a_t}$ e $\overrightarrow{a_{cp}}$. Logo:

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_t} + \overrightarrow{a_{cp}} \text{ (vetorialmente) ou } a^2 = {a_t}^2 + {a_{cp}}^2 \text{ (em módulo)}$$

A aceleração tangencial ($\overrightarrow{a_t}$) indica a variação do módulo do vetor velocidade e só existe em movimentos acelerados ou retardados. Suas características são:

Características da $\overrightarrow{a_t}$:
Módulo: igual ao da aceleração escalar;
Direção: tangente à da trajetória (mesma de $\vec{v}$);
Sentido: igual ao de $\vec{v}$, se o movimento for acelerado, e oposto ao de $\vec{v}$, se o movimento for retardado.

A aceleração centrípeta ($\overrightarrow{a_{cp}}$) indica mudança da direção do movimento. Logo, só existe em movimentos de trajetórias curvas.

Características da $\overrightarrow{a_{cp}}$:
Módulo: $\left|\overrightarrow{a_{cp}}\right| = \frac{v^2}{R}$, em que v é a velocidade escalar instantânea do móvel e R é o raio de curvatura da trajetória;
Direção: perpendicular ao vetor velocidade $\vec{v}$ em cada ponto;
Sentido: para o centro da trajetória.

A aceleração centrípeta também pode ser denominada aceleração normal ou radial.

Agora será apresentado alguns exemplos, no qual é aplicado o conteúdo vetores.

Exemplo 7: um móvel percorre em MUV uma trajetória circular de raio 2 m, obedecendo à função $v = 4 + 8t$ (no SI). Determine, no instante 2s, os módulos das seguintes acelerações:

a) Tangencial;

b) Centrípeta;
c) Total ou resultante.

Resolução:

a) A aceleração tangencial é obtida a partir da formula da função horaria da velocidade, assim temos que:

$$v = v_0 + a_t t$$
$$v = 4 + 8t$$
$$a_t = 8\, m/s^2$$

b) Como o tempo é igual a 2 s, temos que a:

$$v = 4 + 8\, t$$
$$v = 4 + 8\, .\, 2$$
$$v = 20\, m/s$$

Agora iremos substituir o valor do raio e o da velocidade na formula da aceleração centrípeta.

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$a_c = \frac{20^2}{2}$$

$$a_c = \frac{400}{2}$$

Portanto a aceleração centrípeta é igual a $200\, m/s^2$.

c) A aceleração total ou resultante a partir da soma vetorial das duas acelerações perpendiculares, temos:

$$a_{total}^2 = {a_t}^2 + {a_{cp}}^2$$

$$= 8^2 + 200^2$$

$$= 64 + 40000$$

$$= 40064$$

$$\sqrt[2]{a_{total}^2} = \sqrt[2]{40064}$$

$$a_{total} = 200{,}1599\, ...$$

Portanto a aceleração total é aproximadamente igual a $200{,}2\, m/s^2$. (BONJORNO, et. al, 2016a).

5 - Funções Polinomiais do 1º e do 2º Grau

Neste capítulo são definidas as funções do 1º e 2º graus e algumas de suas aplicações no ensino de física.

5.1 - Função Polinomial do 1º grau

Chama-se função polinomial do 1º grau, ou função afim, ou simplesmente função do primeiro grau, qualquer função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais dados e $a \neq 0$.

Na lei $f(x) = ax + b$, o número a é chamado **coeficiente** de *x*, **ou coeficiente linear**, e o número b é chamado **termo constante** ou **independente.** (IEZZI, et. al, 2013).

Em geral, podemos dizer que sempre que duas variáveis, uma dependente e outra independente, estão relacionadas linearmente, trata-se de uma função do primeiro grau.

Alguns conteúdos da física nos quais se aplica a função do primeiro grau são: movimento uniforme, segunda lei de Newton, mudanças de fase (calor latente), ondas periódicas (velocidade de uma onda) e primeira lei ohm (resistores). Em seguida será apresentado o conceito de cada conteúdo, no qual é abordada a função afim.

- **Movimento uniforme:** a função horária das posições de um móvel ou chamada de função horária dos espaços, nos fornece a posição na qual esse móvel se encontra em função do tempo.

$$\boldsymbol{s(t) = s_0 + v.t}$$

(nota-se claramente a semelhança com $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + b}$)

- $\boldsymbol{s}$ = posição do móvel no instante qualquer $\boldsymbol{t}$
- $\boldsymbol{s_0} =$ posição do móvel no instante $\boldsymbol{t_0} = 0$
- $\boldsymbol{v} =$ velocidae do móvel
- $\boldsymbol{t}$ = tempo.

Exemplo 8: A função horária das posições de um ciclista em movimento retilíneo é $s\ (t) = 200 - 5t$, no SI. Determine o instante em que o ciclista passa pela origem das posições.

Resolução:

$$s(t) = 200 - 5t$$
$$0 = 200 - 5t$$
$$5t = 200$$
$$t = \frac{200}{5}$$

Portanto $t = 40\ s$. (BONJORNO, et. al, 2016a).

- **Segunda lei de Newton ou princípio fundamental da dinâmica:** "A força resultante que atua sobre um corpo é proporcional ao produto da massa pela aceleração por ele adquirida." (TEIXEIRA, 2018).
  Essa relação pode ser descrita com a equação:
  $$\vec{F}_{res} = m \,.\, \vec{a}$$
  Como a massa m é uma grandeza escalar sempre positiva, os vetores $\vec{F}$ e $\vec{a}$ sempre terão mesma direção e mesmo sentido. Matematicamente, podemos considerar a massa m como o coeficiente de proporcionalidade entre as intensidades de $\vec{F}$ e $\vec{a}$. Assim, temos:
  $$\vec{F}_{res} = m \,.\, \vec{a} \qquad \text{ou} \qquad \vec{a} = \frac{\vec{F}_{res}}{m}.$$
  De acordo com a segunda lei enunciada por Newton na obra Principia, a mudança de movimento de um corpo é proporcional à força motora aplicada a ele, e é produzida na direção da linha reta na qual aquela força é aplicada.
  É importante destacar que:
  - Para uma mesma intensidade da força resultante aplicada, quanto maior a massa do corpo, menor a intensidade da aceleração adquirida por esse corpo;

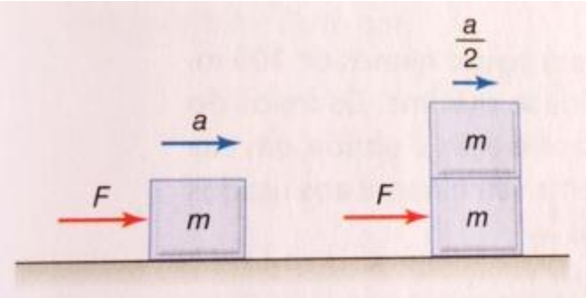

Figura 19 – Força aplicada em um corpo de massa m e o modulo da aceleração são inversamente proporcionais.
Fonte: (TORRES, et. al, 2013a).

  - Para uma mesma intensidade da aceleração, quanto maior a massa do corpo, maior deverá ser a intensidade da força resultante para acelerá-lo;

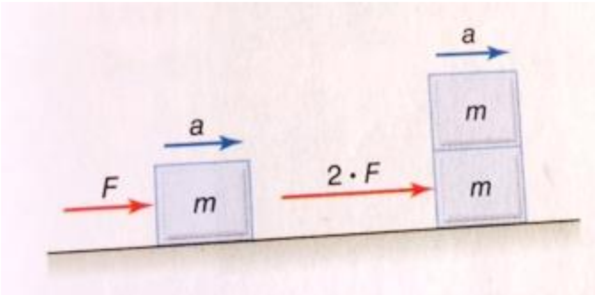

Figura 20 – Aceleração é a mesma para o modulo da forca e a massa são diretamente proporcionais.
Fonte: (TORRES, et. al, 2013a).

- Para um mesmo valor da massa do corpo, quanto maior a intensidade da força resultante aplicada, maior a intensidade da aceleração.

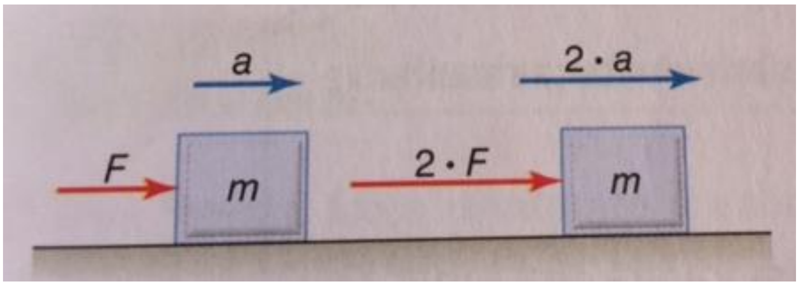

Figura 21 – Uma dada massa, os módulos da força e da aceleração são diretamente proporcionais.
Fonte: (TORRES, et. al, 2013a).

No SI, a massa é medida em Kg e a aceleração em m/s^2. Assim, de acordo com a segunda lei de Newton, a intensidade da força resultante é medida em $Kg\ .\ m/s^2$ (ou $Kg\ .m\ .s^{-2}$), unidade de medida que recebe o nome de newton (N).

Exemplo 9: um avião com massa de 4000 kg é acelerado por uma força resultante de intensidade 24000 N. Qual é a aceleração adquirida pelo avião?

$$F_{res} = m\ .a$$
$$24000 = 4000\ .a$$
$$4000\ .a = 24000$$
$$a = \frac{24000}{4000}$$

Portanto a aceleração é 6 m/s^2. (TORRES, et. al, 2013a).

Exemplo 10: Que força resultante é necessária para acelerar uma bicicleta, juntamente com seu ocupante, com massa total de 60 kg a 1,5 m/s^2?

$$F_{res} = m\ .a$$
$$F_{res} = 60\ .1{,}5$$

Portanto a F_{res} é igual a 90 N. (TORRES, et. al, 2013a).

- **Mudanças de fases (Calor Latente)**: Nem toda troca de calor existente na natureza se detém a modificar a temperatura dos corpos. Em alguns casos, há mudança de estado físico destes corpos. Neste caso, chamamos a quantidade de calor calculada de calor latente.

A quantidade de calor latente (Q) é igual ao produto da massa do corpo (m) e de uma constante de proporcionalidade (L).

Assim temos a fórmula:

$$Q = m.L,$$

Q é a quantidade de calor e a unidade utilizada é a caloria (cal), m é a massa da substância e a unidade adotado é o grama (g), L é o calor latente e a unidade tomada é a caloria por grama (cal/g).

A constante de proporcionalidade é chamada calor latente de mudança de fase e se refere a quantidade de calor que 1 g da substância calculada necessita para mudar de uma fase para outra. (2018)

Exemplo 11: Se o calor latente de fusão do gelo é de 80 cal/g, qual é a quantidade de calor que deve ser fornecida a um cubo de gelo de 50 g, a 0 ºC, para fundi-lo totalmente?

$$Q = m.L$$
$$Q = 50\ .\ 80$$

Portanto Q = 4000 cal. (BONJORNO, et. al, 2016b).

- **Ondas periódicas:** As ondas estão associadas aos movimentos periódicos. A característica desses movimentos é a repetição de ciclos idênticos em intervalos de tempos iguais. A onda unidimensional propaga-se com velocidade constante. Considere uma pessoa executando periodicamente um movimento vertical de sobe e desce na extremidade livre de uma corda, conforme ilustrado na Figura 22.

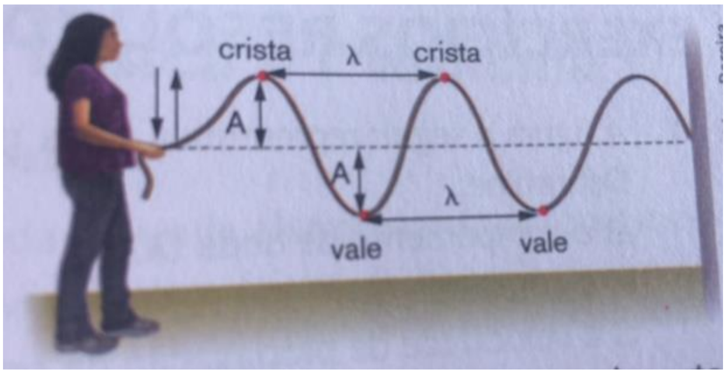

Figura 22 - Representação de um onda periódica em uma corda.
Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016b).

Para facilitar a caracterização de uma onda, atribuímos nomes a algumas de suas partes. A parte mais elevada denomina-se crista e a cavidade, ou seja, a parte mais baixa entre duas cristas chama-se vale.

O período T de uma onda pode ser definido como o tempo necessário para que duas cristas consecutivas passem pelo mesmo ponto da corda. Por sua vez, a frequência f de uma onda é o número de cristas consecutivas ou de vales consecutivos que passam por um mesmo ponto da corda, a cada unidade de tempo. A partir dessas informações obtemos a seguinte fórmula,

$$T = \frac{1}{f}.$$

A distância entre duas cristas ou entre dois vales consecutivos é denominada comprimento da onda, representada pela letra grega λ (lambda), e A é a amplitude da onda.

No SI, a unidade de medida para o comprimento de onda e para a amplitude é o metro (m).

Como a onda se propaga com velocidade constante, vale a expressão do movimento uniforme, $s = vt$. Pensando em uma onda, podemos reescrever essa equação tomando $s = \lambda$ e $t = T$:

$$s = vt \Rightarrow \lambda = vT \Rightarrow \lambda = v \cdot \frac{1}{T}$$

que resulta na seguinte equação:

$$v = \lambda f.$$

Essa equação vale para qualquer onda periódica (som, ondas na água, luz etc.) e é chamada de equação fundamental da ondulatória. (BONJORNO, et. al, 2016b)

Exemplo 12: um pescador observa que, a cada 3 s, passa uma crista de onda pela proa de seu barco ancorado. Ele também observa que, em dado instante, há uma crista na proa, outra no ponto médio e outra na popa do seu barco de 12 m. Qual é a velocidade de propagação dessa onda?

Solução: se a cada 3 s passa uma crista pela proa do barco, esse intervalo de tempo é o período T da onda. Como em determinado tempo existe uma crista na proa, outra no ponto médio e outra na popa do barco de 12 m, então concluímos que a distância entre duas cristas é de 6 m, logo $\lambda = 6\ m$.
Assim, pela equação fundamental das ondas, temos:

$$v = \lambda f$$
$$v = 6 \cdot \frac{1}{3}$$
$$v = \frac{6}{3}.$$

Logo a $v = 2\ m/s$. (TORRES, et. al, 2013b)

- **Primeira lei de ohm (resistores):** uma corrente elétrica em um condutor é consequência da aplicação de uma diferença de potencial (DDP) entre dois pontos desse condutor. Nota-se, todavia, que dependendo do condutor a corrente terá valores diversos para uma mesma diferença de potencial. A causa é a “resistência” na qual os condutores oferecem ao movimento das cargas.

Pode-se mostrar experimentalmente que para os resistores existe uma relação proporcional entre a diferença de potencial (tensão) e a corrente, cuja razão é o valor da resistência.

O físico e matemático alemão George Simon Ohm concluiu, em 1827, que, mantida a temperatura constante, a diferença de potencial nos resistores é diretamente proporcional à intensidade da corrente que o atravessa.

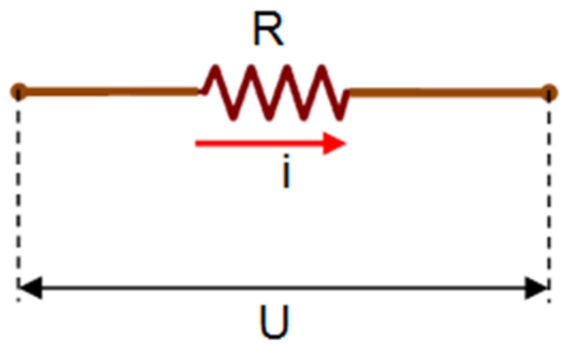

Figura 23 – Resistor submetido a uma ddp.
Fonte: (TORRES, et. al, 2013c)

Ohm fez variar a tensão (U, 2U, 3U,...) em um resistor e obteve respectivamente as correntes (i, 2i, 3i,...). A partir disso, concluiu:

$$\frac{U}{i} = \frac{2U}{2i} = \frac{3U}{3i} = \cdots = constante = R$$

Cada condutor apresenta uma constante característica. Esse valor constante representa a resistência do condutor à passagem de corrente. Simbolizando a constante por R, a 1ª lei de Ohm pode ser escrita da seguinte forma: (BONJORNO, et. al, 2016c)

$$U = R.i$$

Dessa definição, concluímos que a unidade de resistência elétrica no SI é o volt por ampère (V/A). Para homenagear o físico alemão Georg Simon Ohm, que criou o conceito de resistência elétrica, essa unidade recebeu o nome de ohm (símbolo Ω). (TORRES, et. al, 2013c)

Exemplo 13: Um dispositivo elétrico de aquecimento opera com uma ddp de 120 V, sendo percorrido por uma corrente elétrica com intensidade de 0,40 A. Determine a resistência elétrica desse dispositivo.

Solução:

$$U = R.i$$
$$120 = R.0{,}4$$
$$0{,}4\,.\,R = 120$$
$$R = \frac{120}{0{,}4}$$

Portanto R = 300 Ω (CARRON; GUIMARÃES, 1997).

5.2 - Função Polinomial do 2º Grau

Uma função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se função quadrática ou função polinomial do 2º grau quando existem números reais $a, b\ e\ c$, com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$. (LEONARDO, 2016).

Alguns conteúdos da física onde se aplica a função quadrática ou função polinomial do 2º grau, são: movimento uniformemente variado, energia cinética, potência elétrica num resistor.

- **Movimento uniformemente variado:** analisando o movimento de uma pessoa caminhando por um terreno acidentado. Há momentos em que ela consegue manter sua velocidade constante (movimento uniforme) e outros em que ela é obrigada a modificar sua velocidade (movimento variado). Quando a velocidade de um móvel sofre variação uniforme com o tempo, assim estão ocorrendo variações iguais em mesmos intervalos de tempos, portanto temos o movimento uniformemente variado ou (MUV). (BONJORNO, et. al, 2016a)

A função que define o movimento uniformemente variado é a seguinte:

$$\boldsymbol{s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\ a t^2}$$

(nota-se claramente a semelhança com $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$**)**

- $\boldsymbol{s}$ = posição final do móvel no instante **t**;
- $\boldsymbol{v_0}$ = velocidade do móvel no instante $\boldsymbol{t_0} = 0$;
- $\boldsymbol{s_0}$ = posição do móvel no instante$\boldsymbol{t_0} = 0$**.;**
- $\boldsymbol{v}$ = velocidade do móvel no instante **t**
- $\boldsymbol{a}$ = aceleração.

Exemplo 14: Um móvel realiza um movimento retilíneo e uniformemente variado. No instante t = 0, o móvel passa pela posição s = 10 m com velocidade escalar de 2 m/s e aceleração escalar de 4 $\mathrm{m/s^2}$. Qual é a sua posição no instante t = 10 s?
Resolução: primeiro, com os valores dados, obtemos a equação do movimento do móvel:

$$s(t) = 10 + 2t + \frac{4t^2}{2}.$$

Depois, encontramos o valor de *s* quanto t = 10 s.

$$s(t) = 10 + 2\,.\,10 + 2\,.\,10^2$$

$$s(t) = 10 + 2\,.\,10 + 2.\,100$$

$$s(t) = 10 + 20 + 200$$

Portanto $s(t) = 230\ m$. (BONJORNO, et. al, 2016a)

- **Energia cinética:** A água que corre, o vento que sopra, uma bola de boliche lançada por uma pessoa, um corpo que cai, um carro em movimento... Todos esses fenômenos têm associada a eles uma energia de movimento. A energia que vem do movimento é denominada energia cinética (E_c). A palavra cinética tem origem no grego kinetikós e significa “que produz movimento”.

A energia cinética de um corpo resulta de uma transferência de energia proveniente do sistema que aplica a força. Por meio desse raciocínio, vemos que há uma relação de equivalência entre trabalho e energia, que neste caso é a energia cinética.

No exemplo da bola de boliche, o trabalho da força muscular realizado pelo jogador transfere à bola a energia que a põe em movimento. A bola em movimento colide com os pinos e os empurra, realizando trabalho sobre eles.

Percebemos que quanto maior for a velocidade da bola, maior será o trabalho realizado por ela e maior sua energia cinética. Podemos perceber ainda que a energia cinética depende da massa. Quanto maior for a massa da bola, maior a sua energia cinética. É possível mostrar que para um corpo de massa m, deslocando-se com velocidade v, a energia cinética E_c é dada por:

$$E_c = \frac{1}{2}\, mv^2.$$

A unidade de energia cinética é a mesma de trabalho, isto é, o joule (J). Como a energia cinética de um corpo está associada ao seu movimento, ela é uma grandeza relativa, isto é, depende do referencial adotado. Assim, a energia cinética de um passageiro, dentro de um ônibus, é nula em relação ao ônibus, mas não em relação a um carro parado na rua enquanto o ônibus continuar em movimento. (BONJORNO, et. al, 2016a)

Exemplo 15: Qual é a energia cinética de uma bola de tênis de massa 0,060 kg rebatida a 144 km/h?

Resolução: transformando a velocidade de km/h para m/s, temos:

$$v = 144\,\frac{km}{h} = 40\; m/s$$

$$E_c = \frac{1}{2}\, mv^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{mv^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{0{,}060\,.\,40^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{0{,}060\,.\,1600}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{96}{2}$$

Portanto a $E_c = 48\,J$. (BONJORNO, et. al, 2016a)

- **Potência elétrica num resistor:** É a rapidez com que um determinado trabalho é realizado, ou com que a energia é transformada. Matematicamente é definida por $P = \frac{\tau}{\Delta t}$ e sua unidade é o watt (*W*), que corresponde a 1 J/1 s.

Considere um resistor de resistência R submetido a uma tensão U e corrente i. Isso significa que certa quantidade de carga ΔQ percorre esse resistor num intervalo de tempo Δt.

O trabalho realizado pela força elétrica para deslocar ΔQ de A para B no intervalo de tempo Δt, é dado por:

$$\tau = \Delta Q \,.\, U.$$

Para calcular a potência P, ou seja, o trabalho realizado pela força elétrica por unidade de tempo basta dividir ambos os membros pelo tempo Δt gasto no deslocamento AB.

$$\frac{\tau}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \,.\, U.$$

Como a primeira razão equivale à potência P e a segunda equivale à intensidade da corrente i. Logo a potência elétrica é igual ao produto da tensão pela corrente.

$$P = U.i.$$

A última equação nos permite calcular a potência elétrica consumida ou dissipada por um resistor na forma de energia térmica ou por qualquer dispositivo resistivo, como um chuveiro elétrico, o ferro de passar roupa, a torradeira, entre outros.

Combinando a última expressão, apresentada acima, com a 1ª lei de Ohm, podemos obter duas equações adicionais, mas equivalentes, para a potência elétrica consumida ou dissipada por um resistor:

$$P = Ui \Rightarrow P = (Ri) \,.\, i$$
$$\Rightarrow P = Ri^2.$$

Se na equação da potência trocarmos *i* por $\frac{U}{R}$, teremos:

$$P = Ui$$

$$\Rightarrow P = U.\frac{U}{R}$$

$$\Rightarrow P = \frac{U^2}{R}.$$

(BONJORNO, et. al, 2016c)

Exemplo 16: Determine o valor da resistência elétrica de uma lâmpada incandescente de 60 *W*, fabricada para funcionar sobre tensão de 120 *V*.

Resolução:

$$P = \frac{U^2}{R}$$
$$60 = \frac{120^2}{R}$$
$$60 = \frac{14400}{R}$$
$$60\,R = 14400$$
$$R = \frac{14400}{60}.$$

Portanto $R = 240\ \Omega$. (TORRES, et. al, 2013c)

6 – Trigonometria e Logaritmos

Neste capítulo são apresentados os conceitos básicos de trigonometria, logaritmos e algumas de suas aplicações no ensino de física.

6.1 - Trigonometria

A origem da trigonometria se deu a partir de quando os astrônomos começaram a calcular a distância que separam a Terra do Sol e da Lua. As dimensões do Universo sempre fascinaram os cientistas. O astrônomo grego Aristarco de Samos (310 a.C. -230 a.C.) foi o primeiro a calcular as distâncias entre os corpos citados acima. Para isso, ele usou relações entre as medidas dos lados e as medidas dos ângulos internos de triângulos retângulos. Trigonometria, do grego *trigono* (triângulo) e *metria* (medida), é a parte da matemática que estuda as relações existentes entre os lados e os ângulos dos triângulos. (PAIVA, 2005)

Dentro da trigonometria estudamos as funções trigonométricas, que são seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e cossecante. Neste texto definiremos apenas seno, cosseno e tangente, que são as mais usadas na física.

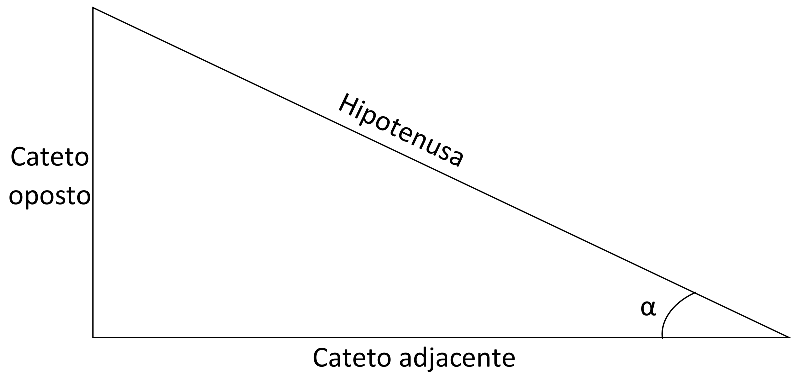

Figura 24 – Triângulo Retângulo
Fonte: Próprio autor

As funções trigonométricas estão baseadas nas razões existentes entre dois lados do triângulo retângulo em função de um ângulo. Conforme a figura 24, os lados do triângulo retângulo os catetos (oposto e adjacente em relação a um ângulo α) e a hipotenusa.

As funções seno, cosseno e tangente são definidas como:

$$Sen\ \alpha = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa}$$

$$Cos\ \alpha = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$$

$$Tg\ \alpha = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente}$$

A trigonometria é bastante utilizada no ensino da física, os principais conteúdos que contemplam são trabalho de uma força, plano inclinado, refração de ondas e da luz.

- **Trabalho de uma força:** em física, quando uma força produz o deslocamento de um corpo, essa força realiza trabalho. Assim, se não houver deslocamento ou força, não há trabalho.

Para a definição de trabalho vamos considerar dois casos:

1º caso: a força tem a mesma direção do deslocamento

Na Figura 25, consideremos um caixote que, por causa da força $\vec{F}$, horizontal e constante, se movimenta da posição *A* para a posição *B*, sofrendo um descolamento $\vec{d}$.

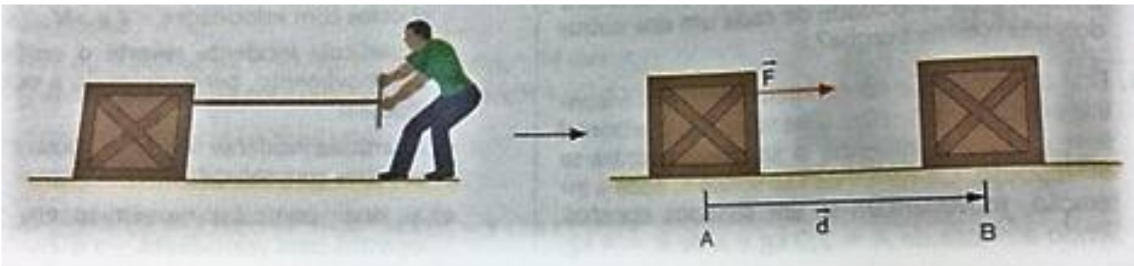

Figura 25 – Força aplicada em um corpo na mesma direção do deslocamento.

Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016a)

O trabalho de $\vec{F}$ no deslocamento AB é dado por:

$$\tau_{A,B} = \vec{F}\ \vec{d}$$

Se a força $\vec{F}$ tem o mesmo sentido do deslocamento, o trabalho é positivo e recebe o nome de trabalho motor ($\tau_{motor} > 0$). Se a força $\vec{F}$ tem sentido contrário ao do deslocamento, o trabalho é negativo e denominado resistente ($\tau_{resistente} < 0$).

A unidade de trabalho no SI é *N.m*, chamada joule, que é indicada por *J*.

$$1\ N.1\ m = 1\ J.$$

Isso significa dizer que 1 joule é o trabalho realizado por uma força de 1 newton que atua na mesma direção e sentido de um deslocamento de 1 metro.

- **2º caso: a força não tem a mesma direção do deslocamento**

Consideremos o mesmo caixote que, sob a ação da força $\vec{F}$, passa da posição *A* para a posição *B*, sofrendo um deslocamento $\vec{d}$. Entretanto, agora a força $\vec{F}$ é aplicada no corpo num ângulo α com a direção do deslocamento, conforme a Figura 26.

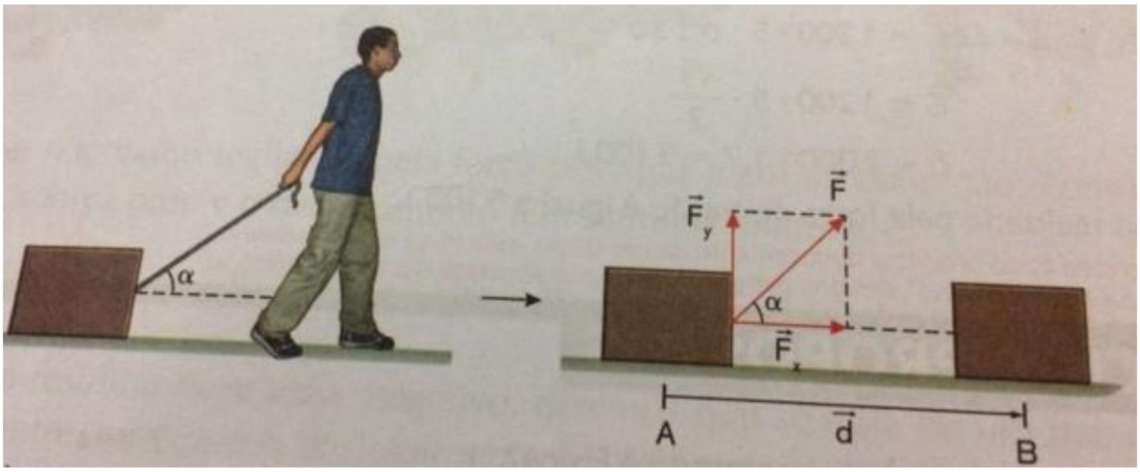

Figura 26 – Força aplicada em um corpo em direção diferente do deslocamento.
Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016a)

Nesse caso, o trabalho da componente $\vec{\boldsymbol{F}}_y$ no deslocamento $\vec{\mathbf{d}}$ é nulo, pois não há deslocamento na direção y. Logo, somente $\vec{\boldsymbol{F}}_x$ realiza trabalho, o qual é dado por:

$$\tau_{A,B} = \tau_{Fx} \Rightarrow \tau_{A,B} = F_x\, d$$

$$\tau_{A,B} = F\,.\,d\,.\cos\alpha.$$

Se a força $\vec{F}$ for perpendicular à direção do deslocamento ($\alpha = 90°$), o trabalho de $\vec{F}$ é nulo, pois $\cos 90° = 0$.

O trabalho de uma força $\vec{F}$, constante ou não, pode ser obtido por meio do cálculo da área delimitada pelo gráfico de $\boldsymbol{F}$ e as retas $x = 0$, $x = d$ e $y = 0$, conforme ilustrado na Figura 27.

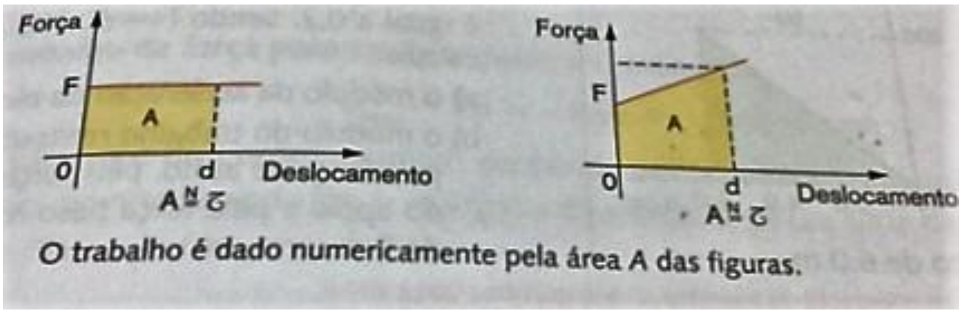

Figura 27 – Cálculo do trabalho por meio de áreas.

Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016a)

Exemplo 17: Uma força horizontal com intensidade 12 N atua em um corpo, movimentando-o por um plano horizontal, ilustrado na Figura 28. Se o trabalho realizado por essa força é de 60 J, determine o deslocamento sofrido pelo corpo.

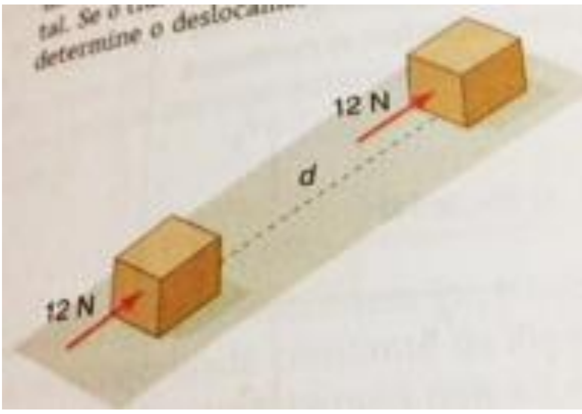

Figura 28 – Representação de uma força horizontal sendo aplicada em um corpo.

Fonte: (TORRES, et. al, 2013a)

Resolução:

$$\tau_{A,B} = F \,.\, d \,.\cos\alpha$$

$$60 = 12 \,.\, d \,.\cos 0°$$

$$12 \,.\, d. 1 = 60$$

$$12\, d = 60$$

$$d = \frac{60}{12}.$$

Logo, d = 5 m.

- **Plano inclinado:** as rampas de acesso a edifícios e garagens, assim como os trechos em aclive e declive das estradas, são exemplos de **planos inclinados**.

Para equilibrar um bloco de peso $\vec{P}$, conforme a Figura 29, segurando-o com o uso de um fio, sem apoiá-lo, deve-se aplicar força de intensidade $\vec{F}$ igual a $\vec{P}$.

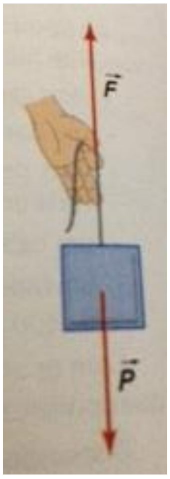

Figura 29 – Força peso e força aplicada em um corpo.

Fonte: (TORRES, et. al, 2013a)

Apoiando o bloco num plano inclinado, perfeitamente liso, a força que você deve aplicar tem intensidade $\vec{\boldsymbol{F}}$ menor do que $\vec{\boldsymbol{P}}$. De fato, podemos decompor o peso $\vec{P}$ nas componentes normal $\overrightarrow{P_n}$ e tangencial $\overrightarrow{P_t}$.

No triângulo destacado em verde na Figura 30, temos:

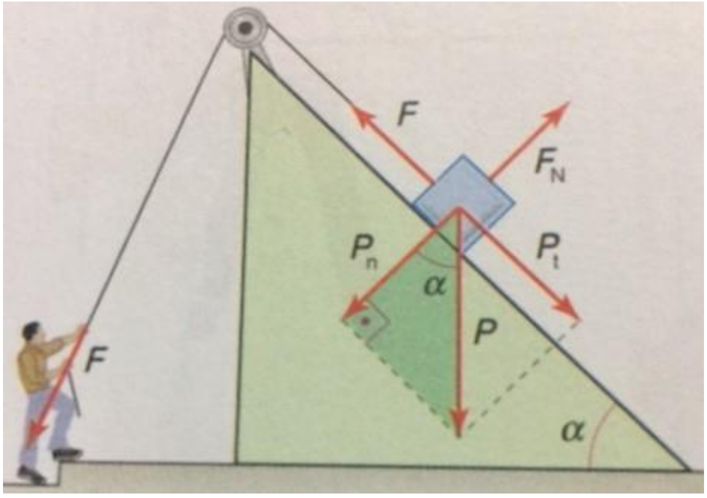

Figura 30 - Ação de forças em um plano inclinado.
Fonte: (TORRES, et. al, 2013a)

Como

$$Sen\,\alpha = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa}$$

$$Cos\,\alpha = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$$

então

$$\cos\alpha = \frac{P_n}{P} \Longrightarrow\ P_n = P.\cos\alpha$$

$$sen\ \alpha = \frac{P_t}{P} \Longrightarrow\ P_t = P.sen\ \alpha.$$

Estando o bloco em equilíbrio, $\overrightarrow{P_n}$ equilibra à reação normal, $\overrightarrow{F_n}$ e P_t equilibra à força $\vec{F}$.

Em módulo, temos:

$$P_n = P.\cos\alpha = F_n$$

$$P_t = P.sen\ \alpha = \ \mathrm{F}\ .$$

Sendo $sen\alpha < 1$, obtemos: $F < P$ (a intensidade da força potente $\vec{F}$ é menor do que à intensidade da força resistente $\vec{P}$). Por isso, o plano inclinado é considerado uma máquina simples.

O exemplo a seguir ilustra o movimento de um bloco ao longo de um plano inclinado.

Exemplo 18 - Calcule a aceleração com que um bloco escorrega num plano inclinado isento de atrito, ilustrado na Figura 31.

Resolução: as forças que agem no bloco são o peso $\vec{P}$ e a força normal $\overrightarrow{F_N}$. Decompondo o peso $\vec{P}$ nas componentes $\overrightarrow{P_n}$ (de módulo $P_n = P.\cos\alpha$), que anula $\overrightarrow{F_N}$, e $\overrightarrow{P_t}$ (de módulo $P_t = P.sen\,\alpha$), que é a resultante das forças que agem no bloco e aplicando o princípio fundamental da Dinâmica, temos:

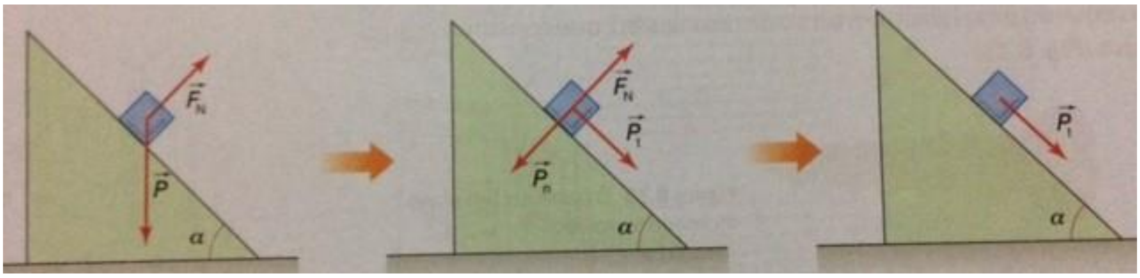

Figura 31 – Plano inclinado sem atrito.

Fonte: (TORRES, et. al, 2013a)

$$F_{res} = m\,.\,a \;\Rightarrow\; P_t = m\,.\,a \;\Longrightarrow P.sen\,\alpha = m\,.\,a \;\Longrightarrow m\,.\,g\,.\,sen\,\alpha = m\,.\,a$$

$$\Rightarrow a = g.sen\,\alpha.$$

Suponhamos agora a existência de atrito entre o bloco e o plano inclinado, conforme ilustrado na Figura 32. Seja μ_d o coeficiente de atrito dinâmico. Calcule a nova aceleração com que o bloco escorrega.

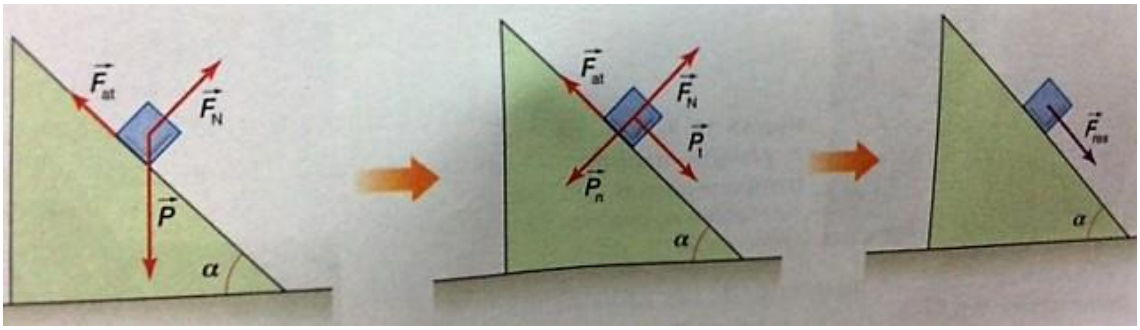

Figura 32 - Plano inclinado com atrito.

Fonte: (TORRES, et. al, 2013a)

Pelo princípio fundamental da Dinâmica:

$$P_t - F_{at} = m\,.\,a,$$

sendo $P_t = P.sen\,\alpha$ e $F_{at} = \mu_d\,.\,F_n = \mu_d\,.\,P_n = \mu_d\,.\,P.\cos\alpha$, temos:

$$P\,.\,sen\,\alpha - \mu_d\,.\,P.\cos\alpha = m\,.\,a$$

$$m\,.\,g\,.\,sen\,\alpha - \mu_d\,.\,m\,.\,g\,.\cos\alpha = m\,.\,a$$

$$\Rightarrow a = g\,.\,sen\,\alpha - \mu_d\,.\,g\,.\cos\alpha.$$

Exemplo 19: Na Figura 33 tem-se um bloco de peso 100 N que desce um plano inclinado com velocidade constante. O ângulo que o plano inclinado forma com a horizontal é de 30°. Sendo $sen\,30° = 0{,}50$ e $\cos 30\,° = 0{,}86$, determine:

- **a)** A intensidade da força de atrito que age no bloco;
- **b)** O coeficiente de atrito dinâmico.

Resolução:

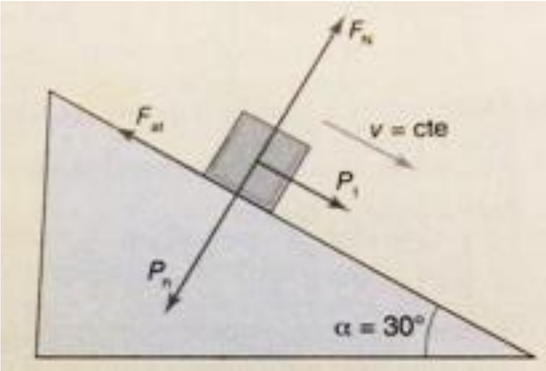

Figura 33 – Forças que atuam no corpo que desce o plano inclinado com velocidade constante.

Fonte: (TORRES, et. al, 2013a)

a) Sendo v constante, resulta $a = 0$

$$F_{res} = m\,.\,a \Rightarrow F_{res} = 0.$$

Assim, na direção tangencial ao plano inclinado, temos:

$$F_{at} = P_t$$
$$\Longrightarrow F_{at} = P.sen\,\alpha$$
$$\Longrightarrow F_{at} = 100\,.sen\,30°$$
$$\Longrightarrow F_{at} = 100\,.\,0{,}50$$

Portanto $F_{at} = 50\ N$.

b) Na direção normal ao plano inclinado, a força de reação normal do apoio F_N, deve equilibrar a componente P_n do peso do corpo. Então, a força de atrito é calculada fazendo-se:

$$F_{at} = \mu_d . F_N \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow F_{at} = \mu_d\,.P.\cos\alpha \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow 50 = \mu_d\,.\,100\,.\cos 30° \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow \mu_d = \frac{50}{100\,.\cos 30°} \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow \mu_d = \frac{50}{100\,.\,0{,}86} \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow \mu_d = \frac{50}{86}$$

Portanto $\mu_d \simeq 0{,}58$.

- **Refração de ondas:** uma onda que se propaga em um meio material homogêneo tem sempre a mesma velocidade, a mesma frequência e o mesmo comprimento de onda. Quando essa onda passa de um meio para outro, de características diferentes, ela passa a se propagar com uma velocidade diferente, caracterizando o fenômeno da refração. (BONJORNO, et. al, 2016b)

O fenômeno da refração pode ser observado, por exemplo, nas ondas do mar que arrebentam numa praia. Ele ocorre porque a velocidade de propagação é alterada devido à mudança de profundidade da água. O funcionamento de lentes, por exemplo, baseia-se no fenômeno da refração, pois a luz, ao passar do ar para o vidro e depois do vidro para o ar, sofre desvio em sua direção de propagação.

Na refração, ao comparar as ondas incidente e refratada, devemos ter em mente que sua frequência não sofre nenhuma alteração ($F_1 = F_2$), pois depende apenas da fonte que gera a onda. Como a velocidade de propagação da onda muda de um meio para outro ($v_1 \neq v_2$), então o comprimento de onda também se modifica ($\lambda_1 \neq \lambda_2$).

Nesse fenômeno, o comprimento λ da onda é diretamente proporcional à sua velocidade de propagação v, pois $v = \lambda \, . \, f$ e f é constante. Logo, se a velocidade de propagação da onda aumenta seu comprimento de onda também aumenta, na mesma proporção. Assim, temos

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$

As razões $\frac{v_1}{v_2}$ e $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ são adimensionais e caracterizam o índice de refração do meio 2 em relação ao meio 1, usualmente representado por $n_{2,1}$. Portanto, o índice de refração de um meio 2 em relação a um meio 1 é dado por

$$n_{2,1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$

Na refração, o desvio que se verifica na direção de propagação da onda está relacionado com a velocidade da onda em cada um dos meios.

O ângulo de incidência i e o ângulo de refração r, ambos medidos em relação à reta normal à superfície de separação dos meios, estão relacionados entre si pela Lei de Snell-Descartes: (TORRES, et. al, 2013b).

$$\frac{sen\, i}{sen\, r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$

Na Figura 34, é apresentado um esquema com os elementos característicos da refração de uma onda.

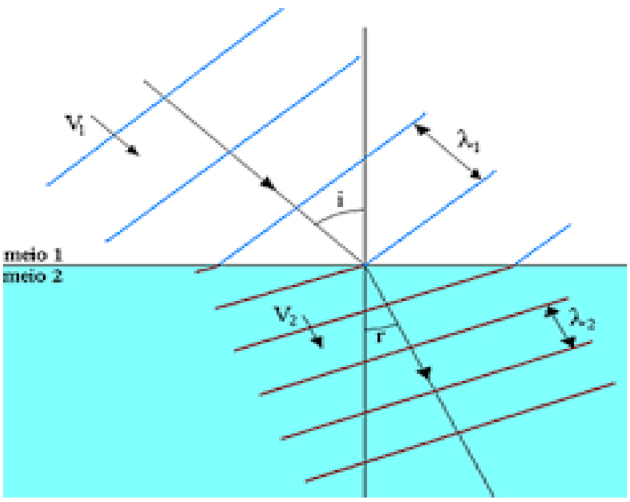

Figura 34 - Representação de onda no qual sofre refração.

Fonte: (TORRES, et. al, 2013b)

Como regra geral, podemos dizer que o ângulo de refração r, entre a reta normal à superfície de separação dos meios e o raio de onda refratado, aumentará se a velocidade de propagação da onda aumentar; se a velocidade de propagação diminuir, o ângulo r também diminuirá. A exceção a essa regra ocorre quando a onda é perpendicular à superfície de separação dos meios ($i = 0$). Nesse caso, a onda refrata sem desvio ($r = 0$), mas há mudança na velocidade de propagação. (TORRES, et. al, 2013b)

Exemplo 20: A figura 35 mostra frentes de onda passando de um meio 1 para o meio 2. A velocidade da onda no meio 1 é $v_1 = 200\ m/s$, e a distância entre duas frentes de onda é 5 cm no meio 1. Considere sen $\theta_1 = 0{,}8$ e sen $\theta_2 = 0{,}5$.

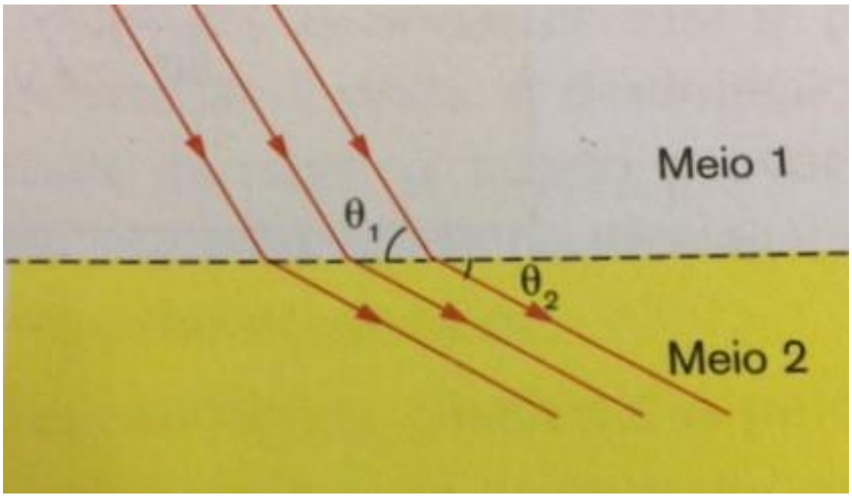

Figura 35 - Representação de frente de onda passando de um meio 1 para o meio 2.
Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016b)

Para a onda que se propaga no meio 2, determine:

a) A frequência f_2;
b) A velocidade v_2;
c) O comprimento de onda λ_2.

Resolução:

a) A partir da fórmula de velocidade de onda, iremos calcular a frequência no meio 1, pois a frequência não muda de meio para outro.

Fórmula da velocidade $v = \lambda . f$

$$f_1 = \frac{v_1}{\lambda_1}$$

Transformando o comprimento de onda de cm para metro.

$$5\ cm \div 100 = 0{,}05\ m$$

Substituindo os valores em seus respectivos correspondentes temos:

$$f_1 = \frac{200}{0{,}05}$$

Portanto, a frequência no meio 1 é

$$f_1 = 4000\ Hz$$

Logo passando o resultado para notação cientifica temos

$$f_1 = 4\ .\ 10^3\ Hz.$$

Assim, $f_1 = f_2 = 4\ .\ 10^3\ Hz$.

b) Para se calcular a velocidade de onda no meio 2, basta utilizar a fórmula de refração de onda que é a seguinte:

$$\frac{sen\, i}{sen\, r} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Substituindo os valores, temos:

$$\frac{0{,}8}{0{,}5} = \frac{200}{v_2} \Rightarrow 0{,}8\ .\ v_2 = 0{,}5\ .\ 200 \Rightarrow 0{,}8\ .\ v_2 = 100 \Rightarrow v_2 = \frac{100}{0{,}8} = 125$$

Portanto a $v_2 = 125\ m/s$.

c) Para se calcular a o comprimento de onda no meio 2, basta utilizar a formula de velocidade de onda que é a seguinte:

$$v = \lambda . f$$

Substituindo os valores em seus respectivos correspondentes temos:

$$v_2 = \lambda_2\ .\ f_2$$

$$125 = \lambda_2\ .\ 4\ .\ 10^3$$

$$\lambda_2\ .\ 4\ .\ 10^3 = 125$$

$$\lambda_2 = \frac{125}{4\ .\ 10^3}$$

$$\lambda_2 = \frac{125}{4000}$$

Portanto o $\lambda_2 = 0{,}03125\ m$. (BONJORNO, et al., 2016b)

6.2 – Logaritmo

Definição de logaritmo: Sejam os números reais positivos a e b, com $0 < a \neq 1$. Denomina-se logaritmo de b na base a o expoente c, tal que $b = a^c$, isto é:

$$\mathbf{\log_a b = c \iff a^c = b}$$

Nessa representação, a é a base do logaritmo, b é o logaritmando e c é o logaritmo.

- Consequências da definição: de acordo com a definição de logaritmo, podemos estabelecer que:

    - $\log_a a = 1$
      Fazendo $\log_a a = x$, temos: $a^x = a^1 \Rightarrow x = 1$;

    - $\log_a 1 = 0$
      Fazendo $\log_a 1 = x$, temos: $a^x = 1 \Longrightarrow a^x = a^0 \Longrightarrow x = 0$;

    - $\log_a a^n = n$
      Fazendo $\log_a a^n = x$, temos: $a^x = a^n \Longrightarrow x = n$;

    - $\log_a b = \log_a c \iff b = c$
      Fazendo $\log_a b = x$ e $\log_a c = x$, temos: $\begin{matrix} a^x = b \\ a^x = c \end{matrix} \Longrightarrow b = c$;

    - $a^{\log_a b} = b$
      Fazendo $\log_a b = x$, temos: $a^x = b$
      Substituindo $x = \log_a b$ em $a^x = b$, temos: $a^{\log_a b} = b$

- Propriedades operatórias dos logaritmos:

    - **Logaritmo do produto:** Em uma mesma base, o logaritmo do produto de dois ou mais números positivos é igual à soma dos logaritmos de cada um desses números.

      $\log_a(b\,.\,c) = \log_a b + \log_a c$, com $a > 0, b > 0, c > 0$ e $a \neq 1$.

      Demonstração:
      Considerando $\log_a b = m$, $\log_a c = n$ e $\log_a(b.c) = p$, temos, pela definição, que:
      $\log_a b = m \Leftrightarrow a^m = b$ $\qquad$ $\log_a c = n \Leftrightarrow a^n = c$

      $$\log_a(b.c) = p \Leftrightarrow a^p = b.c.$$

      Substituindo $b = a^m$ e $c = a^n$ em $a^p = b.c$, temos:

      $$a^p = a^m.a^n \Longrightarrow a^p = a^{m+n} \Longrightarrow p = m + n \Longrightarrow \log_a(b.c) = \log_a b + \log_a c.$$

    - **Logaritmo do quociente:** Em uma mesma base, o logaritmo do quociente de dois números positivos é igual à diferença dos logaritmos de cada um desses números.

      $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$, com $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ e $a \neq 1$.
      Demonstração:

Considerando $\log_a b = m$, $\log_a c = n$ e $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = q$, temos, pela definição, que:

$\log_a b = m \Leftrightarrow a^m = b$ $\quad \log_a c = n \Leftrightarrow a^n = c$ $\quad \log_a \left(\frac{b}{c}\right) = q \Leftrightarrow a^q = \frac{b}{c}$

Substituindo $b = a^m$ e $c = a^n$ em $a^q = \frac{b}{c}$, temos:

$a^q = \frac{a^m}{a^n} \Rightarrow a^q = a^{m-n} \Rightarrow q = m - n \Rightarrow \log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c.$

- **Logaritmo da potência:** O logaritmo de uma potência de base positiva é igual ao produto do expoente pelo logaritmo da base da potência.

$$\log_a b^n = n \,.\log_a b, \text{ com } a > 0,\ b > 0 \text{ e } a \neq 1$$

Demonstração:

Considerando $\log_a b = c$ e $\log_a b^n = d$, temos, pela definição, que:

$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$ $\qquad \log_a b^n = d \Leftrightarrow a^d = b^n$

Substituindo $b = a^c$ em $a^d = b^n$, temos:

$$a^d = (a^c)^n \Rightarrow a^d = a^{c.n} \Rightarrow d = n.c \Rightarrow \log_a b^n = n\,.\log_a b$$

- **Mudança de base:** Vimos acima as propriedades operatórias dos logaritmos, válidas para logaritmos de mesma base. Em alguns casos, porém, temos que realizar cálculos com logaritmos de bases diferentes. Para isso podemos realizar a mudança de base do logaritmo de maneira conveniente.
Veja como podemos transformar $\log_a b$ em um logaritmo de base c, com $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ e $c \neq 1$:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

Demonstração:

Considerando $\log_a b = p$, $\log_c b = m$ e $\log_c a = n$, temos, pela definição, que:

$\log_a b = p \Rightarrow a^p = b$ $\qquad \log_c b = m \Rightarrow c^m = b$ $\qquad \log_c a = n \Rightarrow c^n = a$

Como $a^p = b$ e $c^m = b$, então $a^p = c^m$.
Substituindo $a = c^n$ em $a^p = c^m$, temos:

$(c^n)^p = c^m \Rightarrow c^{n.p} = c^m \Rightarrow n\,.p = m \Rightarrow \log_c a\ .\log_a b = \log_c b \Rightarrow$ $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$. (SOUZA, 2013)

Um dos conteúdos da física que aborda logaritmo é a intensidade do som entre outros.

- **A intensidade do som:** é a qualidade que permite distinguir um som forte de um som fraco.

Uma forma de aumentar a intensidade do som consiste em aumentar a amplitude de vibração da fonte sonora, por causa de uma força de percussão maior. Por exemplo, dedilhando com força a corda de um violão, o som é forte, dedilhando levemente, o som é fraco.

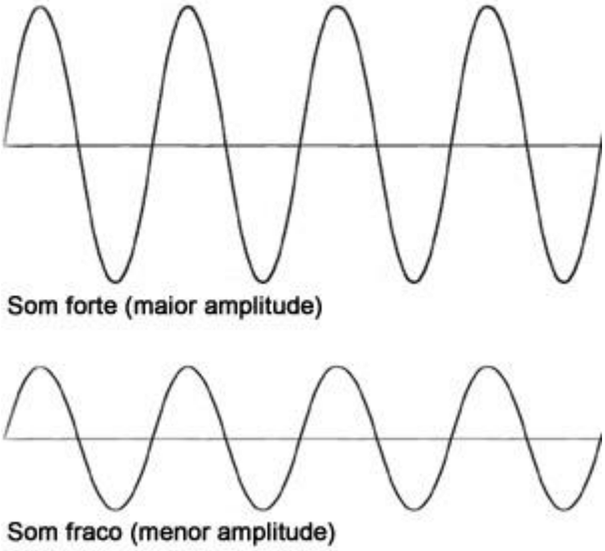

Figura 36 - Representação da amplitude. Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016b)

Embora a intensidade do som dependa da amplitude da vibração da fonte, temos que considerar que as ondas sonoras transportam energia de uma região para outra.

Uma forma de descrever a energia transportada por uma onda sonora é por meio da **intensidade física** ($\boldsymbol{I}$), definida como a quantidade de energia ($\boldsymbol{E}$) que durante o intervalo de tempo ($\Delta\boldsymbol{t}$), atravessa perpendicularmente uma superfície de área unitária ($\boldsymbol{A}$). De modo geral, temos:

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{A}\,.\,\Delta\boldsymbol{t}} \quad ou \quad \boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{A}}$$

em que $\boldsymbol{P} = \frac{\boldsymbol{E}}{\Delta\boldsymbol{t}}$ é a potência da fonte sonora, determinada pela razão entre a quantidade de energia ($\boldsymbol{E}$) por intervalo de tempo ($\Delta\boldsymbol{t}$).
A unidade de intensidade física no SI é: $\frac{J}{m^2.\,s}$ ou $\frac{W}{m^2}$.
A intensidade do som varia com a distância $\boldsymbol{r}$ do ponto considerado à fonte. Para as ondas tridimensionais esféricas, a intensidade é dada pela razão entre a potência da fonte emissora e é inversamente proporcional ao quadrado da distância do ponto considerado à fonte emissora ($\boldsymbol{r^2}$).

$$\boldsymbol{I = \frac{P}{4 \,.\, \pi \,.\, r^2}}$$

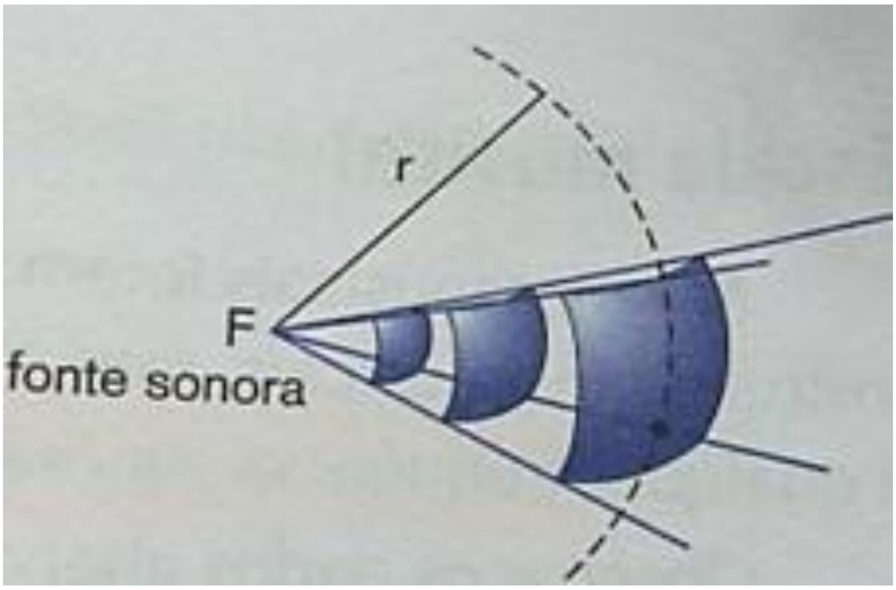

Figura 37 - Intensidade do som varia com a distância r da fonte.
Fonte: (BONJORNO, et. al, 2016b)

Para cada frequência existe uma mínima intensidade física (I_0) ou limiar de audibilidade, que é de aproximadamente $10^{-12} W/m^2$. Abaixo dessa intensidade, o som não é audível. Da mesma forma, se a intensidade física ultrapassar $1\ W/m^2$, a sensação auditiva é acompanhada de uma sensação dolorosa.

Para lidar com um intervalo tão grande de valores, recorre-se ao logaritmos e define-se **intensidade auditiva** ou **nível sonoro** ($\boldsymbol{\beta}$):

$$\boldsymbol{\beta = \log \frac{I}{I_0}}$$

em que:

- $\boldsymbol{\beta}$: intensidade auditiva ou nível sonoro;
- $\boldsymbol{I}$: intensidade física do som considerado;
- $\boldsymbol{I_0}$: limiar de audibilidade.

A unidade de intensidade sonora é denominada bel, B, em homenagem ao cientista inglês Graham Bell (1847-1922), o inventor do telefone. Podemos usar também um submúltiplo dessa unidade, o decibel (dB), assim $1B = 10\,dB$. Nesse caso, a expressão fica: (BONJORNO, et. al, 2016b)

$$\boldsymbol{\beta = 10 \,.\, \log \frac{I}{I_0}}$$

Exemplo 21: Você está em um auditório, ouvindo uma palestra sobre profissões. O nível sonoro do ambiente está agradavelmente regulado para $\beta_1 = 50\ dB$. Por um súbito defeito no sistema de som local, durante 2 ou 3 segundos, a intensidade sonora ficou multiplicada por 100. Durante esse curto intervalo de tempo, qual foi o novo valor β_2 do nível sonoro do ambiente? (dado $\log 100 = 2{,}0$).

Resolução: O nível de intensidade sonora na primeira e na segunda situação é dado por:

$$\beta_1 = 10\,.\log\frac{I_1}{I_0} = 50\ dB.$$

e

$$\beta_2 = 10\,.\log\frac{I_2}{I_0} = 10\,.\log\left(100\,.\frac{I_1}{I_0}\right)$$
$$= 10\,.\left[\log 100 + \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)\right]$$
$$= 10\,.\left[2 + \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)\right]$$
$$= 20 + 10\,.\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

Logo:

$$\beta_2 = 20 + \beta_1$$

$$\beta_2 = 20 + 50$$

Portanto $\beta_2 = 70\ dB$. (TORRES, et. al, 2013b)

Além dos conteúdos de Matemática que são usados na Física listados neste capítulo e nos anteriores, outros ainda poderiam ser citados como de uso geral. Pois, sempre aparecem em um ou outro assunto da Física, como por exemplo, razão e proporção, grandezas direta e inversamente proporcionais, geometria plana, espacial e analítica e os mais diversos gráficos de funções que servem para melhor entendimento do comportamento de fenômenos físicos. Tais conteúdos não foram explorados nesse trabalho, para não torna-lo cansativo ao leitor e também, como já citado, por estarem espalhados ao longo do ensino de Física.

7 – Considerações Finais

Neste trabalho de conclusão de curso, com o objetivo de mostrar aplicações da Matemática, tratou-se de apontar como alguns conteúdos de Matemática e Física do Ensino Médio estão interligados. Para isso, foram apresentados tópicos específicos do ensino de Matemática, apontando como os mesmos estão presentes no entendimento de alguns fenômenos físicos. Ou seja, estes conteúdos fazem parte da modelagem matemática de tais fenômenos naturais (físicos).

O trabalho partiu da premissa de que o aluno sempre pergunta "por que estudar este ou aquele conteúdo de Física ou de Matemática?", ou seja, o aluno quer aplicação para o que está estudando. Mais ainda, melhor seria se essa aplicação estivesse ligada ao seu dia a dia.

Além das indagações dos próprios alunos, serviram de base para a elaboração desse trabalho as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio) e do Referencial Curricular de Mato Grosso do Sul (Ensino Médio) para o ensino de Física e Matemática. Nesses documentos são dadas sugestões de como tais disciplinas devem ser trabalhadas, buscando associar o que é visto em sala de aula com o cotidiano do aluno, além de prepara-lo como cidadão comum.

Ao mostrar para o aluno que conteúdos de Matemática e Física do Ensino Médio encontram aplicações para si ainda dentro do próprio ambiente escolar, isso já chama a sua atenção e torna mais interessante o acompanhamento das duas disciplinas. Pois, com menor ou maior intensidade, sempre haverá a indagação de onde este ou aquele conteúdo estudado em uma das disciplinas se encaixa na outra.

Nesse trabalho verificou-se especificamente como Matemática pode ser aplicada no Ensino de Física no Ensino Médio. Mas também foi apresentado que essa ligação entre essas duas disciplinas nem sempre ocorreu, segundo os trabalhos de Galileu Galilei, onde se observa que levou muito tempo para poder obter êxito na relação entre essas duas áreas da ciência. Ao folhear livros de outras ciências (disciplinas) também é possível encontrar aplicações da Matemática. Por isso, a Matemática se torna quase universal.

Por fim, este trabalho apresentou como alguns conteúdos de Matemática são aplicados em conteúdos de Física, sendo que em sua elaboração deste trabalho o autor pode compreender como tais aplicações ocorrem e que em muitos casos se encontram de forma indireta. Mas, pode entender, principalmente, que ao se ensinar um dado conteúdo de matemática é possível motivá-lo por meio de um fenômeno físico, e vice versa, tornando-o mais atrativo para os estudantes.

Referências Bibliográficas

ABRÃO, Maria Sílvia. ***Pesos e medidas: grandeza e unidades de medida***; Educação Uol; Disponível em <https://educacao.uol.com.br/disciplinas/ciencias/pesos-e-medidas-grandeza-e-unidades-de-medida.htm > Acesso em 04 de março de 2018.

BAPTISTA, José Plínio; FERRACIOLI, Laércio. ***A Construção do Princípio de Inércia e do Conceito de Inércia Material***. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 22, no. 2, Junho, 2000.

BONJORNO, J. R., RAMOS, C. M., PRADO, E. de P., BONJORNO, V., BONJORNO, M. A., CASEMIRO, R., BONJORNO, R. de F. S. A. ***Física: mecânica***, 3. ed. vol. 1. São Paulo: FTD, 2016a.

BONJORNO, J. R., RAMOS, C. M., PRADO, E. de P., BONJORNO, V., BONJORNO, M. A., CASEMIRO, R., BONJORNO, R. de F. S. A. Física: termologia, ***óptica, ondulatória,*** 3. ed. vol. 2. São Paulo: FTD, 2016b.

BONJORNO, J. R., RAMOS, C. M., PRADO, E. de P., BONJORNO, V., BONJORNO, M. A., CASEMIRO, R., BONJORNO, R. de F. S. A. ***Física: eletromagnetismo, física moderna,*** 3. ed. vol. 3. São Paulo: FTD, 2016c.

BRASIL – 2000 - PCN – ***Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)***. Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf. Acesso em 03 de março de 2018.

CARNEIRO, Fernando Luiz Lobo. ***Galileo, Fundador de la Resistencia de Materiales.*** Revista de La Real Academia de Ciencias. Volume 59. Caderno 4. Madrid. 1965

CARRON, W.; GUIMARÃES, O. ***As faces da física***, volume único. São Paulo: Editora Moderna, 1997.

GOUVEIA, Rosimar. ***Notação Cientifica***; Toda Matéria, 2011 - 2018. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/notacao-cientifica/ >. Acesso em 24 de julho de 2018.

IEZZI, G., DOLCE, O., DEGENSZAJN, D., PÉRIGO, R., ALMEIDA, N. ***Matemática: ciência e aplicações***, 7 ed. vol. 1. São Paulo: Saraiva, 2013.

JÚNIOR, Joab Silas Da Silva. ***"O que é grandeza?"***; Brasil Escola, 2018. Disponível em< https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/fisica/o-que-e-grandeza.htm%3E >. Acesso em 04 de março de 2018.

KOYRÉ, Alexandre. ***Estudos de história do pensamento científico***. Brasília: Editora Da Universidade de Brasília. 1973.

LEONARDO, Fabio Martins de. ***Conexões com a matemática***. 3 ed. São Paulo: Moderna, 2016.

MS – 2008 – ***Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino de Mato Grosso do Sul - Ensino Médio.*** Disponível em < https://pt.slideshare.net/TatyBorges1/referencial-curricular-ensino-mdio-mato-grosso-do-sul >Acesso em 24 de abril de 2018.

NASCIMENTO JÚNIOR, Antônio Fernandes. ***Fragmentos da Presença do Pensamento Idealista na História da Construção das Ciências da Natureza.*** Ciência e Educação, v.7, n.2, p.265-285, 2001.

NASCIMENTO, Carlos Arthur Ribeiro. ***Quatro Textos de Galileu***. TransFormAção. São Paulo 3 : 143-7, 1980.

OSTERMANN, F.; Moreira, M. A. Uma revisão bibliográfica sobre a área de pesquisa "física moderna e contemporânea no ensino médio". In: Investigação em Ensino de Ciências, v. 5, n. 1. Porto Alegre: 2000.

PAIVA, Manoel. ***Matemática***, volume único/ Manoel Paiva. São Paulo: Moderna, 2005.

"Calor latente" em Só Física. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2018. Disponível em: <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Calorimetria/calor2.php > Acesso em 29 de abril 2018.

SOUZA, Joamir Roberto de. ***Novo Olhar: matemática***. 2 ed. vol. 1. São Paulo: FTD, 2013.

STEINBRUCH, Alfredo. ***Geometria analítica*** / Steinbruch, Alfredo, Winterle, Paulo. 2 ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1987.

TEIXEIRA, Mariane Mendes. ***"Segunda Lei de Newton"***, 2018; Disponível em <https://brasilescola.uol.com.br/fisica/segunda-lei-newton.htm>. Acesso em 20 de março de 2018.

TORRES, C. M. A., FERRARO, N. G., SOARES, P. A. T., PENTEADO, P. C. M. ***Física – Ciência e Tecnologia.*** 3. ed. vol. 1. São Paulo: Moderna, 2013a.

TORRES, C. M. A., FERRARO, N. G., SOARES, P. A. T., PENTEADO, P. C. M. ***Física – Ciência e Tecnologia***. 3. ed. vol. 2. São Paulo: Moderna, 2013b.

TORRES, C. M. A., FERRARO, N. G., SOARES, P. A. T., PENTEADO, P. C. M. ***Física – Ciência e Tecnologia***. 3. ed. vol. 3. São Paulo: Moderna, 2013c.